# Конструювання різницевих методів поліпшення якості зображень

*Роман Воробель*

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України,
79060, м. Львів, вул. Наукова, 5
Lodz University, Pomorska str., 149/153, Lodz, 90-236, Poland
roman.vorobel@gmail.com

## Abstract

The analysis of known approaches to image quality enhancement through local contrast amplification is carried out. Additive and multiplicative image models are used. These models get out from local contrast definition. It is shown that method for unsharp masking concludes from the absolute local contrast enhancement method. General difference methods for image quality enhancement by amplification of different type local contrast are proposed.

## 1. Вступ

Однією з проблем в опрацюванні зображень є поліпшення їх якості. Зазвичай під поліпшенням якості розуміють різні задачі, а саме, усунення геометричних (чи перспективних) спотворень, зниження впливу шуму, підвищення роздільної здатності, підсилення контрасту зображення. Саме останній з перелічених задач присвячена ця робота. При цьому підвищення якості зображення через підсилення (ослаблення або зміну) контрасту переважно пов'язують з кращою розпізнаваністю людиною опрацьованого зображення. І тут слід виокремити фізичні основи такого трактування розуміння поліпшеного зображення.

Підґрунтям цього є підсилення в опрацьованому зображенні просторових високочастотних складових. Саме вони забезпечують кращу розрізнюваність через візуалізацію тих деталей зображення, які були візуально невидимі.

Тобто поліпшене зображення характеризується підсиленими локальними контрастами, які в сукупності сприяють кращій деталізації кожної частини зображення. Звідси і напрошується природний трикроковий спосіб поліпшення якості зображення через підсилення локальних контрастів: обчислювальна процедура опрацювання цифрового зображення полягає у тому, що

- спочатку визначаємо локальний контраст,
- потім його підсилюємо,
- на завершення відновлюємо поліпшене первинне зображення з підсиленими локальними контрастами.

Враховуючи викладене метою роботи є побудова технологій конструювання різницевих методів поліпшення якості зображень, які базуються на використанні локальних контрастів.

При цьому будемо виходити з різних моделей зображення – адитивної та мультиплікативних [1], які побудовані з використанням теорії трикутних норм [7].

## 2. Використання адитивної моделі зображення

При побудові адитивної моделі зображення виходимо з того, що кожен його елемент $L(i, j) \in [0, M]$, де $M = 255$, формується як сума низькочастотної (фонової) складової $L_f(i, j)$ та високочастотної (детальної) складової $L_d(i, j)$ [2, 3]

$$L(i, j) = L_f(i, j) + L_d(i, j),$$

де складова $L_f(i, j)$ зазвичай визначається через оцінювання рівня сірого, найпростішим з яких є середнє арифметичне рівнів сірого елементів $\overline{L}(i, j)$, які належать локальному околу $W$ з центральним елементом $L(i, j)$

$$L_f(i, j) = \overline{L}(i, j) = \underset{i, j \in W}{mean}\{L(i, j)\}.$$

Тоді високочастотну складову $L_d(i, j)$ з адитивної моделі можна визначити як

$$L_d(i, j) = L(i, j) - \overline{L}(i, j) = K_{abs}(i, j), \qquad (3)$$

де різниця $L(i, j) - \overline{L}(i, j)$ є ненормованим абсолютним локальним контрастом $K_{abs}(i, j)$.

Якщо розглядати покращання зображення як підсилення локального контрасту (3), тобто

$$K^*(i, j) = k \cdot K_{abs}(i, j) = k\left(L(i, j) - \overline{L}(i, j)\right), \qquad (4)$$

де $k > 1$, то вираз (3) після підсилення локального контрасту прийме вигляд

$$K^*(i, j) = L^*(i, j) - \overline{L}(i, j),$$

звідки

$$L^*(i, j) = \overline{L}(i, j) + K^*(i, j) = \overline{L}(i, j) + k \cdot K_{abs}(i, j), \qquad (5)$$

або, з урахуванням формули (3), з виразу (5) отримуємо

$$L^*(i, j) = \overline{L}(i, j) + k(L(i, j) - \overline{L}(i, j)). \qquad (6)$$

Формула (6) разом з виразом (5) добре ілюструє трикроковий метод поліпшення зображення через підсилення локальних контрастів і є класичним описом процедури нерізкого маскування [3, 4]. Наведені вирази

(1) - (6) підтверджують ключову роль абсолютного контрасту у формуванні методу нерізкого маскування з адитивної моделі зображення.

Зазвичай контрастом називають кількісну відмінність двох частин поля зору, які видимі одночасно або послідовно [1]. Вище вже зазначалося, що в опрацюванні зображень з такою його характеристикою як контраст візуально пов'язана деталізація зображення. Якщо зображення контрастне, тоді є можливість розрізняти його деталі. Якщо зображення неконтрастне – тоді важко візуально виокремити його деталі. При цьому прийнято вважати, згідно з законом Вебера-Фехнера сприйняття світла людиною, що при усталеному освітленні людина може розрізняти візуально об'єкти, що відрізняються між собою мінімум на 2% за яскравістю. Цей мінімальний контраст називають пороговим.

В цілому отриманий вираз (6) для методу нерізкого маскування засвідчує, що він безпосередньо випливає з формули визначення локального абсолютного контрасту (3) та формує адитивну модель зображення як суму низькочастотної та високочастотної складових.

## 3. Використання мультиплікативної моделі зображення

Мультиплікативні моделі зображення будемо будувати виходячи з відповідних локальних контрастів, найуживанішим з яких є відносний та зважений контрасти. Розширимо множину аналітичних функцій контрастів через їх узагальнення та застосування інших їх видів.

### 3.1. Модель на базі відносного локального контрасту [1, 5]

При формуванні мультиплікативної моделі зображення будемо виходити з опису пронормованого відносного локального контрасту [1]

$$C_{rel}(i,j)=\frac{L(i,j)-\overline{L}(i,j)}{\max[L(i,j),\overline{L}(i,j)]}. \qquad (7)$$

Для поліпшеного зображення $L^*(i,j)$ шляхом підсилення контрасту $C_{rel}(i,j)$ до $C^*{}_{rel}(i,j)$ можемо записати, що за умови $L(i,j)>\overline{L}(i,j)$

$$C^*{}_{rel}(i,j)=\frac{L^*(i,j)-\overline{L}(i,j)}{L^*(i,j)}, \qquad (8)$$

звідки отримуємо

$$L^*(i,j)=\overline{L}/\left(1-C^*_{rel}(i,j)\right).$$

У випадку ж $\overline{L}(i,j)>L(i,j)$ за аналогією можемо записати

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot\left(1-C^*_{rel}(i,j)\right). \qquad (9)$$

Об'єднуючи вирази (8) та (9) матимемо

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot\left(1-C^*_{rel}(i,j)\right)^{sign[\overline{L}(i,j)-L(i,j)]}. \qquad (10)$$

Отриманий вираз (10) ілюструє мультиплікативну модель зображення. При цьому зауважимо, що формула типу (7) відносного локального контрасту для випадку $L,\overline{L}\in[0,1]$ описується також виразом

$$\left|C_{t_a}\right|=1-t_a^{-1}\left(\left|t_a(y)-t_a(x)\right|\right), \qquad (11)$$

де $x,y,u\in[0,1]$, а $t_a(u)=-\ln(u)$ – це адитивний генератор алгебричної трикутної *t*-норми [1, 7].

### 3.2. Модель на базі зваженого локального контрасту [1]

Зважений пронормований локальний контраст описується виразом

$$C_{wei}(i,j)=\frac{L(i,j)-\overline{L}(i,j)}{L(i,j)+\overline{L}(i,j)}. \qquad (12)$$

Для поліпшеного зображення $L^*(i,j)$ шляхом підсилення контрасту $C_{wei}(i,j)$ до $C^*_{wei}(i,j)$ можемо записати, що за умови $L(i,j)>\overline{L}(i,j)$

$$C^*_{wei}(i,j)=\frac{L^*(i,j)-\overline{L}(i,j)}{L^*(i,j)+\overline{L}(i,j)}$$

звідки отримуємо

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot\frac{1+C^*_{wei}(i,j)}{1-C^*_{wei}(i,j)}. \qquad (13)$$

Для випадку ж $\overline{L}(i,j)>L(i,j)$ за аналогією можемо записати

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot\frac{1-C^*_{wei}(i,j)}{1+C^*_{wei}(i,j)}. \qquad (14)$$

Об'єднуючи вирази (13) і (14) отримуємо

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot\left[\frac{1+C^*_{wei}(i,j)}{1-C^*_{wei}(i,j)}\right]^{sign[L(i,j)-\overline{L}(i,j)]}. \qquad (15)$$

Цей вираз теж репрезентує мультиплікативну модель. Окрім цього, якщо підсилення контрасту вважати постійними і виходити з того, що

$$C^*(i,j)=k\cdot C(i,j),$$

де $k>1$, то отримані вище вирази (10) та (15) можна записати в іншій формі, а саме

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot[1-k\cdot C_{rel}(i,j)]^{sign[\overline{L}(i,j)-L(i,j)]} \qquad (16)$$

та

$$L^*(i,j)=\overline{L}(i,j)\cdot\left[\frac{1+k\cdot C_{wei}(i,j)}{1-k\cdot C_{wei}(i,j)}\right]^{sign[L(i,j)-\overline{L}(i,j)]}. \qquad (17)$$

### 3.3. Модель на базі узагальненого зваженого локального контрасту [1]

Узагальнений зважений локальний контраст описується виразом [1]

$$C_{gw}(i,j) = \frac{L(i,j) - \overline{L}(i,j)}{\max\left(L(i,j), \overline{L}(i,j)\right) + \alpha \min\left(L(i,j), \overline{L}(i,j)\right)}, \quad (18)$$

де $\alpha \in (-1,1]$.

Для поліпшеного зображення $L^*(i,j)$ шляхом підсилення контрасту $C_{gw}(i,j)$ до $C^*_{gw}(i,j)$ можемо записати, що за умови $L(i,j) > \overline{L}(i,j)$

$$C^*_{gw}(i,j) = \frac{L^*(i,j) - \overline{L}(i,j)}{L^*(i,j) + \alpha \overline{L}(i,j)},$$

звідки отримуємо

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \cdot \frac{1 + \alpha C^*_{gw}(i,j)}{1 - \alpha C^*_{gw}(i,j)}. \quad (19)$$

Для випадку ж $\overline{L}(i,j) > L(i,j)$ за аналогією можемо записати

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \cdot \frac{1 - \alpha C^*_{gw}(i,j)}{1 + \alpha C^*_{gw}(i,j)}. \quad (20)$$

Об'єднавши вирази (19) та (20) отримуємо

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \cdot \left[\frac{1 + \alpha C^*_{gw}(i,j)}{1 - \alpha C^*_{gw}(i,j)}\right]^{sign[\overline{L}(i,j) - L(i,j)]}. \quad (21)$$

Вираз (21) репрезентує також мультиплікативну модель зображення.

**3.4. Модель на базі локального контрасту, отриманого адитивним генератором трикутної *t*-норми Гамахера [1]**

Нехай задано локальний контраст, отриманий адитивним генератором *t*-норми Гамахера

$$t_a(u) = \frac{1-u}{u},$$

який описується виразом [1, 7]

$$C_H(i,j) = \frac{L(i,j) - \overline{L}(i,j)}{L(i,j)\overline{L}(i,j)/M + |L(i,j) - \overline{L}(i,j)|}. \quad (22)$$

Для поліпшеного зображення $L^*(i,j)$ шляхом підсилення контрасту $C_H(i,j)$ до $C^*_H(i,j)$ можемо записати, що за умови $L(i,j) > \overline{L}(i,j)$

$$C^*_H(i,j) = \frac{L^*(i,j) - \overline{L}(i,j)}{L^*(i,j)\overline{L}(i,j)/M + L^*(i,j) - \overline{L}(i,j)}$$

звідки

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \frac{1 - C^*_H(i,j)}{1 - C^*_H(i,j)\left(1 + \overline{L}(i,j)/M\right)}. \quad (23)$$

Для випадку ж $\overline{L}(i,j) > L(i,j)$ за аналогією можемо записати

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \frac{1 - C^*_H(i,j)}{1 - C^*_H(i,j)\left(1 - \overline{L}(i,j)/M\right)}. \quad (24)$$

Об'єднавши вирази (23) та (24) отримуємо

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \frac{1 - C^*_H(i,j)}{1 - C^*_H(i,j)\left(1 + sign\left(L(i,j) - \overline{L}(i,j)\right)\overline{L}(i,j)/M\right)} \quad (25)$$

Вираз (25) також репрезентує мультиплікативну модель зображення.

**3.5. Модель на базі локального контрасту, отриманого адитивним генератором параметричної трикутної *t*-норми Гамахера [1]**

Нехай задано локальний контраст, отриманий адитивним генератором параметричної *t*-норми Гамахера за значення керуючого параметра $p = 2$

$$t_a(u) = \ln\left(\frac{2-u}{u}\right),$$

який описується виразом [1, 7]

$$C_{Ht2}(i,j) = \frac{L(i,j) - \overline{L}(i,j)}{L(i,j) + \overline{L}(i,j) - L(i,j)\overline{L}(i,j)/M}. \quad (26)$$

Тоді для поліпшеного зображення $L^*(i,j)$ шляхом підсилення контрасту $C_{Ht2}(i,j)$ до $C^*_{Ht2}(i,j)$ можемо записати, що за умови $L(i,j) > \overline{L}(i,j)$

$$C^*_{Ht2}(i,j) = \frac{L^*(i,j) - \overline{L}(i,j)}{L^*(i,j) + \overline{L}(i,j) - L^*(i,j)\overline{L}(i,j)/M},$$

звідки

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \frac{1 + C^*_{Ht2}(i,j)}{1 - C^*_{Ht2}(i,j)\left(1 - \overline{L}(i,j)/M\right)}. \quad (27)$$

Для випадку ж $\overline{L}(i,j) > L(i,j)$ за аналогією можемо записати

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \frac{1 - C^*_{Ht2}(i,j)}{1 + C^*_{Ht2}(i,j)\left(1 - \overline{L}(i,j)/M\right)}. \quad (28)$$

Об'єднавши вирази (27) та (28) отримуємо

$$L^*(i,j) = \overline{L}(i,j) \frac{1 + sign\left(L(i,j) - \overline{L}(i,j)\right)C^*_{Ht2}(i,j)}{1 - sign\left(L(i,j) - \overline{L}(i,j)\right)C^*_{Ht2}(i,j)\left(1 - \overline{L}(i,j)/M\right)} \quad (29)$$

Вираз (29) також репрезентує мультиплікативну модель зображення.

**3.6. Модель на базі локального контрасту, отриманого адитивним генератором параметричної трикутної *s*-норми Гамахера [1]**

Нехай $u \in [0,1]$ , а $L, \overline{L} \in [0, M]$ і задано локальний контраст, отриманий адитивним генератором параметричної *s*-норми Гамахера за значення керуючого параметра $p = 2$

$$s_a(u) = \ln\left(\frac{1+u}{1-u}\right), \qquad (30)$$

який описується виразом [1, 6]

$$C_{Hs2}(i, j) = \frac{L(i, j) - \overline{L}(i, j)}{1 - L(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}. \qquad (31)$$

Тоді для поліпшеного зображення $L^*(i, j)$ шляхом підсилення контрасту $C_{Hs2}(i, j)$ до $C^*_{Hs2}(i, j)$ можемо записати, що за умови $L(i, j) > \overline{L}(i, j)$

$$C^*_{Hs2}(i, j) = \frac{L^*(i, j) - \overline{L}(i, j)}{1 - L^*(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}$$

звідки

$$L^*(i, j) = \frac{\overline{L}(i, j) + C^*_{Hs2}(i, j)}{1 + C^*_{Hs2}(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}. \qquad (32)$$

Для випадку ж $\overline{L}(i, j) > L(i, j)$ за аналогією можемо записати

$$L^*(i, j) = \frac{\overline{L}(i, j) - C^*_{Hs2}(i, j)}{1 - C^*_{Hs2}(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}. \qquad (33)$$

Об'єднавши вирази (32) та (33) отримуємо

$$L^*(i, j) = \frac{\overline{L}(i, j) + sign\big(L(i, j) - \overline{L}(i, j)\big)C^*_{Hs2}(i, j)}{1 + sign\big(L(i, j) - \overline{L}(i, j)\big)C^*_{Hs2}(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}. \qquad (34)$$

Вираз (34) репрезентує значно складнішу мультиплікативну модель зображення.

### 3.7. Модель на базі локального контрасту як операції віднімання, отриманого з використанням адитивного генератора параметричної трикутної *s*-норми Гамахера [1]

Нехай $u \in (-1,1)$ , а $L, \overline{L} \in (-M, M)$ . Тоді можемо отримати локальний контраст як реалізацію операції віднімання алгебричної структури логарифмічного типу, беручи за основу той самий адитивний генератор параметричної *s*-норми Гамахера за значення керуючого параметра $p = 2$ (30). Ця функція на проміжку (-1,1) є непарною. Завдяки цьому отримуємо такий вираз для локального контрасту [1, 7]:

$$C_{HB2}(i, j) = \frac{L(i, j) - \overline{L}(i, j)}{1 - L(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}, \qquad (35)$$

який відповідає формулі (30). Тоді для поліпшеного зображення $L^*(i, j)$ , шляхом підсилення контрасту $C_{HB2}(i, j)$ до $C^*_{HB2}(i, j)$ , за аналогією до (32)-(34), але з урахуванням виразу (35), можемо записати, що

$$L^*(i, j) = \frac{\overline{L}(i, j) + sign\big(L(i, j) - \overline{L}(i, j)\big)C^*_{Hs2}(i, j)}{1 + sign\big(L(i, j) - \overline{L}(i, j)\big)C^*_{Hs2}(i, j)\overline{L}(i, j) / M^2}. \qquad (36)$$

Вираз (36) наочно репрезентує значно складнішу мультиплікативну модель зображення, рівні сірого елементів якого задані на проміжку $(-M, M)$ . Ще раз зазначимо, що вирази (34) і (36) подібні. Однак їх суттєвою відмінністю є області визначення змінних $L(i, j)$ та $\overline{L}(i, j)$ . Ця подібність зумовлена особливістю функції-генератора $s_a(u)$ (30), яка, будучи представлена непарною функцією для області визначення [-1, 1], має такий самий вигляд, як і для додатної області визначення [0, 1]. Завдяки цьому отримуємо нові властивості локального контрасту (35) у порівнянні з виразом (30).

## 4. Висновки

Наведені вище приклади адитивної та мультиплікативної моделей зображення засвідчують, що усі вони побудовані шляхом використання функцій визначення локального контрасту. Це відкриває шлях до побудови такого різницевого методу поліпшення якості зображень, який базується на найкращій з точки зору точності моделювання алгебричній структурі та відображає фізичний процес сприйняття зображення людиною чи відповідним інтелектуальним сенсором.

Оскільки кількість алгебричних структур, які можуть бути побудовані з використанням адитивних генераторів як строгих *t*-норм, так і строгих *s*-норм практично не обмежена, то виникає задача вибору оптимальної алгебричної структури для побудови алгоритмів покращання якості зображень. Ця задача ще чекає свого розв'язку.

## 5. Література


[1] Воробель Р.А. *Логарифмічна обробка зображень*. Київ, Наукова думка, 2012.

[2] Ярославский Л.П. *Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии*. Москва, Радио и связь, 1987.

[3] Воробель Р.А. "Деякі підходи до побудови методів нерізкого маскування", *Математические машины и системы*, 2: 53-60, 1998.

[4] Narendra P.M., Fitch R.C. "Real-Time Contrast Enhancement", *IEEE Transactions on PAMI*, 6: 655-661, 1981.

[5] Воробель Р.А. "Визначення аналітичних функцій контрасту на основі трикутної норми Гамахера", *Відбір і обробка інформації*, 28(104): 103 – 109.

[6] Pătraşcu V., Buzuloiu V. A "Mathematical Model for Logarithmic Image Processing", *The 5-th World Multi–Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, SCI2001, July 22–25, 2001, Orlando, USA. 13: 117-122.

[7] Alsina C., Frank M.J., Schweizer B. *Associative Functions. Triangular Norms and Copulas*, Hackensack, London, Singapore World Scientific, 2006.