

# Базисні функції методу ЛСП-НР

Павлов О. І.

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»  
[op-mail@ukr.net](mailto:op-mail@ukr.net)

## Анотація

Показано, що на підставі матричної форми прямого та зворотного перетворення коефіцієнтів за методом ЛСП-НР можуть бути визначені базисні функції такого простору.

Наведено методику визначення базисних функцій простору ЛСП-НР та їх вигляд для ЛП 10 порядку.

## 1. Вступні положення

В [1—6] було викладено сутність методу ЛСП-НР, в [7—9, 14] були показані переваги використання ЛСП-НР в основних операціях оброблення мовленнєвих сигналів. Використання методу ЛСП-НР на практиці показало його високу ефективність і переваги перед іншими методами кодування форми спектральної обвідної мовленнєвих і звукових сигналів [10, 13]. В роботах [11, 12, 15, 16] була описана матрична форма методу ЛСП-НР, яка має суттєво меншу обчислювальну складність, ніж дискретне перетворення [1—6]. В роботі [17] наведені схеми фільтрів аналізу та синтезу сигналів в термінах коефіцієнтів ЛСП-НР, що дозволяє виконувати аналіз та синтез сигналів безпосередньо в просторі ЛСП-НР без переходу в простір КЛП чи КЧК. Отримані експериментальні та теоретичні результати потребують додаткового теоретичного пояснення. Саме цим питанням присвячений матеріал, який викладається далі.

## 2. Оцінка АЧХ фільтру ЛП в термінах ЛСП-НР

В [11, 12] було показано, що поліном  $A(z) = 1 + \sum_{i=1}^M a_i z^{-i}$

можна обчислити через коефіцієнти ЛСП-НР:

$$A(z) = 1 + \mathbf{A}\mathbf{C}^T \mathbf{Z}\mathbf{C} = 1 + (\mathbf{A}\mathbf{C} + \mathbf{F}\mathbf{S}\mathbf{C}^T) \mathbf{Z}\mathbf{C} = 1 + \mathbf{A}\mathbf{C}^T \mathbf{Z}\mathbf{C} + \mathbf{S}\mathbf{C}^T (\mathbf{F}\mathbf{C}^T \mathbf{Z}\mathbf{C}) \quad (1)$$

де  $\mathbf{A}\mathbf{C} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M]^T$ ,  $\mathbf{Z}\mathbf{C} = [\hat{e}z^{-1} \ z^{-2} \ \dots \ z^{-M}]^T$ ,

$\mathbf{S}\mathbf{C} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_M]^T$ ,  $\mathbf{A}\mathbf{C} = [\hat{e}f_{1,0} \ f_{2,0} \ \dots \ f_{M,0}]^T$ ,

$$\mathbf{F}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \hat{e}f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,M} & \hat{e}j_{1,1} & j_{1,2} & \dots & j_{1,M} & \hat{e} \\ \hat{e}f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,M} & \hat{e}j_{2,1} & j_{2,2} & \dots & j_{2,M} & \hat{e} \\ \hat{e} \dots & \dots & \dots & \dots & \hat{e} \dots & \dots & \dots & \dots & \hat{e} \\ \hat{e}f_{M,1} & f_{M,2} & \dots & f_{M,M} & \hat{e}j_{M,1} & j_{M,2} & \dots & j_{M,M} & \hat{e} \end{bmatrix} = \mathbf{m}\mathbf{D}\mathbf{C},$$

$\mathbf{m} = 2^{M-1}$ . Вираз (1) можна переписати у вигляді

$$A(z) = 1 + \mathbf{A}\mathbf{C}^T \mathbf{Z}\mathbf{C} + \mathbf{S}\mathbf{C}^T \mathbf{Z}\mathbf{C} \quad (2)$$

де

$$\mathbf{Z}\mathbf{C} = \mathbf{F}\mathbf{C}^T \mathbf{Z}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \hat{e}f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,M} & \hat{e}z^{-1} & \hat{e} \\ \hat{e}f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,M} & \hat{e}z^{-2} & \hat{e} \\ \hat{e} \dots & \dots & \dots & \dots & \hat{e} \dots & \hat{e} \\ \hat{e}f_{M,1} & f_{M,2} & \dots & f_{M,M} & \hat{e}z^{-M} & \hat{e} \end{bmatrix} \quad (3)$$

є повернутий інформативний вектор комплексного полігармонічного аргументу. Поворот вектору в (3) відбувається за напрямками базисних векторів матриці  $\mathbf{F}$  зворотного перетворення ЛСП-НР (за векторами-стовпчиками головного мінору  $\mathbf{F}\mathbf{C}$ ).

Використовуючи підстановку  $z = e^{j\omega} = e^{j2\pi k w_s}$ , де  $w_s$  — кругова частота дискретизації, можна отримати значення АЧХ фільтру ЛП  $A(j\omega)$ , а також значення спектральної обвідної  $K(j\omega)$  синтезованого мовленнєвого сигналу для

заданої частоти  $w$ ,  $A(j\omega) = A(z)|_{z=e^{j2\pi k w_s}}$ ,  $K(j\omega) = \frac{1}{A(z)}|_{z=e^{j2\pi k w_s}}$ :

$$A(j\omega) = 1 + \begin{bmatrix} \hat{e}f_{1,0} & \hat{e}f_{2,0} & \dots & f_{M,0} \\ \hat{e}f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,M} \\ \hat{e}f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{e}f_{M,1} & f_{M,2} & \dots & f_{M,M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \dots \\ \hat{e} \end{bmatrix} e^{-j2\pi k w_s} + \begin{bmatrix} \hat{e}s_1 & \hat{e}s_2 & \dots & f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,M} \\ \hat{e}s_2 & \hat{e}s_3 & \dots & f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{e}s_M & \hat{e}f_{M,1} & f_{M,2} & \dots & f_{M,M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \dots \\ \hat{e} \end{bmatrix} e^{-j4\pi k w_s} + \dots + \begin{bmatrix} \hat{e}f_{1,0} & \hat{e}f_{2,0} & \dots & f_{M,0} \\ \hat{e}f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,M} \\ \hat{e}f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{e}f_{M,1} & f_{M,2} & \dots & f_{M,M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \dots \\ \hat{e} \end{bmatrix} e^{-j2M\pi k w_s}$$

Елементи  $f_{i,0}$ ,  $1 \leq i \leq M$  вектору зсуву

$\mathbf{A}\mathbf{C}^T = [\hat{e}f_{1,0} \ f_{2,0} \ \dots \ f_{M,0}]^T$  (0-го базисного вектору простору

ЛСП-НР) є ваговими коефіцієнтами, за допомогою яких зважується вектор комплексного полігармонічного аргументу  $\mathbf{Z}\mathbf{C}$  для кожної заданої частоти  $w$  і утворюється залежна від частоти  $w$  (але незалежна від значень інформативного вектору  $\mathbf{S}\mathbf{C}$ ) складова характеристичної функції

$A(j\omega) = 1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}$  фільтру ЛП в просторі ЛСП-НР

— "нульова" базисна функція (БФ) простору ЛСП-НР.

Елементи  $f_{i,k}$ ,  $1 \leq i, k \leq M$  векторів-стовпчиків  $\mathbf{F}\mathbf{C}^{k-1}$

головного мінору  $\mathbf{F}\mathbf{C}$  (1-го —  $M$ -го базисних векторів простору ЛСП-НР) є ваговими коефіцієнтами, за допомогою яких зважується вектор полігармонічного аргументу  $\mathbf{Z}\mathbf{C}$  і утворюються залежні як від частоти  $w$ , так і від значень інформативного вектору  $\mathbf{S}\mathbf{C}$  складові характеристичної

функції  $A(j\omega) = 1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}$  в просторі ЛСП-НР, —

"перша" — " $M$ -та" БФ простору ЛСП-НР, — кожна з яких потім зважується відповідним до її номеру ваговим коефіцієнтом  $s_k$  і, разом з незалежною складовою (0-ю БФ, яка береться з вагою  $s_0 = 1$ ), входить до складу характеристичної функції  $A(j\omega)$  та  $K(j\omega)$ .

**Висновок.** Характеристична функція  $A(z) = 1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}$

фільтру ЛП будь-якого порядку  $M$ , яку зазвичай прийнято подавати в частотному домені у вигляді ряду Фур'є з "постійною" складовою (константою, незалежною від параметрів фільтру) та "змінною" складовою (сумою гармонічних функцій базису Фур'є, які беруться з ваговими

коефіцієнтами  $a_k$ ), тобто  $A(j\omega) = 1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}$ ,

$$A(j\omega) = 1 + \sum_{k=1}^M a_k (\cos 2\pi k w / w_s - j \sin 2\pi k w / w_s), \quad (4)$$

де  $0 \leq \omega \leq \omega_s / 2$  ( $0 \leq y \leq \rho$ ), так саме може бути подана рядом БФ простору ЛСП-НР у вигляді "постійної", незалежної від параметрів фільтру складової, — 0-ї БФ простору ЛСП-НР, — та "змінної" складової, — сумою 1-ї —  $M$ -ї БФ простору ЛСП-НР, які беруться з ваговими коефіцієнтами  $s_k$ ,

$$A(j\omega) = 1 + \text{cohr}_0(\omega) - j \text{sihr}_0(\omega) + \sum_{k=1}^M s_k (\text{cohr}_k(\omega) - j \text{sihr}_k(\omega)), \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} \text{cohr}_0(\omega) &= \text{Re} \left( \mathbf{A} \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} \Big|_{z=e^{j\omega}} \right), \\ \text{sihr}_0(\omega) &= - \text{Im} \left( \mathbf{A} \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} \Big|_{z=e^{j\omega}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

— дійсна та уявна частина 0-ї БФ простору ЛСП-НР, а

$$\begin{aligned} \text{cohr}_k(\omega) &= \text{Re} \left( \mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1} \mathbf{Z} \mathbf{C} \Big|_{z=e^{j\omega}} \right), \\ \text{sihr}_k(\omega) &= - \text{Im} \left( \mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1} \mathbf{Z} \mathbf{C} \Big|_{z=e^{j\omega}} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

— дійсна та уявна частина  $k$ -ї БФ простору ЛСП-НР.

### 3. Базисні функції простору ЛСП-НР

Вигляд 0-ї БФ простору ЛСП-НР (яка незалежно від значень вектору  $\mathbf{S}\mathbf{C}$  фільтру ЛП дає незмінну частину характеристичних функцій  $A(j\omega)$  та  $K(j\omega)$ ), обчисленої для  $M=10$  в діапазоні  $0 \leq y \leq 2\rho$  (що відповідає  $0 \leq \omega \leq \omega_s$ ) з кроком  $\Delta y = 2\rho / 1000$  подано на рис. 1.

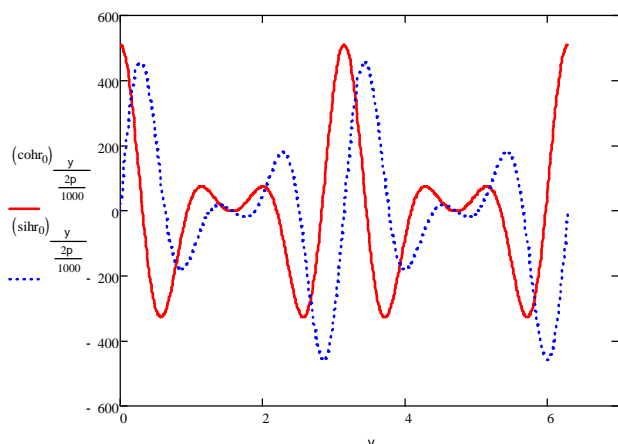


Рис. 1. Дійсна та уявна частини 0-ї БФ простору ЛСП-НР для  $M=10$

Вигляд 1-ї —  $M$ -ї БФ простору ЛСП-НР (які в залежності від значень вектору  $\mathbf{S}\mathbf{C}$  фільтру ЛП дають змінну частину характеристичних функцій  $A(j\omega)$  та  $K(j\omega)$ ), обчислених для  $M=10$  в діапазоні  $0 \leq y \leq 2\rho$  (що відповідає  $0 \leq \omega \leq \omega_s$ ) з кроком  $\Delta y = 2\rho / 1000$  подано на рис. 2 — 6.

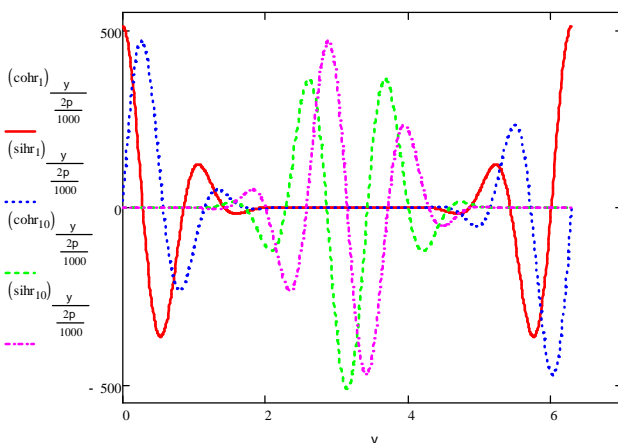


Рис. 2. Дійсна та уявна частини 1-ї та 10-ї БФ простору ЛСП-НР для  $M=10$

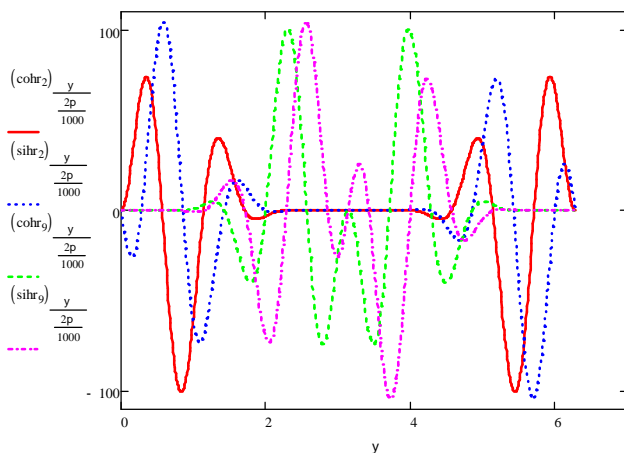


Рис. 3. Дійсна та уявна частини 2-ї та 9-ї БФ простору ЛСП-НР для  $M=10$

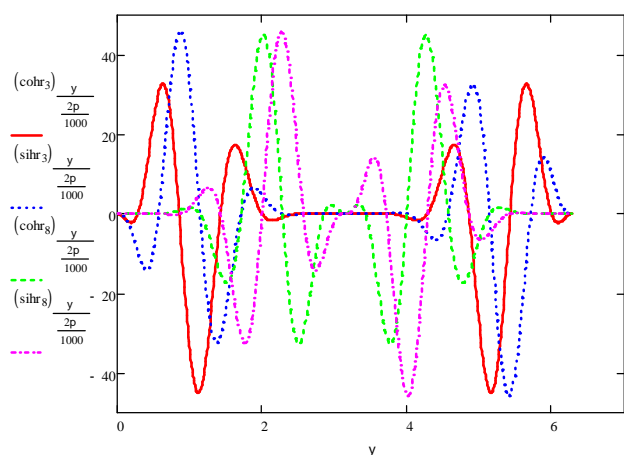


Рис. 4. Дійсна та уявна частини 3-ї та 8-ї БФ простору ЛСП-НР для  $M=10$

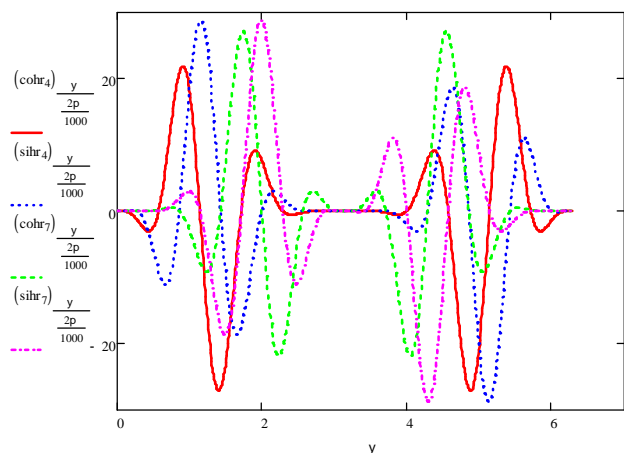


Рис. 5. Дійсна та уявна частини 4-ї та 7-ї БФ простору ЛСП-НР для  $M=10$

Як можна бачити з рис. 1 — 6, а також відповідно до (6) та (7) дійсні частини БФ простору ЛСП-НР завжди є парними функціями, а уявні частини — завжди непарними.

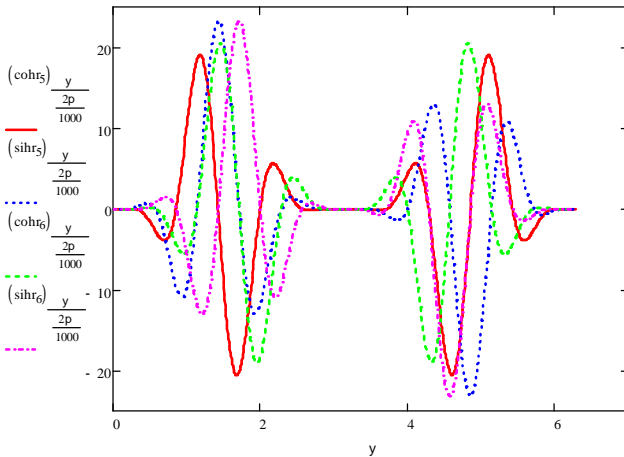


Рис. 6. Дійсна та уявна частини 5-ї та 6-ї БФ простору ЛСП-НР для  $M=10$

#### 4. Ортогональність базисних функцій простору ЛСП-НР

Відповідно (5), (6) та (7) комплексні БФ простору ЛСП-НР (при  $z = e^{jy} = e^{j2\pi w_s}$ ) можуть бути подані у вигляді

$$c_k(jy) = \frac{e^{jy}}{e} \left[ \text{cohr}_k(y) - j \text{sihr}_k(y) \right] = 1 + \mathbf{A} \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} = 1 + \sum_{m=1}^M f_{m,0} e^{-jmy}, \quad k=0$$

$$c_k(jy) = \frac{e^{jy}}{e} \left[ \text{cohr}_k(y) - j \text{sihr}_k(y) \right] = \mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1} \mathbf{T} \mathbf{Z} \mathbf{C} = \sum_{m=1}^M f_{m,k} e^{-jmy}, \quad 1 \leq k \leq M$$

Ортогональність таких БФ визначається через інтеграл від добутку однієї з них на комплексно спряжену іншу:

$$R_{n,k} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\mathbf{C}}_n(jy) c_k(jy)^* dy = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\mathbf{C}}_n(jy)^* c_k(jy) dy. \quad \text{Звідки}$$

$$R_{n,k} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{m=1}^M \dot{a}_{m,n} e^{-jmy} \sum_{m=1}^M \dot{a}_{m,k} e^{+jmy} dy = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^M \sum_{m=1}^M \dot{a}_{i,n} \dot{a}_{m,k} \int_0^{2\pi} e^{j(m-i)y} dy$$

для  $n, k \neq 0$ . Оскільки  $\int_0^{2\pi} e^{j(m-i)y} dy = \begin{cases} 0, & m \neq i \\ 1, & m = i \end{cases}$ , то

$$R_{n,k} = \sum_{m=1}^M \dot{a}_{m,n} \dot{a}_{m,k} = \mathbf{F} \mathbf{C}^{n-1} \mathbf{T}^T \mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1}. \quad \text{Тоді кореляційна матриця}$$

комплексних БФ простору ЛСП-НР є  $\hat{\mathbf{R}}_{n,k} = \mathbf{F} \mathbf{C}^T \mathbf{F} \mathbf{C}$ , тобто дорівнює матриці автокореляції головного мінору  $\mathbf{F} \mathbf{C}$ . Як було показано в [11, 12], головні мінори  $\mathbf{F} \mathbf{C}$  і  $\mathbf{F} \mathbf{C}^T$  не є ані симетричними,  $\mathbf{F} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{F} \mathbf{C}$ ,  $\mathbf{F} \mathbf{C}^T \mathbf{F} \mathbf{C}$ , ані ортогональними,  $\mathbf{F} \mathbf{C}^T \mathbf{F} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A}_F$ ,  $\mathbf{F} \mathbf{C}^T \mathbf{F} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A}_F$ , де  $\mathbf{A}_F$  і  $\mathbf{A}_F$  — діагональні матриці, що містять квадрати норм (скалярні добутки)  $\mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1} \mathbf{T}^T \mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1}$  та  $\mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1} \mathbf{T}^T \mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1}$  відповідних векторів-стовпчиків головних мінорів  $\mathbf{F} \mathbf{C}$  та  $\mathbf{F} \mathbf{C}^T$ , де  $1 \leq k \leq M$ , отже, матриця автокореляції головного мінору  $\mathbf{F} \mathbf{C}$  не є діагональною, а векторний базис, що утворюється з його векторів-стовпчиків не є ортогональним. Зі сказаного випливає що БФ простору ЛСП-НР теж не є ортогональними, що ні в якому разі не зменшує переваг, які дозволяє отримати кодування форми спектральної обвідної мовленнєвого сигналу в просторі ЛСП-НР.

Стосовно нульового базисного вектору  $\mathbf{A} \mathbf{C} = \hat{\mathbf{e}}_{1,0} \ f_{2,0} \ \dots \ f_{M,0} \ \hat{\mathbf{e}}^T$  і відповідної йому частки  $\text{cohr}_0(y) - j \text{sihr}_0(y)$  нульової базисної функції  $c_0(jy) = 1 + \text{cohr}_0(y) - j \text{sihr}_0(y)$  слід зауважити, що вони не є ортогональними (лінійно незалежними) до базисних векторів  $\mathbf{F} \mathbf{C}^{k-1} = \hat{\mathbf{e}}_{1,k} \ f_{2,k} \ \dots \ f_{M,k} \ \hat{\mathbf{e}}^T$ ,  $1 \leq k \leq M$ , і відповідних базисних функцій  $c_k(jy) = \text{cohr}_k(y) - j \text{sihr}_k(y)$ ,  $1 \leq k \leq M$ , а тому можуть бути однозначно розкладені на складові, що

визначаються через їх проекції (скалярні добутки) у відповідних базисах. Таке подання приведе до того, що операція зсуву в (1) та (5), яку визначають нульовий базисний вектор  $\mathbf{A} \mathbf{C} = \hat{\mathbf{e}}_{1,0} \ f_{2,0} \ \dots \ f_{M,0} \ \hat{\mathbf{e}}^T$  і відповідна йому частка  $\text{cohr}_0(y) - j \text{sihr}_0(y)$  нульової базисної функції будуть виконуватися не в просторі КЛП, а в просторі ЛСП-НР перед поворотом вектору аргументу головним мінором  $\mathbf{F} \mathbf{C}$  відповідно до формули  $\mathbf{A} \mathbf{C} = \mathbf{F} \mathbf{C} \mathbf{S} \mathbf{C} - \mathbf{S} \mathbf{C}$ , отже

$$A(z) = 1 + \mathbf{A} \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} = 1 + (\mathbf{F} \mathbf{C} \mathbf{S} \mathbf{C} - \mathbf{S} \mathbf{C})^T \mathbf{Z} \mathbf{C} = 1 + (\mathbf{S} \mathbf{C} - \mathbf{S} \mathbf{C})^T (\mathbf{F} \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C}) \quad (8)$$

#### 5. Підсумки

Матрична форма прямого та зворотного перетворення коефіцієнтів за методом ЛСП-НР може бути використана для оцінювання АЧХ фільтру ЛП безпосередньо в термінах ЛСП-НР.

Характеристична функція  $A(z) = 1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}$  фільтру ЛП

будь-якого порядку  $M$ , яку зазвичай прийнято подавати в частотному домені у вигляді ряду (4), — суми гармонічних функцій базису Фур'є, які беруться з ваговими коефіцієнтами  $a_k$ , так саме може бути подана рядом (5), — сумою БФ простору ЛСП-НР, які беруться з ваговими коефіцієнтами  $s_k$ .

Наведено методику визначення базисних функцій простору ЛСП-НР.

Наведено вигляд базисних функцій простору ЛСП-НР на прикладі лінійного прогнозування 10 порядку.

Отримана формула оцінки АЧХ фільтру ЛП та спектральної обвідної синтезованого мовленнєвого сигналу в просторі ЛСП-НР через його базисні функції.

#### 6. Висновки

Лінійні спектральні параметри найвищої регресії є ваговими коефіцієнтами при базисних функціях простору ЛСП-НР в формулах оцінки АЧХ фільтру ЛП та спектральної обвідної синтезованого мовленнєвого сигналу.

Базисні функції простору ЛСП-НР мають хвилеподібний вигляд і забезпечують локальний характер апроксимації спектральної обвідної мовленнєвих сигналів.

Амплітуди базисних функцій простору ЛСП-НР мають значний розкид і зменшуються від БФ з крайніми індексами до БФ з центральними індексами.

Збільшення порядку ЛП має збільшити кількість БФ, пелюстки яких мають стати вужчими, що повинно надати можливість визначити формантну відповідність індексів таких БФ. Параметри ЛСП-НР в цьому разі можуть бути мірою формантної структури мовленнєвих сигналів.

#### 7. Список використаних джерел

1. Павлов О. И. Упрощение реализации метода линейных спектральных пар (частот) в линейном предсказании речи // Труды 3-й Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применение", Т.3, стр. 128 — 132, Москва, 2000.
2. Павлов О. И. Быстрый алгоритм и графическое представление прямого преобразования в методе линейных спектральных частот высшего порядка // Труды 3-й Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применение", Т. 3, стр. 132 — 136, Москва, 2000.
3. Павлов О. И. Прямое П-преобразование в линейном предсказании речи // Радиоэлектроника. — 2000. — N12. — С. 53 — 66. (Изв. высш. учеб. заведений).

4. Павлов О. И. Алгоритм быстрого прямого П-преобразования и особенности его математического аппарата // Радиоэлектроника. — 2001. — N2.— С. 61 — 73. (Изв.высш.учеб.заведений).
5. Павлов О. И. Обратное П-преобразование в линейном предсказании речи // Радиоэлектроника. — 2001. — N1. — С. 61 — 73. (Изв. высш. учеб. заведений).
6. Павлов О. И. Алгоритм быстрого обратного П-преобразования // Радиоэлектроника. — 2001. — N8.— С. 67 — 77. (Изв.высш.учеб.заведений).
7. Павлов О. И. Свойства линейных спектральных частот высших порядков // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 117. С. 62 — 64.
8. Павлов О. И. Межкадровая интерполяция спектральной огибающей речевого сигнала в пространстве линейных спектральных частот наивысшей регрессии // Радиоэлектроника. — 2008. — N4.— С. 56 — 69. (Изв.высш.учеб.заведений).
9. Павлов О. І., Стасевич П. А., Тертичний Г. М. Оцінка ефективності кодування спектральної обвідної мовленнєвих сигналів в просторах лінійних спектральних параметрів найвищої регресії методом кластерного аналізу // Праці 9-ої Всеукраїнської міжнародної конференції “Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів”, УкрОбраз’2008, 3—7 листопада 2008 р. — Київ: МННЦ ІТіС НАН та МОН України, УАсОІРО, 2008. — С. 189 — 192.
10. Стасевич П. А., Тертичний Г. М., Павлов О. І. Фонемна фільтрація сигналів мовлення на підставі кластерного аналізу // Праці 9-ої Всеукраїнської міжнародної конференції “Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів”, УкрОбраз’2008, 3—7 листопада 2008 р. — Київ: МННЦ ІТіС НАН та МОН України, УАсОІРО, 2008. — С. 85—89.
11. Павлов О. І. Розділ 6. Кодування спектральної обвідної мовленнєвих сигналів методом ЛСП-НР // Розробити апаратні засоби, системне та проблемно-орієнтоване прикладне програмне забезпечення високотехнологічних електронних виробів мовленнєвої інформатики, здійснити їх впровадження в навчальний процес, виробництво та в базову комп’ютерно-телекомунікаційну платформу «Образний комп’ютер» (ОК\_2008\_2\_ЦЕНТР\_КПІ): звіт про НДР № 205 (заключний) / РТФ НТУУ «КПІ» МОН України; кер. О. І. Рибін; викон.: О. І. Павлов [та ін.]. — К., 2008. — 139 с. — № ДР 0208U010175.
12. Павлов О. І. Розділ 5. Розвинення теорії лінійних спектральних параметрів найвищої регресії // Розроблення програмно-апаратних засобів базового модуля усномовної комп’ютерної технології, що вбудовується в сучасні комп’ютерні системи, створення на їх основі високотехнологічних електронних виробів широкого застосування та здійснення заходів для їх впровадження у виробництво: звіт з НДР ОК\_2009\_2 (заключний) / Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України; кер. Т. Вінцюк; викон.: О. Павлов [та ін.]. — К., 2009. — 149 с. — № ДР 0109U004244.
13. Павлов О. І., Бондаренко А. С. Розпізнавання сигналів фонендоскопії в просторі лінійних спектральних параметрів найвищої регресії // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2010. — № 5. — С. 5—10.
14. Павлов О. І., Герасименко К. В., Аполонов Є. В. Прогнозування спектральної обвідної мовленнєвих сигналів в просторі лінійних спектральних параметрів найвищого розщеплення // Праці 11-ої Всеукраїнської міжнародної конференції “Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів”, УкрОбраз’2012, 15—19 жовтня 2012 р. — Київ : МННЦ ІТіС НАН та МОН України, УАсОІРО, 2012. — С. 137—144.
15. Павлов О. І. Матрична форма методу ЛСП-НР // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. радіотехніки і радіоапаратобудування. — 2013. — № 56. — С. 13—24.
16. O. Pavlov. Estimation of the spectral envelope in the LSP-NS space by matrix transforms // The 12th All-Ukrainian International Conference on Signal/Image Processing and Pattern Recognition, UkrObraz’2014, 3—7 November 2014. — Kyiv, Ukraine: IRTC for IT&S of the NAS & MES of Ukraine, UAsIPPR, 2014. — PP. XX—XX.
17. Павлов О. І. Фільтр аналізу та синтезу мовлення в методі ЛСП-НР // Праці 12-ої Всеукраїнської міжнародної конференції “Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів”, УкрОбраз’2014, 3—7 листопада 2014 р. — Київ: МННЦ ІТіС НАН та МОН України, УАсОІРО, 2014. — С. XX—XX.