

РЕСТАВРАЦІЯ АЕРОКОСМІЧНИХ ЗНІМКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕРСТРИПАЦІЇ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ

О.М. Литвин, С.Ю. Матвєєва

Українська інженерно-педагогічна академія,
E-mail: academ_mail@ukr.net; svetlana1980g@mail.ru

Summary. For treatment of results of radio-location of surface it is suggested to use the mathematical model of surface as formulas of spline- interstripation, that uses for renewal to the surface of her image on the system of intersecting (in general speaking) stripes. If stripes degenerate in a line, then interstripation і passes to interlineation. Interstripation also gives possibility to the transition from задання of mathematical model of surface with the use of інтерстріпації functions to other widely-used mathematical models of surfaces(for example, with the use of the system DEM)

Анотація. Для обробки даних радіолокації або аерокосмічної зйомки поверхні планети пропонується використовувати математичну модель поверхні у вигляді формул сплайн-інтерстріпації, які використовують для відновлення поверхні інформацію про неї на системі пересічних (у загальному випадку) смуг. Якщо смуги переходять в лінії, то інтерстріпація переходить в інтерлінацію. Інтерстріпація також надає можливість використання інших математичних моделей поверхонь (наприклад, системи DEM).

ВСТУП

На сьогоднішній день найбільш вживаною для опису поверхні планети на практиці є система DEM (digital elevation model). Ця система полягає в заміні поверхні планети або іншого космічного тіла багатогранної поверхнею, кожна грань якої є трикутником. Координати вершин цих трикутників задаються дослідником. Таким чином, при дистанційному зондуванні планети, в межах кожного такого трикутника структура досліджуваної частини поверхні планети вважається однорідною. На практиці сторони таких трикутників можуть бути досить великими, тому такий підхід для опису поверхні планети в ряді випадків потребує більш точного опису поверхні на деяких її частинах. Крім того включення в опис поверхні системою DEM деяких ліній, або відомих частин поверхонь, взагалі кажучи є складним завданням, яке вимагає дуже високої точності експериментальних даних. Наприклад, це стосується включення в опис таких ліній - як лінії підводного течії Гольфстрім або напрямків руху вітрів (пасатів, зокрема), або поверхні якої пустелі і т. д. Адже їх включення в опис поверхні як єдиного цілого вимагає роботи з кожним трикутником - гранню багатогранної поверхні в системі DEM - окремо.

Актуальною є задача побудови поверхні по неповної інформації про поверхню, що надходить у вигляді вертикальних і горизонтальних смуг, т.к. завдання повного покриття знімками поверхні трудомістка і економічно витратна. Відзначимо також велике значення для практики розпізнавання об'єктів вміння їх ідентифікувати (розпізнати) по неповної інформації про них. У зв'язку з цим, розробка та дослідження пропонованого в даній роботі методу інтерстріпації для опису поверхні між смугами (не обов'язково пересічними під прямими кутами) є актуальним завданням. Відзначимо також необхідність відновлення деяких ліній або поверхонь по неповної інформації про них при відновленні поверхні лопаток авіадвигунів, коли конструктори вважають, що лінія або поверхня в деяких частинах повинна мати відому геометричну конфігурацію (наприклад, лінія повинна бути частиною кола, поверхня може бути в даній області частиною еліпсоїда і т.д.) [1]. Пропонований в роботі метод інтерстріпації без сумніву може бути корисним при вирішенні задачі автоматизації картографування по неповної інформації.

На даний час відома теорія інтерлінації функцій двох змінних, що дозволяє відновлювати наближено функції за допомогою їхніх слідів на системі ліній, в загальному випадку пересічних [2-8].

В роботах [9-11] запропоновано і досліджено оператори інтерлокації, які дозволяють відновлювати функції двох і більше змінних за інформацією про них, заданої на системі деяких непересічних областей - локусів.

У даній роботі передбачається, що в кожній точці заданих зображень на смугах автори вважають якість зображення одним і тим же. Насправді в реальній ситуації необхідно враховувати, що зображення поверхні безпосередньо під орбітою супутника є більш якісним, ніж на великих відстанях від неї. Це істотно при використанні радіолокаторів бічного огляду. Цьому питанню Литвин О.М. з іншими авторами планують присвятити окрему роботу, в якій також для обліку нахилу будуть використані топографічні методи [12,13].

В роботі аналізуються наступні п'ять методів обчислення похідних першого порядку $\frac{d}{dx}f$ і $\frac{d}{dy}f$, а також обчислення змішаної похідної $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ за умови,

що функція $f(x, y)$ попіксельно відображає інтенсивність відбитого від поверхні світла (якщо зображення задається фотографією), або інтенсивність відбитого від поверхні електромагнітного випромінювання (якщо зображення отримано за допомогою радіолокатора):

а) для обчислення похідної $\frac{d}{dx} f$ в

точці (x, y) , де x і y номери пікселів по горизонталі й вертикалі в зображенні пропонується використовувати формулу

$$\frac{d}{dx} f(x, y) = f(x+1, y) - f(x, y), \quad \text{аналогічно}$$

$$\frac{d}{dy} f(x, y) = f(x, y+1) - f(x, y). \quad \text{Цей метод має}$$

найбільшу похибка оскільки використовує дані всього на двох сусідніх пікселях;

б) побудуємо інтерполяційний поліном

$$p2(x, y, x_1, x_2, x_3, f(x_1, y), f(x_2, y), f(x_3, y)) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} f(x_1, y) + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} f(x_2, y) + \frac{(x-x_2)(x-x_1)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} f(x_3, y)$$

і знаходимо

$$DX(x, y, x_1, x_2, x_3, f(x_1, y), f(x_2, y), f(x_3, y)) = \frac{d}{dx} p2(x, y, x_1, x_2, x_3, f(x_1, y), f(x_2, y), f(x_3, y))$$

знаходимо

$$DXL(x_1, y) = DX(x_1, x_1, x_2, x_3, f(x_1, y), f(x_2, y), f(x_3, y))$$

$$DXS(x_2, y) = DX(x_2, x_1, x_2, x_3, f(x_1, y), f(x_2, y), f(x_3, y))$$

$$DXR(x_3, y) = DX(x_3, x_1, x_2, x_3, f(x_1, y), f(x_2, y), f(x_3, y))$$

Цей метод знаходження похідних використовує значення інтенсивності зображення в трьох сусідніх точках x_1, x_2, x_3 . Він точніше, ніж метод а), але, враховуючи, що реальні дані на зображенні можуть відповідати функції $f(x, y)$ з великими градієнтами, рекомендуємо в даній роботі інтерполяцію за трьома точкам замінювати поліноміальною апроксимацією з використанням більшої кількості точок;

в) наприклад з використанням умов

$$p2(x, y, x_1, x_2, x_3, c) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} c_1(y) +$$

$$+ \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} c_2(y) +$$

$$+ \frac{(x-x_2)(x-x_1)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} c_3(y)$$

$$p2(x_1, y, x_1, x_2, x_3, c) = f(x_1, y)$$

$$p2(x_2, y, x_1, x_2, x_3, c) = f(x_2, y),$$

$$p2(x_3, y, x_1, x_2, x_3, c) = f(x_3, y),$$

$$p2\left(\frac{x_1+x_2}{2}, y, x_1, x_2, x_3, c\right) = \frac{f(x_1, y) + f(x_2, y)}{2},$$

$$p2\left(\frac{x_2+x_3}{2}, y, x_1, x_2, x_3, c\right) = \frac{f(x_2, y) + f(x_3, y)}{2}.$$

Відомі $c_1(y)$, $c_2(y)$, $c_3(y)$ шукаємо методом найменших квадратів.

Цей метод дозволяє отримувати більш точні значення похідних, ніж метод а) і б).

г)) припустимо, що нам треба відновити похідні по x в точках (X_{M_1}, y) і (X_{M_2}, y) , при умові, що $X_{M_2} - X_{M_1} \geq 2$. Будемо використовувати

для цього базисні інтерполяційні сплайни другого ступеня на нерівномірній сітці вузлів, явні формули для якої викладені в [14], за умови, що у вузлах $X_{M_1+1}, \dots, X_{M_2-1}$ не задається ніяка інформація про

поверхню (такий випадок може бути при реставрації знімків - див. приклад). Вважаємо також, що інформація про поверхню задана в точках $X_1, \dots, X_{M_1}, X_{M_2}, \dots, X_M$ (на практиці досить

використовувати не всі значення $f(X_1, y), \dots, f(X_M, y)$, а тільки значення $f(X_{M_1-3}, y), f(X_{M_1-2}, y), f(X_{M_1-1}, y), f(X_{M_1}, y)$),

аналогічно при знаходженні похідної в точці (X_{M_2}, y) достатньо використовувати тільки значення $f(X_{M_2}, y), f(X_{M_2+1}, y), f(X_{M_2+2}, y), f(X_{M_2+3}, y)$.

Побудуємо інтерполяційний сплайн другого ступеня з використанням явних формул [14]

$$S(x, X) = \begin{cases} 0, \text{если } x \leq X_1 \\ \frac{(x-X_1)^2}{X_2-X_1}, \text{если } X_1 < x \leq X_2 \\ X_3 - X_1 + \frac{(x-X_3)^2}{X_2-X_3} - \frac{(x-X_2)^2(X_3-X_1)}{(X_3-X_2)(X_4-X_2)} \text{если } X_2 < x \leq X_3 \\ \frac{(X_3-X_1)(X_4-X_3)}{X_4-X_2} - \frac{(x-X_4)^2 - (X_2-X_3)^2}{X_3-X_4} \cdot \frac{X_3-X_1}{X_4-X_2} \text{если } X_3 < x < X_4 \\ 0, \text{если } x \geq X_4 \end{cases}$$

де $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}$. Зазначимо, що він має

неперервну першу похідну на всій вісі, де

$$\frac{d}{dx} S(x, X) = \begin{cases} 0, \text{если } x \leq X_1 \\ \frac{2(x-X_1)}{X_2-X_1}, \text{если } X_1 < x \leq X_2 \\ \frac{2(x-X_3)}{X_2-X_3} - \frac{2(x-X_2)(X_3-X_1)}{(X_3-X_2)(X_4-X_2)} \text{если } X_2 < x \leq X_3 \\ -\frac{2(x-X_4)}{X_3-X_4} \cdot \frac{X_3-X_1}{X_4-X_2} \text{если } X_3 < x < X_4 \\ 0, \text{если } x \geq X_4 \end{cases}$$

Введемо матрицю вузлів, k -ий стовпчик якої

має такий вигляд $XX^{(k)} = \begin{pmatrix} X_k \\ X_{k+1} \\ X_{k+2} \\ X_{k+3} \end{pmatrix}$, де $k = \overline{1, M}$.

Введемо позначення $SS(x, XX, k) = S(x, XX^{(k)})$,

невідомі $C_k(y)$ у формулі

$$O(x, XX, C) = \sum_{k=1}^M C_k(y) SS(x, XX, k) \quad \text{знаходимо з}$$

УМОВИ $j(C) \rightarrow \min_{C(y)}$, де

$$j(C(y)) = \sum_{p=1}^M (B_p(y) - \sum_{k=1}^M C_k(y) SS((XX^{(k)})_2, XX, k))^2 +$$

$$+ \sum_{p=1}^{M_1-1} \left(\frac{B_p(y) + B_{p+1}(y)}{2} - \sum_{k=1}^M C_k SS\left(\frac{(XX^{(p)})_2 + (XX^{(p)})_3}{2}, XX, k\right) \right)^2 +$$

$$+ \sum_{p=M_2}^{M-1} \left(\frac{B_p(y) + B_{p+1}(y)}{2} - \sum_{k=1}^M C_k SS\left(\frac{(XX^{(p)})_2 + (XX^{(p)})_3}{2}, XX, k\right) \right)^2 +$$

$$\sum_{q=1}^2 \left(\frac{\bar{X}_q - X_{M_2}}{X_{M_1} - X_{M_2}} f(X_{M_1}, y) + \frac{\bar{X}_q - X_{M_1}}{X_{M_2} - X_{M_1}} f(X_{M_2}, y) - \sum_{k=1}^M C_k(y) SS(\bar{X}_q, XX, k) \right)^2,$$

де $B^T = [f(x_1, y), f(x_2, y), \dots, f(x_M, y)]$ и $\bar{X}_1 = X_{M_1} + \frac{X_{M_2} - X_{M_1}}{3}$, $\bar{X}_2 = X_{M_1} + \frac{2(X_{M_2} - X_{M_1})}{3}$.

Знаходимо по ній похідні по x і аналогічно по y , і мішаним похідні;

д) зазначимо, що для обчислення похідних моделюючої поверхні на кордонах смуг слід враховувати наявність розривів на реальних аерокосмічних зображеннях, для цього автори пропонують використовувати розривні сплайни для відновлення реальних поверхонь за їх аерокосмічними знімками або радіолокаційними даними [15 - 17].

Розглянемо нижче реальний приклад даних отриманих СА Венера 9 [18], в якому продемонстровано можливості запропонованих методів для реставрації зображення.

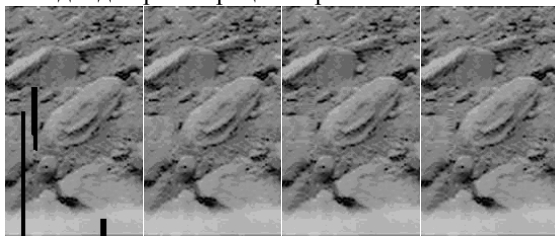


Рис. 1. а) зображення, отримане СА Венера 9; б) оригінал зображення поверхні; в) відреставроване зображення інтерполяційним поліномом; г) відреставроване зображення апроксимаційним сплайном другого ступеня на нерівномірній сітці вузлів.

Пропонований метод інтерстріпації був авторами запатентований [19, 20].

ВИСНОВКИ

В роботі запропонована теорія інтерстріпації функцій $f(x, y)$ за допомогою даних про f на системі смуг, отриманих за допомогою аерокосмічної фотозйомки або радіолокаційного зондування поверхні планети. Функція $f(x, y)$ може бути інтенсивністю освітлення поверхні в точці (x, y) , відстанню від точки (x, y) до поверхні планети і т.п. Теорія інтерлінації та інтерфлетації дозволяє будувати оператори, які

наближають $f(x)$, $x = (x_1, x_2, x_3)$ за допомогою нетрадиційних експериментальних даних - слідів наближуваних функцій та їх похідних на заданій системі ліній або поверхонь, а інтерстріпації - на заданій системі смуг. На основі цієї теорії запропонований метод відновлення поверхні планети між заданою системою смуг (паралельних або пересічних), якщо інформація про поверхню задана в точках зазначених смуг. Запропоновані оператори названі операторами інтерстріпації і можуть використовувати знімки, отримані за допомогою аерокосмічної зйомки або дані сканування поверхні за допомогою радіолокатора, розміщеного на штучному супутнику планети, який рухається вздовж відповідних смуг. Прикладами таких оптичних та радіолокаційних супутників можуть бути зокрема RASAT (Туреччина), NigeriaSat-2 і NigeriaSat-X (Нігерія), EduSat (Італія), AprizeSat-5 і AprizeSat-6 (США), Terra (США), WorldView-2 (США), TerraSAR-X (Німеччина), RADARSAT-1/2 (Канада), СІЧ 2 (Україні) та ін.

Автори вважають, що теорія цифрової обробки даних про поверхню планети повинна включити в свій арсенал теорію інтерстріпації функцій на системі пересічних смуг.

ЛІТЕРАТУРА

1. Литвин О.О., Кулик С.І., Ткаченко О.В., Матвєєва С.Ю., Черняк О.О. Оператори інтерполяції функцій однієї змінної, що збігаються з нею на заданих відрізках області наближення//Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». збірник наукових праць. Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». - 2012. - №27. – 242 с.
2. Литвин О.М., Матвєєва С.Ю. Інтерлінація та інтерфлетація функцій багатьох змінних та її застосування у картографії //Національне картографування: стан, проблеми та перспективи розвитку: збірник наукових праць. – К.: ДНВП «Картографія», 2005.–Вип. 2. – С. 22 – 24.
3. Литвин О.М., Матвєєва С.Ю., Межуєв В.І. Метамодель для математичного моделювання поверхні тіла на основі даних радіолокації//Управляющие системы и машины: международный научный журнал, 2010. –№3, С.33-47.
4. Литвин О.М., Матвєєва С.Ю. Метод відновлення поверхні між смугами за допомогою інформації про поверхню на взаємноперпендикулярних смугах//Управляющие системы и машины: международный научный журнал, 2011. –№1, С.33-41.
5. Матвєєва С.Ю. Метод побудови цифрових карт за допомогою інтерлінації та інтерфлетації функцій//Питання оптимізації обчислень, 2005.С. 145.

6. *Литвин О.М.* Методи обчислень. Додаткові розділи: Навч. посіб. – К.: Наук. думка, 2005. – 344 с.

7. *Литвин О.М.* Інтерлінація та інтерфлетация функцій і структурний метод В.Л. Рвачова // Математичні методи та фізико-механічні поля. - №4. - 2007. -С.61-82.

8. *Литвин О.М.* Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Харків: Основа. 2002 - 544 с/

9. *Рвачев В.Л., Шейко Т.Н., Шати́ро В.* Обобщенные интерполяционные формулы Лагранжа - Эрмита на произвольных локусах (интерлокационные операторы теории R-функций) // Пробл. машиностроения. - 1998. - т. 1, №3-4. - С. 150-166.

10. *Рвачев В.Л., Шати́ро В., Шейко Т.И.* Применение метода R-функций к построению уравнений локусов, обладающих симметрией // Электромагнита, волны и электронные системы. - 1999. — т.4, № 4. - С. 4-20.

11. *Уваров Р.О.* Інтерлокаційні формули RFM та їх реалізація в системах POLYE /Автореферат канд. дис. ІПМаш НАНУ.-2003.

12. *Литвин О.М. , Литвин О.О. , Тарасюк А.П.* Метод відновлення висоти колон на прямій за допомогою світла, відбитого від колон під різними кутами. Обчислювальні методи і системи перетворення інформації. Зб. праць наук.-техн. конф. 7-8 жовтня 2010, - Львів, 2010. – С. 244-248.

13. *Литвин О.М. , Литвин О.О., Тарасюк А.П.* Метод відновлення висоти колон у заданій області за допомогою сумарних інтенсивностей світла, відбитого від колон під різними кутами. XLIV науково-практична конференція науково - педагогічних працівників, науковців, аспірантів та співробітників УПА, 4 частина – Харків: УПА, - 2011. - С. 16-17.

14. *Литвин О.М.* Математичне моделювання процесів інтерполяційними сплайнами на нерегулярній сітці вузлів/ О.М. Литвин,

О.В.Ткаченко // Доповіді НАН України . –2010. – №1. – С. 34-39.

15. *Литвин О.М. Першина Ю.І.* Наближення розривних функцій кусково-лінійними інтерполяційними розривними сплайнами на трикутній сітці вузлів// Доповіді НАНУ. - 2012. – №1. – С. 38-43

16. *Литвин О.М. Першина Ю.І.* Побудова інтерполяційних, апроксимаційних та інтерлінаційних сплайнів з використанням трапецевидних елементів/ Вісник НТУ «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2012.– № 2 – С. 141-152.

17. *Литвин О.М. Першина Ю.І.* Наближення розривних функцій розривними сплайнами з використанням криволінійних трапецій/ Інформатика та системні науки (ІСН-2012): матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції 1-3 березня 2012р. / за ред. д.ф.-м.н., проф. Ємця О.О.– Полтава, -2012р. – С.172-175.

18. <http://e-science.ru/forum/lofiversion/index.php/t36199.html>

19. *Матвеева С.Ю., Литвин О.М., Межуєв В.І.* Спосіб відновлення зображення по часткових даних, розташованих на двох парах взаємно перпендикулярних смуг. Патент на корисну модель №67900. Зареєстровано в державному реєстрі патентів України на корисні моделі 01.08.2011.

20. *Матвеева С.Ю., Литвин О.М., Межуєв В.І.* Спосіб відновлення зображення по часткових даних, розташованих на паралельних смугах. Патент на корисну модель №67904. Зареєстровано в державному реєстрі патентів України на корисні моделі 01.08.2011.

21. *Mario Costantini, Salvatore Falko, Fabio Malvarosa, Federico Minati* Identification and analysis of persistent scatterers in series of sar images. Patent Application Publication. Pub.No.: US 2011/0163911 A1. Pub. Date: Jul. 7,2011.