Комбінаторні конфігурації в задачах обчислювального інтелекту

Надія Тимофієва

МННЦ ІТіС НАНУ та МОН України, Київ, Україна
тел.: (044) 502 63 65, e-mail: TymNad@gmail.com

Abstract

In this paper we analyze the properties of combinatorial configurations in the problems of calculable intellect, which are taken to the problems of combinatorial optimization. These configurations can be used as an argument of objective function so by the input data. An argument of combinatorial configuration appears from the elements of one or a few base sets, and their combinatorial sets can be as finite so infinite. By input data, as a rule, they come forward in the problems of pattern recognition. This can be speech, electrocardiograms, and encephalogram. These signals are described by combinatorial configurations such as placing with reiterations. It determines the unclearness of input data.

1. Вступ

Багато задач з обчислювального інтелекту зводяться до задач комбінаторної оптимізації. Для їхнього моделювання необхідно сформулювати цільову функцію та визначити її аргумент, яким є комбінаторні конфігурації різних типів. Наприклад, такі задачі як розпізнавання мовленнєвих сигналів та задача клінічної діагностики розділяються на підзадачі, а цільова функція в них залежить від кількох змінних, таких як розбиття n-елементної множини на підмножини, розміщення з повтореннями та сполучення з повтореннями. Можна довести, що ці задачі подібні за аргументом цільової функції [1]. За цією ознакою для їхнього розв'язання розробляються подібні обчислювальні схеми.

Інформаційний та мовленнєвий простори мають комбінаторну природу, а їхньою точкою, якій відповідають мовленневі сигнали, електрокардіграми, електроенцефалограми є така комбінаторна конфігурація як розміщення з повтореннями. В розпізнаванні вони виступають як вхідні дані. Розглянемо ці властивості задач обчислювального інтелекту детальніше.

2. Загальна постановка задачі комбінаторної оптимізації

Задачі комбінаторної оптимізації, як правило, задаються однією або кількома множинами, наприклад A і B, елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множини *базовими*. Наявні два типи задач. В *першому* типі кожну з цих множин подамо у вигляді графа, вершинами якого є її елементи, а кожному ребру поставлено у відповідність число $c_{lt} \in R$, яке називають вагою ребра (R – множина дійсних чисел), $l \in \{1,...,n\}$, $t \in \{1,..., \tilde{n}\}$, n – кількість елементів множини A, $\tilde{n}$ – кількість елементів множини B. Покладемо, що $n = \tilde{n}$. Між елементами цих множин існують зв'язки, числове значення яких назвемо вагами. Величини c_{lt} назвемо *вхідними* даними і задамо їх матрицями. В *другому* типі задач між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа $v_j \in R$, $j \in \{1,...,n\}$, яким у відповідність поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задаються скінченними послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини визначають значення цільової функції.

Для обох типів задач із елементів однієї або кількох із заданих множин, наприклад $a_l \in A$, $l \in \{1,...,n\}$, утворюється комбінаторна множина W – сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах w комбінаторної множини W вводиться цільова функція $F(w)$. Необхідно знайти елемент w^* множини W, для якого $F(w)$ набуває екстремального значення при виконанні заданих обмежень.

Під комбінаторною конфігурацією розуміємо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів заданої базової множини $A = \{a_1,..., a_n\}$. Позначимо її упорядкованою множиною $w^k = (w_1^k,..., w_\eta^k)$, де $\eta \in \{1,...,n\}$ – кількість елементів у w^k (в подальшому η позначатимемо і як η^k), $W = \{w^k\}_1^q$ – множина комбінаторних конфігурацій. Верхній індекс k ($k \in \{1,...,q\}$) у w^k позначає порядковий номер w^k у W, q – кількість w^k у W.

Означення 1. Рекурентним комбінаторним оператором назвемо сукупність правил, за допомогою яких з елементів базової множини A утворюється комбінаторна конфігурація w^k. Різноманітні типи комбінаторних конфігурацій утворюються за допомогою трьох рекурентних комбінаторних операторів: вибирання, транспозиція, арифметичний [2].

Означення 2. Дві нетотожні комбінаторні конфігурації $w^k = (w_1^k,..., w_{\eta^k}^k)$ і $w^i = (w_1^i,..., w_{\eta^i}^i)$ назвемо ізоморфними, якщо $\eta^k = \eta^i$.

Означення 3. Підмножину $W_{\eta^k} \subset W$ назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації.

Уточнимо такі поняття як критерій та цільова функція.

Критерій – ознаки або властивості, які характеризують певний об'єкт або зв'язки між об'єктами і є вхідними даними.

Цільова функція – вираз, який формулюється на основі заданих критеріїв з урахуванням особливостей задачі та за яким обчислюється і оцінюється результат її розв’язку.

Як правило, цільову функцію ототожнюють з критеріями, а за її аргумент приймають вхідні дані. Але для одних і тих же критеріїв цільову функцію можна змоделювати по-різному, тобто оцінка проводиться за різними виразами і одержується різний результат. Її аргументом є комбінаторні конфігурації різних типів (перестановки, сполучення, розбиття n-елементної множини на підмножини тощо).

За способом обчислення цільової функції виділимо задачі комбінаторної оптимізації, у яких для певного варіанту розв'язання значення цільової функції обчислюється одночасно. Такі задачі назвемо статичними. Задачі, в яких в процесі їхнього розв'язання генерується поточна інформація, за якою оцінюється результат, а пошук оптимального розв'язку проводиться поетапно з обчисленням часткових сум цільової функції, назвемо динамічними.

3. Аргумент цільової функції в задачі клінічної діагностики та розпізнаванні мовленнєвих сигналів

Побудуємо математичну модель задачі клінічної діагностики та розпізнавання мовленнєвих сигналів з використанням теорії комбінаторної оптимізації. Обидві задачі полягають у знаходженні для вхідних даних (вхідного сигналу або множини ознак певного захворювання) найбільш правдоподібного еталонного з усіх можливих еталонних сигналів або ознак [1]. Для розв’язання цієї задачі необхідно провести пошук певного еталону в бібліотеці і порівняти його із вхідними даними.

Наведемо математичну постановку задачі клінічної діагностики як задачу комбінаторної оптимізації [3]. Позначимо $A=\{a_1,...,a_n)$ множину захворювань, описання яких знаходиться в бібліотеці (множина еталонів), де елемент $a_1 \in A,\ l \in \{1,...,n\}$, відповідає певному захворюванню, якому поставлено у відповідність характерні ознаки $V^{(t)}=(v_1^{(t)}, v_2^{(t)},..., v_{q_t}^{(t)})$, q_t – кількість ознак t-го захворювання. Вхідною інформацією в задачі клінічної діагностики є множина ознак $\tilde{V}=(\tilde{v}_1, \tilde{v}_2,..., \tilde{v}_{\tilde{q}})$, що описує одне або кілька захворювань. Позначимо їх $B=\{b_1,...,b_{\tilde{n}}\}$, де $b_t \in B$ – захворювання, яке потрібно визначити, $\tilde{n}$ – кількість можливих захворювань, а $q_t \neq \tilde{q}$ або $q_t = \tilde{q}$. Ознаки $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$ вхідної інформації мають той же зміст, що і описані в еталоні ознаки $v_s^{(t)} \in V^{(t)}$, $r \in \{1,...,\tilde{q}\}$, $s \in \{1,...,q_t\}$.

Розглянемо задачу розпізнавання мовленнєвих сигналів**.** Вона також задається двома базовими множинами $A^i=\{a_1^i,...,a_n^i\}$ та $B=\{b_1,...,b_{\tilde{n}}\}$, де $b_t \in B$ – значення сигналу у відліку t, $t=\overline{1,\tilde{n}}$, а $A_l^i \in A^i$ відповідає відліку еталонного сигналу, $l \in \{1,...,n\}$, $i \in \{1,...,q^{'}\}$, $q^{'}$ – кількість еталонних сигналів. Вхідними даними є ваги між елементами $b_t \in B$ і $a_l^i \in A^i$, які задано симетричною матрицею.

Розв’язок обох класів задач полягає у знаходженні для вхідних даних найбільш правдоподібної еталонної з усієї можливої еталонної інформації.

Як задача клінічної діагностики так і розпізнавання мовленнєвих сигналів розділяються на три підзадачі, а саме: структуризація бібліотеки еталонів (розв’язання задачі кластеризації), пошук у бібліотеці еталонної інформації, порівняння еталонної та вхідної інформації. Для обох класів задач аргументом цільової функції в першій підзадачі є розбиття n-елементної множини на підмножини, в другій – розміщення без повторень, а в третій – сполучення без повторень. Оскільки в цих задачах розміщення без повторень утворюється вибиранням елементів із двох базових множин, розглянемо таку комбінаторну конфігурацію як вибірки. З поняттям вибірки пов'язують як саму операцію виділення підмножин заданої множини, так і її результат: вибрану підмножину. Під вибіркою розуміємо вибрану підмножину (комбінаторну конфігурацію). Існують такі типи вибірок: упорядковані і неупорядковані. Неупорядковані це – сполучення без повторень і сполучення з повтореннями. Упорядковані це – розміщення з повтореннями і розміщення без повторень. Множина будь-якого типу вибірок складається з підмножин ізоморфних вибірок. Виходячи з викладеного, сформулюємо таку лему. Доведемо її для задачі клінчної діагностики. Аналогічно вона доводиться і для розпізнавання мовленнєвих сигналів.

Лема. Аргументом цільової функції в задачі порівняння вхідної інформації з бібліотечною є розміщення без повторень, яке утворюється вибиранням елементів із двох базових множин $\tilde{V}=(\tilde{v}_1, \tilde{v}_2,..., \tilde{v}_{\tilde{q}})$ та $V^{(t)}=(v_1^{(t)}, v_2^{(t)},..., v_{q_t}^{(t)})$.

Доведення. В задачі порівняння вхідної інформації з бібліотечною задано дві базові множини: $\tilde{V}=(\tilde{v}_1, \tilde{v}_2,..., \tilde{v}_{\tilde{q}})$ – множина ознак, які є вхідними даними, і $V^{(t)}=(v_1^{(t)}, v_2^{(t)},..., v_{q_t}^{(t)})$ – множина ознак t-го захворювання, описаного в бібліотеці. Для елемента $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$ з метою порівняння вибирається елемент $v_s^{(t)} \in V^{(t)}$. Утворена комбінаторна конфігурація складається з елементів двох базових множин, які в ній не повторюються і розміщуються парами. Якщо елементи різних пар поміняти місцями, то одержимо іншу комбінаторну конфігурацію. Отже, отримані комбінаторні конфігурації утворюються вибиранням і транспозицією. Так утворюється розміщення без повторень, що і потрібно було довести.

Лему доведено.

Наслідок. Якщо в задачах комбінаторної оптимізації порівнювані елементи перебувають у різних базових множинах, то комбінаторна конфігурація утворюється з елементів кількох таких множин.

4. Аргумент цільової функції в задачах кластеризації та класифікації

Задача кластеризації має місце в ропізнаванні мовленнєвих сигналів та клінічній діагностиці, а класифікація – в різних галузях, зокрема в біології, ботаніці тощо. В обох класах задач аргументом цільової функції є розбиття n-елементної базової множини A на η підмножин [4]. В залежності від поставленої задачі ця комбінаторна конфігурація може бути як скінченною так і нескінченною. Виділимо такі підзадачі:

а) задано скінченну базову множину A. Кількість кластерів може бути як задано так і не задано. Необхідно розподілити елементи базової множини по кластерах так, щоб останні не перетиналися. Ця задача зводиться до задачі кластеризації;

б) задано скінченну базову множину A. Кластери можуть бути як задано так і не задано. Елементи множини A розподіляються так, що один елемент може належати різним кластерам. В даному разі аргументом цільової функції є розбиття n-елементної множини A на η підмножин з повтореннями;

в) задано нескінченну базову множину, частина елементів якої відома, а частина визначається в процесі розв'язання задачі, тобто інформація поступає в процесі розв'язання задачі і змінюється в часі. Аргументом цільової функції в ній є часткове розбиття нескінченної множини A на η підмножин з повтореннями. В цьому разі уводиться часткова цільова функція і часткове розбиття.

Розглянемо задачу кластеризації. Назвемо множину підмножин $\rho = (\rho_1, ..., \rho_\eta)$ таку, що $\rho_p \cap \rho_s = \varnothing$, $\rho_1 \cup ... \cup \rho_\eta = A$, $p \neq l$, $\rho_p \neq \varnothing$, $p, s \in \{1, ..., \eta\}$. Непуста підмножина $\rho_p = \{a_1, ..., a_{\xi_p}\}$, $a_s \in A$, $s \in \{1, ..., n\}$, може мати від 1 до n елементів ($\xi_p \in \{1, ..., n\}$). Кількість підмножин ρ_p у розбитті ρ може бути від 1 до n ($\eta \in \{1, ..., n\}$). Їхню множину позначимо Θ.

Розбиття ρ у множині Θ утворюється двома рекурентними комбінаторними операторами: або арифметичним або транспозицією.

Дійсно, утворення ρ у множині Θ можна проводити таким чином, що елемент $a_l \in \rho$ з однієї підмножини забирається, а до другої добавляється. Якщо підмножина не містить жодного елемента, то вона забирається. По необхідності утворюється нова підмножина. Іншими словами, кількість підмножин ρ_p множини ρ і кількість у кожній з них елементів визначається певним розбиттям числа. Розбиття числа n утворюється арифметичним рекурентним комбінаторним оператором. Тобто, утворення розбиттів у Θ проводиться оговореним оператором.

Нескладно замітити, що при генеруванні множини Θ у деяких ρ елементи, які знаходяться в різних підмножинах, змінюють порядок їхнього слідування. Тому для утворення розбиттів необхідно, крім арифметичного рекурентного комбінаторного оператора використовувати і транспозицію.

Два розбиття ρ^k і ρ^i назвемо ізоморфними, якщо кількість їхніх підмножин однакова, і для будь-якої підмножини $\rho_p^k \subset \rho^k$ можна знайти у множині ρ^i підмножину ρ_s^i, яка не відрізняється від ρ_p^k кількістю елементів, а відрізняється самими елементами; $k, i \in \{1, ..., q\}$ – порядкові номера ρ^k і ρ^i у множині Θ, q – їхня кількість у Θ.

Підмножину $\Theta_\eta \subset \Theta$ назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації.

Для моделювання цільової функції в задачі кластеризації необхідно а) урахувати множину ознак заданих елементів; б) для визначення подібності елементів увести міру подібності; в) визначити спосіб оцінки кластера.

Використаємо такі способи оцінки кластера: 1) оптимізацію проводимо так, щоб сумарне значення ваг між елементами одного кластера було найбільшим; 2) оптимізацію проводимо так, щоб середнє значення ваг між елементами одного кластера було найбільшим. Як правило, одержаний за цими оцінками глобальний розв'язок у задачі кластеризації не завжди збігається з метою дослідження. Оскільки реальна структура вхідних даних у ній – невідома, то для точного розв'язання задачі оцінку кластера варто проводити за кількома цільовими функціями.

З вищевикладеного випливає, що для задачі кластеризації пошук певного розбиття n-елементної множини A на η підмножин і оцінка результату за змодельованими цільовми функціями проводиться одночасно, тобто вона є статичною.

Оскільки для перших двох задач розбиття утворюється із елементів скінченної множини, яке характерне для задачі кластеризації, розглянемо аргумент цільової функції для третьої задачі, яка є задачею класифікації. Уведемо базову нескінченну множину $\tilde{A}$, в якій елементи $\tilde{a}_1$ для $l = \overline{1, n}$ задано, а для $l > n$ визначаються в процесі розв'язання задачі. З відомих елементів $\tilde{a}_r \in \tilde{A}$, $r = \overline{1, q''}$, утворюємо часткове розбиття множини $\tilde{A}$ на η підмножин (блоків) $\tilde{\rho} = (\tilde{\rho}_1, ..., \tilde{\rho}_\eta)$, $q'' > n$ – кількість відомих елементів. Тоді множина підмножин $\tilde{\rho} = (\tilde{\rho}_1, ..., \tilde{\rho}_\eta)$ має такі характеристики: $\tilde{\rho}_1 \cup ... \cup \tilde{\rho}_\eta = \tilde{A}$, $\tilde{\rho}_p \cap \tilde{\rho}_s = \varnothing$ або $\tilde{\rho}_p \cap \tilde{\rho}_s \neq \varnothing$, $p \neq s$, $\tilde{\rho}_p \neq \varnothing$, $p, s \in \{1, ..., \eta\}$. Непуста підмножина $\tilde{\rho}_p = \{\tilde{a}_1, ..., \tilde{a}_{\xi_p}\}$ може мати від 1 до q^* елементів ($\xi_p \in \{1, ..., q^*\}$), $\eta \in \{1, ..., q''\}$, $q^* > q''$, $\tilde{a}_r = \tilde{a}_l$ або $\tilde{a}_r \neq \tilde{a}_l$, $\tilde{a}_r, \tilde{a}_l \in \rho_p$, $r, l \in \{1, ..., \xi_p\}$. Їхню множину позначимо $\tilde{\Theta}$.

Нескладно довести, що розбиття $\tilde{\rho}$ у множині $\tilde{\Theta}$ з елементів нескінченної множини утворюється трьома рекурентними комбінаторними операторами: вибиранням, арифметичним або транспозицією.

Як правило, при моделюванні задачі класифікації аргументом цільової функції вважають вхідні дані. Але в цій задачі оцінка результату проводиться за частковими цільовими функціями, аргументом якої є часткове розбиття нескінченної множини на підмножини з повтореннями.

В класифікації характеристика кластерів відома, об'єкти, які необхідно визначити, до якого вони класу відносяться, аналізуються не одночасно, а групами чи окремими елементами. Оскільки результат виначається не одночасно, а за частковою цільовою функцією, то задача класифікації відноситься до динамічних задач комбінаторної оптимізації.

5. Комбінаторні конфігурації як вхідні дані в задачах обчислювального інтелекту

В задачах розпізнавання мовленнєвих сигналів, електрокардіограм, електроенцефалограм тощо вхідними даними є саме ці сигнали. Для визначенння їхньої комбінаторної природи спочатку наведемо аксіоми знакового комбінаторного простору [5].

1. Знаковий комбінаторний простір існує в двох станах: спокої (згорнутий) і в динаміці (розгорнутий).

2. Згорнутий знаковий комбінаторний простір задається інформаційним знаком $\Re=<A, T, \Im, \Xi>$, який містить властивості розгорнутого простору певного типу, де A – одна або кілька базових множин, з елементів яких утворюються розгорнуті комбінаторні простори; T – типи комбінаторних конфігурацій, які є точками певного комбінаторного простору; $\Im$ – правила розгортання комбінаторного простору; Ξ – правила згортання простору певного типу з точок як одного так і кількох комбінаторних просторів. Згорнутий простір має властивості просторів, з яких він згорнувся.

3. Утворення із згорнутого розгорнутих комбінаторних просторів проводиться за рекурентними правилами. Точкою розгорнутого простору є комбінаторна конфігурація певного типу.

4. Розгортанню комбінаторного простору характерна властивість періодичності, яка випливає з рекурентного способу утворення і упорядкування комбінаторних конфігурацій.

Із згорнутого комбінаторного простору утворюються такі простори: частково розгорнуті, повні розгорнуті.

В літературі описано експерименти, пов'язані з динамікою мислення. При активізації мислення піддослідної миші спостерізається утворення кругових хвиль навколо точки певної ділянки мозку. Генеруванню множини комбінаторних конфігурацій характерна властивість періодичності, а їхнє утворення можна описати концентричними колами з центром, який задається інтервалом нульового рангу.

Виходячи з цих спостережень, знаковий інформаційний простір подамо як знаковий комбінаторний простір, який також існує в двох станах: спокої і динаміці. Згорнутий задається інформаційним знаком $\Re=<A, T, \Im, \Xi>$. Інформація перш за все пов'язана з функціонуванням людського мозку і перебуває в підсвідомості чи свідомості у вигляді образів, фрагментів мовлення тощо. Вважатимемо, що згорнутий інформаційний простір це – підсвідомість, елементи a_{l_j} базових множин $A_l \subset A$ – образи, фрагменти мовлення. Активізується підсвідомість мисленням – системою правил $\Im$, завдяки якій із елементів базових множин розгортається частково розгорнутий інформаційний простір – свідомість, що характеризується поняттями, думкою. Передача інформації (думки) проводиться за допомогою розгорнутого інформаційного простору, а саме: через мовленнєвий простір, завдяки жестам, рухам, за допомогою письма, графічних зображень. Точкою розгорнутого інформаційного простору є розміщення з повтореннями.

Розглянемо знаковий мовленнєвий простір. Мовленнєвий сигнал під дією певних чинників утворюється різноманітними комбінаціями активних і пасивних органів творення мови. Тому сукупність цих сигналів опишемо як знаковий комбінаторний простір. Під згорнутим мовленнєвим простором розуміємо інформаційний знак $\Re=<A, T, \Im, \Xi>$, де A – базова множина, елементам $a_1 \in A$ якої відповідають органи мовленнєвого тракту, $\Im$ – система правил, за допомогою яких комбінацією $a_l \in A$ розгортається природний мовленнєвий простір, T – розміщення з повтореннями, Ξ – правила згортання мовленнєвого простору завдяки слуховому апарату, $l \in \{1,...,n\}$. Частково розгорнутим мовленнєвим простором назвемо інфомаційний знак, елементи базової множини якого відповідають звукам, утворених з елементів $a_l \in A$ базової множини A згорнутого порстору, і систему правил, за допомогою яких комбінацією точок цього простору утворюється розгорнутий мовленнєвий простір.

Мовленнєві сигнали, що відповідають одному і тому ж слову, але вимовлені різними дикторами, відрізняються як частотою так і величиною амплітуди. Його можна описати упорядкованою послідовністю чисел. Тому точками мовленнєвого простору є вибірка – розміщення з повтореннями з n елементів $a_j \in A$ по η, в якій ураховується порядок елементів. Отримані розміщення з повтореннями для різних сигналів одного слова містять різну кількість елементів. Ця конфігурація одночасно є скінченною і нескінченною та визначає нечіткість вхідної інформації.

Процес розгортання сигналу, що характерний для роботи серця, також описується з використанням знакових комбінаторних просторів, а електрокардіограма подається як розміщення з повтореннями.

Висновок

Отже, задачі обчислювального інтелекту зводяться до задач комбінаторної оптимізації. Аргументом цільової функції в них є комбінаторні конфігурації різних типів. У задачах з розпізнавання мовленнєві сигнали, електрокардіограми, електроенцефалограми є вхідними даними. Ці сигнали описуються такою вибіркою як розміщення з повтореннями. Оскільки ця комбінаторна конфігурація на підмножині ізоморфних розміщень є скінченною, а на усій множині – нескінченною, то вона визначає нечіткість вхідної інформації.

Література

1. Тимофієва Н.К. Про подібність задач комбінаторної оптимізації та універсальність алгоритмів / Н.К. Тимофієва // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2013. – № 4. – С. 27–37.

2. Тимофеева Н.К. О способах образования аргумента целевой функции в задачах комбинаторной оптимизации Н.К. Тимофеева // Кибернетика и систем. анализ. – 2002. – № 6. – С. 96–103.

3. Тимофієва Н.К. Аргумент цільової функції в задачі клінічної діагностики / Н.К. Тимофієва, В.І. Гриценко // УСиМ.– 2012. – № 3 – С.3 – 14.

4. Тимофеева Н.К. О природе неопределенности и переменных критериях в задачах разбиения / Н.К. Тимофеева // Проблемы управления и информатики.– 2009, № 5. – С. 88–99.

5. Тимофієва Н.К. Комбінаторні, біологічні, мовленнєві та інформаційні простори / Н.К. Тимофієва // Вісн. Київськ. національного ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер. Кібернетика. – К.: Київськ. Національний ун-т ім. Тараса Шевченка, 2010. – № 10. – С. 31 –34.