Модифікована математична модель в системі розпізнавання двовимірних зображень

[1]А.Г. Буда, [1]Т.Б. Мартинюк, [2]Л. М. Куперштейн

[1]Вінницький національний технічний університет, Україна
[2]Вінницький фінансово-економічний університет, Україна
antbu@ukr.net

Аннотація

В статті пропонується нова модифікована математична модель – «центр-образ». Доведені властивості модифікованої математичної моделі: існування, єдності та стійкості «центра-образу», що підтверджує коректність вибраної моделі.

Математично досліджується відносне розташування точок стислого зображення, виділяються його властивості ознаки, що є зручними для класифікації симетричних зображень.

Перетворення зображення в стисле, його математичне обґрунтування та виділення класів ознак має технічну реалізацію. Пропонуються еталони стислих симетричних зображень та перетворення їх в оптичні (зорові) образи. Апаратурна реалізація використовує ефективну оптико-електронну елементну базу з незначними енергетичними затратами.

1. Вступ

В теорії розпізнавання образів особлива увага надається вибору опису зображення та отриманню інформації, особливо для пристроїв попередньої обробки та аналізу зображень.

В практичних цілях перетворення зображень по методу Фур'є використовується лише для виявлення контуру, але не передбачає центрування зображень та їх стиснення.

В задачі, яка цікавить нас, головним питанням є визначення силуету зображення об'єкту, властивостей вибраної математичної моделі та розробка структурної схеми системи розпізнавання симетричних зображень.

2. Означення та постановка задачі

Використаємо фундаментальні поняття теорії моментів з метою створення деякого математичного апарату [1, 2].

Нехай в площині *XOY* задана зв'язана область Ω з позитивною функцією яскравості двох змінних $f(x,y)$. Функцію $f(x,y)$ розглядатимемо у всій площині *X, Y*, а ззовні область Ω визначимо нулем (рис. 1).

Це відповідає тому, що при математичному дослідженні область Ω знаходиться в першому квадранті координатної площини *XOY*.

Згідно рис. 1 зображення $[\Omega, f(x,y)]$ перетворено у сукупність точок "центра-образа" – $\{A_{\alpha\beta}\}$. Під зображенням будемо розуміти сукупність заданих Ω і $f(x,y)$ та позначати відповідно $[\Omega, f(x,y)]$. Введемо головне визначення "центра-образа" заданого зображення.

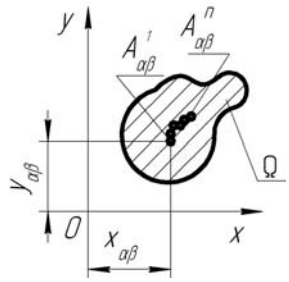


Рис. 1. Геометричний зміст «центру-образу»

Означення 1: Точка $A_0(x_0,y_0) \subset \Omega$ називається "центром-образом" зображення $[\Omega, f(x,y)]$, якщо виконується така рівність:

$$\iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_0}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x>x_0}} f(x,y)dxdy\ ,$$
$$\iint\limits_{\substack{\Omega \\ y<y_0}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{\substack{\Omega \\ y>y_0}} f(x,y)dxdy. \qquad (1)$$

Означення 2: Точка $A_{\alpha\beta}(x_{\alpha\beta}, y_{\alpha\beta}) \subset \Omega$ називається "центром-образом" порядків α, β зображення $[\Omega, f(x,y)]$, якщо виконується така рівність:

$$\begin{cases} \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_{\alpha\beta}}} \left|x^\alpha y^\beta f\ \ (x,y)\right| dxdy = \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x>x_{\alpha\beta}}} \left|x^\alpha y^\beta f\ \ (x,y)\right| dxdy\ , \\ \iint\limits_{\substack{\Omega \\ y<y_{\alpha\beta}}} \left|x^\alpha y^\beta f\ \ (x,y)\right| dxdy = \iint\limits_{\substack{\Omega \\ y>y_{\alpha\beta}}} \left|x^\alpha y^\beta f\ \ (x,y)\right| dxdy. \end{cases} \qquad (2)$$

3. Властивості модифікованої математичної моделі

Дослідимо властивості "центра-образа".

Властивість 1: "Центр-образ" будь-якого зображення існує і знаходиться в області мінімального прямокутника, описаного навколо цього зображення (рис. 2).

Доведення: Нехай задана область Ω і функція $f(x,y)\geq 0$. Область Ω знаходиться між лініями $y = c$, $y = d$. Введемо функцію:

$$F_Y(\xi) = \iint\limits_{\Omega'} x^\alpha y^\beta f(x,y)dxdy\ ,$$

де $\Omega' = \Omega \cap [c, \xi] * [a, b]$.

Визначимо властивості $F_y(\xi)$, $\xi \subset [c, d]$.

1) $F_y(c) = 0$, $F_Y(d) = m_{\alpha\beta}$;
2) можна показати, що якщо $f(x,y)$ – кусково-безперервна, то $F_y(\xi)$ – безперервна.

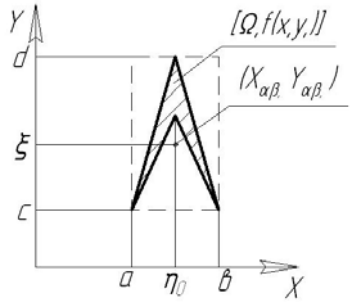


Рис. 2. Існування «центра-образа»

Якщо $m^*_{\alpha\beta} = m_{\alpha\beta}/2$, то $\xi_0 = Y_{\alpha\beta}$, це значить, що $y_{\alpha\beta} \subset [c, d]$.

Аналогічно покажемо, що $X_{\alpha\beta} \subset [a, b]$. В цьому випадку для функції

$$F_X(\eta) = \iint\limits_{\Omega''} x^\alpha y^\beta f(x,y)dxdy ,$$

де $\Omega'' = \Omega \cap [a, \eta] * [c, d]$.

Визначимо властивості $F_x(\eta)$, $\eta \subset [a, b]$.

1) $F_x(a) = 0$, $F_x(b) = m_{\alpha\beta}$;
2) покажемо, що якщо $f(x,y)$ – кусково-безперервна, то F_x – безперервна.

Застосуємо теорему Коші [3] про проміжне значення безперервної функції $F_x(\eta)$, що $\exists$ точка $\eta_0 \subset [a, b]$, $F_x(\eta_0) = m^*_{\alpha\beta}$, де $m^*_{\alpha\beta} \in (0, m_{\alpha\beta})$.

Якщо $m^*_{\alpha\beta} = m_{\alpha\beta}/2$, то $\eta_0 = x_{\alpha\beta}$, а це означає, що $x_{\alpha\beta} \subset [a, b]$.

Властивість 2: "Центр-образ" зображення $[\Omega, f(x,y)]$ єдиний.

Доведення виконуємо від протилежного. Нехай точки $A(x_0,y_0)$ та $A^1(x_0',y_0')$ не збігаються з "центрами-образами" зображення $[\Omega, f(x,y)]$ (рис. 3).

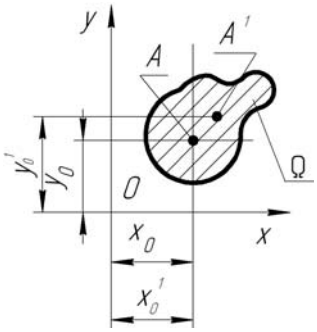


Рис. 3. Єдиність "центра-образа"

Для визначеності будемо вважати, що $x_0=x_0'$, $x_0<x_0'$. Згідно визначення "центра-образа", запишемо:

$$\iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_0'}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x>x_0'}} f(x,y)dxdy. \qquad (3)$$

Розподіл зображення Ω, $f(x,y)$ на частини $x<x_0$ та $x>x_0$ здійснюється по лінії, інтеграл відносно якої дорівнює нулю. Нехай

$$\iint\limits_{\Omega} f(x,y)dxdy ,$$

тоді із визначення "центра-образа"

$$\iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_0}} f(x,y)dxdy = \frac{I}{2}, \quad \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x>x_0}} f(x,y)dxdy = \frac{I}{2} .$$

Врахуємо два можливих варіанти

$$I - \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_0}} f(x,y)dxdy - \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x>x_0'}} f(x,y)dxdy = I - \frac{I}{2} - \frac{I}{2} = 0.$$

$$I - \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_0}} f(x,y)dxdy - \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x>x_0'}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{\substack{\Omega \\ x<x_0<x_0'}} f(x,y)dxdy \neq 0,$$

оскільки $f(x,y) > 0$. Із цього протиріччя виходить, що $x_0 = x_0'$.

Нехай у вихідну інформацію (рис. 4, а), що задана областю Ω та функцією $f_1(x,y)$, введена випадкова похибка певного рівня (рис. 4, б). Слід чекати, що зміна вихідних даних $[\Omega, f_2(x,y)]$ внесе за собою зміни вихідних даних, наприклад, моментів $m_{\alpha\beta}$ порядків α, β.

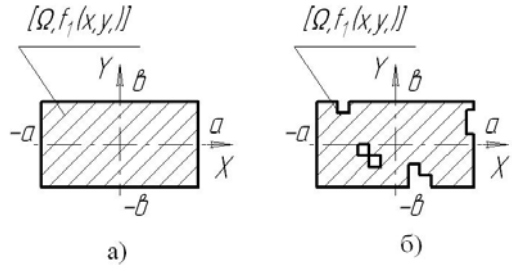


Рис. 4. Стійкість "центра-образа"

Властивість 3: (стійкість "центра-образа"). Нехай функції $f_1(x,y)$ та $f_2(x,y)$, задані на замкненій області Ω, для яких обчислені моменти:

$$m_{\alpha\beta} = \iint\limits_{\Omega} x^\alpha y^\beta f_1(x,y)dxdy , \qquad (4)$$

$$m_{\alpha\beta} = \iint\limits_{\Omega} x^\alpha y^\beta f_2(x,y)dxdy , \qquad (5)$$

$$\max_{(x,y)\subset\Omega} \left| f_1(x,y) - f_2(x,y) \right| = E, \qquad (6)$$

тоді $|m'_{\alpha\beta} - m''_{\alpha\beta}| \le kE$, де k – залежить тільки від Ω.

Доведення:

$$\left| m'_{\alpha\beta} - m''_{\alpha\beta} \right| = \left| \iint\limits_{\Omega} x^\alpha y^\beta f_1(x,y)dxdy - \iint\limits_{\Omega} x^\alpha y^\beta f_2(x,y)dxdy \right| =$$

$$= \left| \iint\limits_{\Omega} x^\alpha y^\beta [f_1(x,y) - f_2(x,y)dxdy] \right| \le \left| \iint\limits_{\Omega} x^\alpha y^\beta [f_1(x,y) - f_2(x,y)] \right| dxdy =$$

$$= \iint\limits_{\Omega} \left| x^\alpha \right| \left| y^\beta \right| \left| f_1(x,y) - f_2(x,y) \right| dxdy \le A \cdot B \iint\limits_{\Omega} Edxdy = A \cdot B \cdot E \cdot mes\Omega,$$

де $A = max\,|x^\alpha|$, $B = max\,|y^\beta|$, $mes\,\Omega$ – площа області Ω.

Розглянемо, яке значення мають отримані константи, у випадку прямокутної фігури, обмеженої $x = -a$, $x = a$, $y = -b$, $y = b$ (рис. 4, а) [4]:

$$mes\,\Omega = m_{00} = 2a \cdot 2b = 4ab$$

$$A = a^\alpha, B = b^\beta,$$

$$|m'_{\alpha\beta} - m''_{\alpha\beta}| \le 4a^{\alpha+1}b^{\beta+1} |f_1 - f_2|.$$

Отже, якщо дві функції $f_1(x,y)=f_2(x,y)$ на фіксованій області Ω збігаються, то їх відповідні моменти збігаються, тобто $m'_{\alpha\beta}=m''_{\alpha\beta}$. Якщо функції $f_1(x,y)$ та $f_2(x,y)$ відрізняються мало, то їх відповідні моменти відрізняються мало, а також точки "центра образа", що отримані за допомогою цих моментів, відрізняються мало.

Таким чином, на підставі трьох властивостей, доведених вище, можна сформулювати теорему:

Теорема: "Центр-образ" будь-якого зображення існує, єдиний, стійкий і перебуває в області мінімального прямокутника, описаного навколо цього зображення. Доведення цієї теореми виходить із властивостей 1-3.

Перетворення зображення (стиснення) в сукупність точок [5] полегшує аналіз зображень певного класу в пристроях попередньої обробки зображень [6].

4. Математичне виділення ознак

Для виділення наступних властивостей симетрії розглядатимемо області, для яких властива симетрія, а також функції, задані на них, володітимуть властивостями, аналогічними парності та непарності для функції однієї змінної.

Властивість 1: Нехай область Ω, а Y – вісь симетрії, функція яскравості f задана таким чином, що $f(-x, y)=f(x,y)$, тоді точки «центра-образа» всіх порядків α, β належать осі Y (рис. 5).

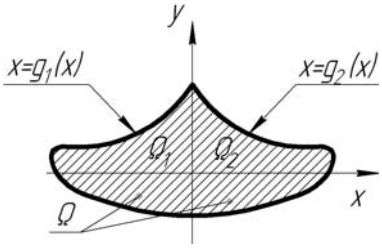


Рис. 5. Зображення з осьовою симетрією

Для доказу цього факту досить показати виконання рівності:

$$\iint_{\Omega_1} x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)dxdy = \iint_{\Omega_2} x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)dxdy, \qquad (7)$$

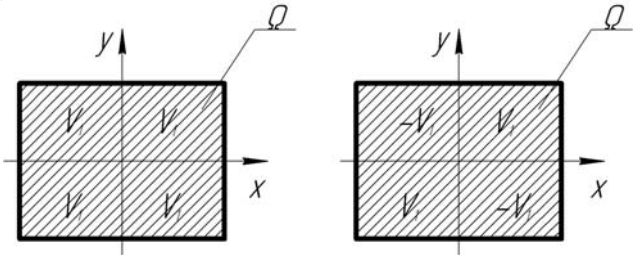
лівий та правий інтеграли перепишемо у вигляді:

$$\int_a^b \int_{g_1(y)}^0 x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)dxdy, \quad \text{та} \quad \int_a^b \int_0^{g_2(y)} x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)dxdy.$$

Враховуючи, що $g_2(y)= g_1(-y)$ та $f(-x, y)= f(x,y)$, переконуємося в рівності лівого та правого інтегралів. Аналогічно можна довести, якщо вісь X є віссю симетрії.

Властивість 2: Нехай область Ω має центр O та дві осі симетрії X,Y, а для функції $f(x,y)$ виконується умова: $f(x,y)= f(-x, y)= f(x, -y)= f(-x, -y)$, тоді всі точки «центра-образа» збігаються з початком координат (рис. 6, а, б).

Не зменшуючи спільності, вважатимемо область Ω прямокутником, а функцію $f(x,y)$ позитивною. Тоді схематично враховуючи, що інтеграл від позитивної функції по області чисельно дорівнює об'єму V_1, що знаходиться між графіком цієї функції та площиною XOY. Відповідно матимемо: рис. 6, а (α, β – парні); рис. 6, б (α, β – непарні).



а) б)

Рис. 6. Зображення з центром та двома осями симетрії

Якщо для першого випадку (рис. 6, а) вісь Y врівноважує правий та лівий інтеграли, то вісь X – верхній та нижній. У другому випадку (рис. 6, б) вісь Y врівноважує лівий та правий інтеграли. Оскільки обидва стають рівними нулю, вісь X врівноважує нижній та верхній, тому що обидва рівні нулю.

Лівий інтеграл може бути переписаний у вигляді:

$$\int_a^b dy \int_{g_1(y)}^0 |x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)|\, dx, \quad \text{та} \quad \int_a^b dy \int_0^{g_2(y)} |x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)|\, dx.$$

Враховуючи, що $g_2(y)= g_1(-y)$ та $f(-x, y)= f(x,y)$, переконуємося в рівності лівого та правого інтегралів. Аналогічно можна довести якщо вісь X є віссю симетрії.

Властивість 3: Нехай область Ω задана в першому квадранті та має центр симетрії (x_0, y_0), а для функції яскравості виконується умова $f(-x, y)= f(x, y)$, тоді точки «центра-образа» збігаються з центром зображення, якщо один з порядків α, β врівноваженого моменту дорівнює нулю (рис. 7).

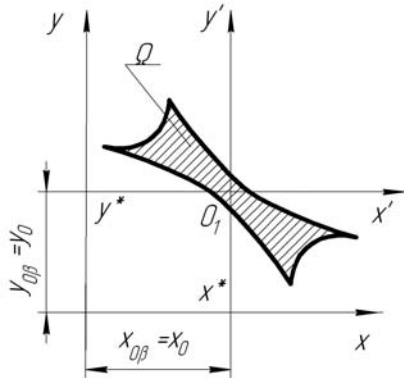


Рис. 7. Зображення з центром симетрії

Згідно визначення «центра-образа» запишемо:

$$\iint_{\substack{\Omega \\ x<x^*}} |x - x_0|^{\alpha}\, dxdy = \iint_{\substack{\Omega \\ x>x^*}} |x - x_0|^{\alpha}\, dxdy. \qquad (8)$$

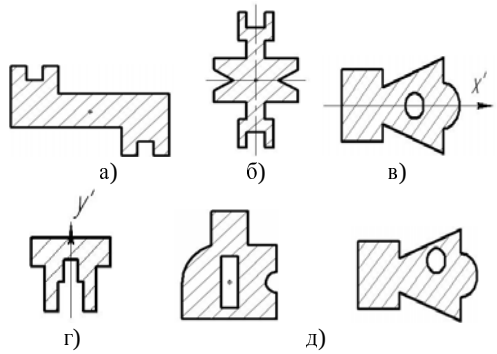
З виразу (8) визначається шукана $x_{\alpha\beta}$. Аналогічно можна визначити $y'_{\alpha\beta}$, використовуючи рівність:

$$\iint_{\substack{\Omega \\ y<y^*}} |y - y_0|^{\beta}\, dxdy = \iint_{\substack{\Omega \\ y>y^*}} |y - y_0|^{\beta}\, dxdy. \qquad (9)$$

Враховуючи, що $x^*=x_0$, $y^*=y_0$ переконуємося в справедливості властивості 3.

5. Класифікація зображень

Нижче показані плоскі силуети (рис. 8, а – д) зображень, що відповідають певному класу: з центром симетрії; з центром та двома осями симетрії, однією віссю симетрії, несиметричні зображення.



а) б) в)

г) д)

Рис. 8. Зображення плоских силуетів

6. Технічне рішення

Система, яка реалізує формування еталонів симетричних зображень [7] у процесі розпізнавання останніх, складається з оптичного блока обробки (БО), який містить перший блок зсуву (центрування) з проекціювальною оптикою, блок повороту зображення, другий блок зсуву, два канали обробки зображень, кожен з яких містить мультиплікатор світлового потоку, формувач сигналів статичних моментів і блока керування (рис. 9).

Робота системи починається з подання сигналу „Запуск” на блок керування, в який по відповідним шинам записуються вхідні величини: N – кількість стовпців; M – кількість рядків зсуву зображення; L – число поворотів зображень; K – число комплектів масок.

Блок керування складається з двох частин: мікропрограмного пристрою керування МПК та аналізатора симетричності об'єктів.

Схема МПК не є складною, тому вибір ПЛІС дуже широкий. Для реалізації було обрано ПЛІС фірми ALTERA MAX7000(E)S, оскільки існує безкоштовний повнофункціональний САПР MAX+PLUS II.

Результати моделювання схеми МПК за допомогою САПР підтвердили можливість його реалізації в одному корпусі ПЛІС MAX7000(E)S.

Вихідними сигналами для аналізатора є вислідні сигнали Z1, Z2, Z3: одиничне значення сигналу Z1 свідчить про центральну симетрію зображення; одиничне значення сигналу Z2 свідчить про осьову симетрію. Вихідними сигналами для аналізатора є вислідні сигнали Z1, Z2, Z3: одиничне значення сигналу Z1 свідчить про центральну симетрію зображення; одиничне значення сигналу Z2 свідчить про осьову симетрію зображення; одиничне значення сигналу Z3 фіксує несиметричність зображення.

Блок керування на відповідному виході формує спочатку адреси в блоках зміни комплектів тіньових масок, що відповідають визначенню та зрівноважуванню статичних моментів першого порядку. Після завершення первинного центрування у двох формувачах для здійснення повторних центрувань блоком керування будуть сформовані конкретні адреси комплектів масок, які однозначно відповідають визначенню та зрівноважуванню статичних моментів більш високих порядків.

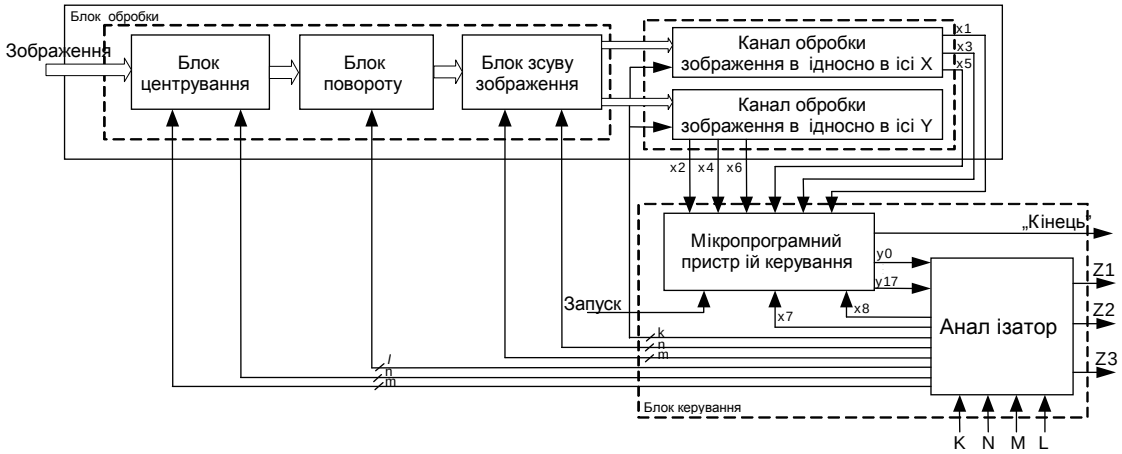


Рис. 9. Система реалізації формування еталонів

7. Висновки

1. Запропонована математична модель є достатньо коректною, дозволяє вести стиснення зображень та підтверджує практичність її застосування.

2. Формування еталонів зображень можна реалізувати на перспективній елементній базі – програмованих логічних ІС (ПЛІС).

8. Література

[1] Анисимов Б.В. Распознавание и цифровая обработка зображений / Б. В. Анисимов, В. Д. Курганов, В. К. Злобин – М. : Высшая школа, 1983. – 295 с.

[2] Куафе Ф. Взаимодействие робота с внешней средой : Пер. с франц. / Ф. Куафе – М. : Мир, 1985. – 285 с.

[3] Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц – М.: Наука, 1970. – Т.1. – 607с.

[4] Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики / Ю.М. Коршунов – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 495с.

[5] Буда А. Г. / Методи побудови моментних форм та виділення класифікаційних ознак / А. Г. Буда, Т.Б. Мартинюк, О.В. Король // Праці 9-ї Всеукраїнської міжнародної конференції «УкрОбраз 2008». – Київ, 2008 – с. 35 – 38.

[6] Патент України 52678, МПК G06 K9/00, G06 K9/58, G06 K9/52. Пристрій для розпізнавання симетричності зображень об’єктів/ А.Г. Буда, Т. Б. Мартинюк, А. В. Кожем’яко, В. І. Андрущенко; Заявник і патентовласник ВНТУ – №99021033, заявл. 23.02.99; опубл. 15.01.03, Бюл. №1.

[7] Буда А.Г. Еталони зцентрованих зображень, отриманих на новітній базі / А.Г. Буда, Т.Б. Мартинюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 5. – С. 75 – 78.