

Визначення границь областей з використанням узагальненої моделі логарифмічної обробки зображення

Роман Воробель, Володимир Боцян

Відділ обчислювальних методів і систем перетворення інформації Фізико-механічного
інституту ім. Г. В. Карпенка НАН України
vorobel@ipm.lviv.ua, botsian@ipm.lviv.ua

Анотація

У роботі розглянуто застосування узагальненої логарифмічної моделі обробки зображень, частковим випадком якої є модель Жорлін і Пінолі та модель Патраску, для виділення границь областей з використанням градієнтних операторів. Досліджено вплив значень керуючого параметра моделі на якість виділення границь з метою вибору його оптимального значення. Результати досліджень проілюстровано прикладами.

This article examines the use of generalized logarithmic image processing model, a special case which is a model of Jourlin-Pinoli and Patrascu model, for differential-based edge detection. The influence of model parameter values of controlling the quality of the selection of boundaries in order to choose its optimal value was investigated. The research results are illustrated by examples.

1. Вступ

Необхідним попереднім етапом розпізнавання об'єктів на зображенні є його сегментація, тобто розбиття на частини, які піддаються однаково опису в просторі обраних ознак. Найпростіше виконується сегментація зображень, які складаються з однорідних за яскравістю областей [1]. І тут важлива роль відводиться засобам виділення границь областей, адже за їх допомогою отримуємо компактне подання зображення, зручне для подальшого аналізу. Не зважаючи на багаторічну історію розвитку методів виділення границь, все ще існують можливості для поліпшення їх якості [2, 3]. У цій роботі розглянемо використання базових градієнтних методів для виділення границь областей. При цьому будемо виходити з того, що зображення є функцією $v(x, y)$, $x, y \in R^2$, де $v(x, y) \geq 0$, диференційованою всюди і в довільному напрямку. На початку охарактеризуємо моделі Жорлін і Пінолі логарифмічної обробки зображень (ЛОЗ) та модель Патраску. Потім розглянемо узагальнену модель ЛОЗ, описану у роботі [1], та представимо підходи до виділення границь на основі такої моделі.

2. Застосування логарифмічної моделі обробки зображень до виділення границь

Модель ЛОЗ була започатковано публікаціями [4, 5]. Вона базується на фізичних властивостях проходження світла через частково поглинаюче середовище і використовує алгебру, яка оперує тільки з додатними

числами, зокрема віднімання та множення на скаляр можливе тільки для додатних чисел.

У роботі [10] описано підхід використання моделі ЛОЗ Жорлін і Пінолі до виділення границь. Елементи інтервалу $(-\infty, M)$, де $M > 0$, названо рівнями сірого та позначено через u і v . З операціями додавання

$$v(x, y) \oplus w(x, y) = v(x, y) + w(x, y) - \frac{v(x, y) \cdot w(x, y)}{M} \quad (1)$$

і множення

$$\alpha \otimes v(x, y) = M - M \cdot \left(1 - \frac{v(x, y)}{M}\right)^\alpha \quad (2)$$

множина рівнів сірого утворює векторний простір E_0 . Цей векторний простір є алгебраїчно ізоморфний до простору R дійсних чисел через перетворення φ_0 :

$$\varphi_0(v) = -M \cdot \ln\left(1 - \frac{v}{M}\right).$$

Операція віднімання описується виразом

$$v(x, y) \ominus w(x, y) = M \cdot \frac{v(x, y) - w(x, y)}{M - w(x, y)}. \quad (3)$$

Перетворення φ_0 названо фундаментальним ізоморфізмом, а безпосереднє ізоморфне перетворення визначається як $\tilde{v} = \varphi_0(v)$, де \tilde{v} є дійсним числом. Обернене ізоморфне перетворення визначається як $\varphi_0^{-1}(\tilde{v}) = M \cdot (1 - \exp(-\frac{\tilde{v}}{M}))$. При цьому скалярний добуток двох рівнів сірого описується виразом $(v | w)_{E_0} = \varphi_0(v) \cdot \varphi_0(w)$, евклідова норма рівнів сірого подається як $\|v\|_{E_0} = |\varphi(v)|_R$, де $|\cdot|_R$ є абсолютним значенням функції дійсної змінної, а евклідова відстань між двома рівнями сірого визначається як $d_{E_0}(v, w) = |\varphi(v) - \varphi(w)|_{E_0}$. Тому простір рівнів сірого E_0 є евклідовим, банаховим і метричним.

У роботі [10] Денг розширив поняття тону (рівня) сірого на двовимірний вектор, який назвав вектором тону сірого. Вектор тону сірого, який позначається як v , визначається парою тонів сірого v_1 і v_2 : $v = (v_1, v_2)$.

Денг узагальнив математичні операції з простору рівнів сірого E_0 на простір векторів тону сірого E_0^2 . При цьому простір тону сірого є ізоморфним двовимірному простору R^2 через перетворення $q(v) = (\varphi(v_1), \varphi(v_2))$.

Причому модуль такого вектора визначається як

$$v = M \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{\tilde{v}_1^2 + \tilde{v}_2^2}}{M}\right)\right). \quad (4)$$

Використовуючи цей підхід у роботі [10] запропоновано

метод визначення границь зображення шляхом обчислення оператора Собела з застосуванням арифметичних операцій алгебри ЛОЗ Жорлін і Пінолі [4, 5] – додавання \oplus (1), множення на скаляр \otimes (2) та віднімання \ominus (3). Тому, представляючи маску оператора Собела як вікно просторової області розміром 3×3 елементи

v_1	v_2	v_3
v_4	v_0	v_5
v_6	v_7	v_8

визначають вектор тону сірого $g(g_x, g_y)$ за допомогою виразів $g_x = (v_1 \oplus 2 \otimes v_4 \oplus v_6) \ominus (v_3 \oplus 2 \otimes v_5 \oplus v_8)$ та $g_y = (v_1 \oplus 2 \otimes v_2 \oplus v_3) \ominus (v_6 \oplus 2 \otimes v_7 \oplus v_8)$. Безпосереднє значення модуля вектора знаходять за аналогією з виразом (4) як

$$g = M \cdot (1 - \exp(-\sqrt{g_x^2 + g_y^2} / M)).$$

Однак використання такої моделі ЛОЗ не дає можливості керувати чутливістю виділення границь областей зображення. Тому доцільним є використання узагальненої логарифмічної моделі для реалізації запропонованого у роботі [10] методу.

3. Моделі ЛОЗ

В розвиток моделі Жорлін і Пінолі у роботах [6, 7] Патраску запропонував іншу модель ЛОЗ, яка дозволяє оперувати як з додатними, так і від'ємними числами, і за операцію додавання використовує суму Ейнштейна (перетворення Лоренца). У роботах [8, 9] Воробель узагальнив відомі моделі ЛОЗ узагальненою параметричною моделлю, яка усуває зазначені вище недоліки та через наявність керуючого параметра стала гнучкою і багатифункціональною. В ній використано лінійне перетворення рівнів сірого з проміжку $[0, M]$ в проміжок $(-M, M)$. Для множини рівнів сірого $E \in (-M, M)$ побудовано універсальну алгебру з двома бінарними операціями типу $\langle 2, 2 \rangle$, чи як ще її називають алгебраїчну структуру дійсного векторного простору з означеними у ньому додаванням $\langle + \rangle_p$, множенням на дійсний скаляр $\langle \times \rangle_p$ та скалярним добутком $(\cdot \cdot)_E$, завдяки чому сформовано евклідов простір рівнів сірого. Множина елементів (векторів) E над полем дійсних скалярів R утворює векторний простір $(E; \langle + \rangle_p, \langle \times \rangle_p)$. Описана алгебра оперує дійсними числами різних знаків. При цьому для $E \in (-M, M)$, де $M > 0$, $\forall u, v \in E$ та $\forall \alpha \in R$ поелементні операції додавання $u \langle + \rangle_p v$ та множення на скаляр $\alpha \langle \times \rangle_p u$ реалізуються за виразами

$$u \langle + \rangle_p v = \text{sign}(u + v) \times \frac{|u + v| + (1 - k) \cdot (p - 2) \cdot u \cdot v / M}{1 + (p - 1) \cdot u \cdot v / M^2 + k \cdot (p - 2) \cdot \min(|u|, |v|) / M} \quad (5)$$

$$\text{де } \text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & \text{якщо } x < 0, \\ 0, & \text{якщо } x = 0, \\ 1, & \text{якщо } x > 0, \end{cases} \quad k = \begin{cases} 0, & \text{якщо} \\ \text{sign}(u) = \text{sign}(v), \\ 1, & \text{якщо} \\ \text{sign}(u) = -\text{sign}(v), \end{cases}$$

$$\alpha \langle \times \rangle_p u = \text{sign}(\alpha \cdot u) \cdot M \cdot \frac{(M + (p - 1) \cdot |u|)^{|\alpha|} - (M - |u|)^{|\alpha|}}{(M + (p - 1) \cdot |u|)^{|\alpha|} + (p - 1) \cdot (M - |u|)^\alpha} \quad (6)$$

а операція віднімання описується виразом $u \langle - \rangle_p v = \text{sign}(u - v) \times$

$$\times \frac{|u - v| - k \cdot (p - 2) \cdot u \cdot v / M}{1 - (p - 1) \cdot u \cdot v / M^2 + (1 - k) \cdot (p - 2) \cdot \min(|u|, |v|) / M} \quad (7)$$

Побудованій векторній структурі властивий фундаментальний ізоморфізм, який однозначно відображає елементи простору E у простір дійсних чисел R через нелінійну функцію $\varphi_p : E \rightarrow R$:

$$\varphi_p : u \rightarrow \varphi_p(u) = -\text{sign}(u) \cdot \frac{M}{p} \cdot \ln\left(\frac{M - |u|}{M + (p - 1) \cdot |u|}\right) \quad (8)$$

та обернену їй $\varphi_p^{-1} : R \rightarrow E$

$$\varphi_p^{-1} : u \rightarrow \varphi_p^{-1}(u) = -\text{sign}(u) \cdot M \cdot \frac{1 - \exp(-|u| \cdot \frac{p}{M})}{1 + (p - 1) \cdot \exp(-|u| \cdot \frac{p}{M})} \quad (9)$$

Графічне представлення функції фундаментального ізоморфізму за різних значень параметра p подано на рисунку 1. При цьому зазначаємо, що функція ізоморфізму асимптотично наближається до значень $\pm \infty$ якщо $p \rightarrow \pm M$.

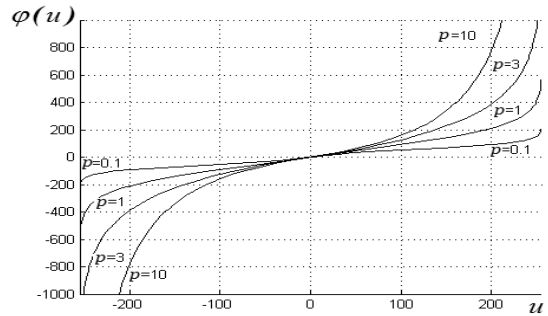


Рисунок 1: Графічне представлення функції ізоморфізму за різних значень параметра p .

З графічного подання функції фундаментального ізоморфізму зрозуміла суть практичного застосування запропонованої узагальненої логарифмічної моделі. Її особливості полягають у відображенні підвищеної чутливості до рівнів сірого, близьких за значенням як до найнижчого рівня сірого (чорного) так і до найвищого рівня сірого (білого) елементів зображення.

Ізоморфізм φ_p (3) верифікується такими властивостями:

- а) $\varphi(u \langle + \rangle_p v) = \varphi(u) + \varphi(v)$, $\forall u, v \in E$;
- б) $\varphi(\alpha \langle \times \rangle_p u) = \alpha \cdot \varphi(u)$, $\alpha \in R$, $\forall u \in E$.

Скалярний добуток двох рівнів сірого $(\cdot|\cdot)_E : E \times E \rightarrow R$ визначається зі збереженням ізоморфізму (8):

$$(u|v)_E = \varphi(u) \cdot \varphi(v), \quad \forall u, v \in E.$$

Так означений скалярний добуток $(\cdot|\cdot)_E$ на просторі рівнів сірого задає евклідов простір. Норма $\|\cdot\|_E : E \rightarrow R^+$ визначається через скалярний добуток

$$\forall u \in E \quad \|u\|_E = \sqrt{(u|u)_E} = |\varphi(u)|, \quad \forall u \in E.$$

Використовуючи таку узагальнену модель ЛОЗ, яка базується на універсальній алгебрі двох змінних з двома арифметичними операціями, реалізуємо метод визначення границь областей на зображенні.

4. Виділення границь областей на зображенні з використанням узагальненої моделі ЛОЗ

Алгоритм реалізації методу виділення границь на основі узагальненої моделі ЛОЗ для вхідного зображення з рівнями сірого $[0, M)$ полягає у послідовному виконанні таких дій:

а) лінійно перетворюємо рівні сірого кожного елемента вхідного зображення у проміжне зображення з рівнями сірого в проміжку $(-M, M)$;

б) отримане проміжне зображення відображаємо у логарифмічну область використовуючи для цього формулу (8) фундаментального ізоморфізму $\varphi_p : E \rightarrow R$;

в) у логарифмічній області формуємо зображення, рівень сірого кожного елемента якого обчислюються з використанням оператора Собела для просторової маски в 3×3 елементи зі звичайними операціями додавання, множення та віднімання;

г) отримане нове зображення відображаємо з логарифмічної області у область $(-M, M)$, використовуючи для цього функцію (9), обернену до прямої функції фундаментального ізоморфізму, $\varphi_p^{-1} : R \rightarrow E$;

р) формуємо результуюче зображення шляхом лінійного (або за модулем – залежно від постановки задачі) перетворення рівнів сірого з $(-M, M)$ до $[0, M)$.

Зазначимо при цьому, що взамін кроків б)–г) можна безпосередньо обчислювати оператор Собела поелементно, використовуючи для цього операції на основі узагальненої моделі ЛОЗ (5)-(7):

$$g_x^p = (v_1(+)_p 2(\times)_p v_4(+)_p v_6(-)_p (v_3(+)_p 2(\times)_p v_5(+)_p v_8),$$

$$g_y^p = (v_1(+)_p 2(\times)_p v_2(+)_p v_3(-)_p (v_6(+)_p 2(\times)_p v_7(+)_p v_8).$$

Для порівняння результатів виділення границь визначаємо узагальнені абсолютні контрасти отриманих напівтонових зображень за виразом [11]

$$C_{gen}^{abs} = \frac{1}{2 \cdot v_{max}} \sum_{v=v_{min}}^{v_{max}} |2 \cdot |v - \bar{v}| + v_{max} - |2 \cdot |v - \bar{v}| - v_{max}| \cdot H(v)$$

де v_{max} є максимально допустимою кількістю рівнів сірого елемента зображення, v_{min} та v_{max} – відповідно мінімальний та максимальний рівень сірого зображення, \bar{v} – середньоарифметичне значення рівнів сірого усіх елементів зображення, а $H(v)$ – кількість елементів

зображення з рівнем сірого v , поділена на загальну кількість елементів зображення.

Експериментальні дослідження проводилися зі зображеннями House та Air-force розміром 256×256 елементів. Порівнювалися класичний підхід Собела, підхід Денга-Пінолі та запропонований. При цьому визначався узагальнений контраст зображення залежно від керуючого параметра p та знаходилися границі як перші найтемніші 10% пікселів зображення. Візуально найкращі результати спостерігалися при значеннях p , для яких функція узагальненого контрасту змінювала вид опуклості (рис. 2-г та 3-г). Рисунок 2-д та 3-д отримані за максимальних значень C_{gen}^{abs} .

5. Висновки

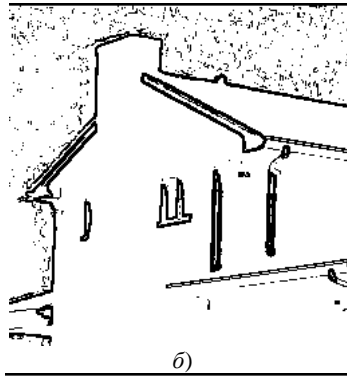
Проведені дослідження використання узагальненої моделі логарифмічної обробки зображень засвідчили її ефективність через додаткову гнучкість, зумовлену наявністю керуючого параметра. Завдяки цьому можна вибирати зображення з оптимально виділеними границями. Це підтверджує корисність такої моделі ЛОЗ.

6. Література

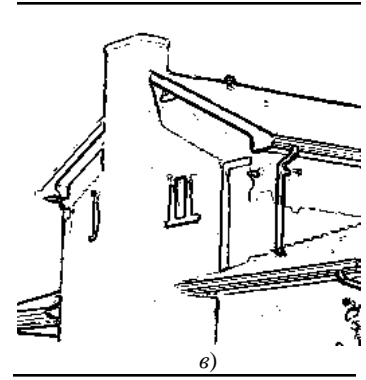
- [1] Бакут П.А., Колмогоров Г.С., “Сегментация изображений: методы выделения границ областей”, *Зарубежная радиоэлектроника*, 10: 25–47, 1987.
- [2] Pratt W.K., *Digital image processing*, New York, John Wiley & Sons, 3rd ed., 2001.
- [3] Russ J.C., *The image processing handbook*, CRC, Boca Raton, FL, 4th ed., 2002.
- [4] Jourlin M., Pinoli J.-C., “A Model for Logarithmic Image Processing”, *Journal of Microscopy*, 149(1): 21–35, 1988.
- [5] Jourlin M., Pinoli J.-C., “A Model for Logarithmic Image Processing”, *Département de Mathématiques, Université de Saint-Etienne*, 3: Décembre 1985.
- [6] Pătrașcu V., Buzuloiu V., “A Mathematical Model for Logarithmic Image Processing”, *The 5th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics, SCI2001*, 13: 117–122, July 22–25, Orlando, USA, 2001.
- [7] Pătrașcu V., “Gray Level Image Enhancement Method Using the Logarithmic Model”, *Acta Tehnica Napocensis, Electronics and Telecommunications*, Cluj-Napoca, Romania, 43(2): 39-50, 2003.
- [8] Воробель Р. А., “Логарифмічна обробка зображень. Ч. 1: Базова модель”, *Відбір і обробка інформації*. – Вип. 31(107): 26–35, 2009.
- [9] Воробель Р. А., “Логарифмічна обробка зображень. Ч. 2: Узагальнена модель”, *Відбір і обробка інформації*. – Вип. 31(107): 36–46, 2009.
- [10] Deng G., Pinoli J.-C., “Differentiation-Based Edge Detection Using the Logarithmic Image Processing Model”, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 8: 161-180, 1998.
- [11] Воробель Р.А., “Сприйняття сюжетних зображень та кількісна оцінка їх контрасту на основі лінійного опису визначення контрастності елементів”, *Доповіді НАН України*, 9: 103–108, 1998.



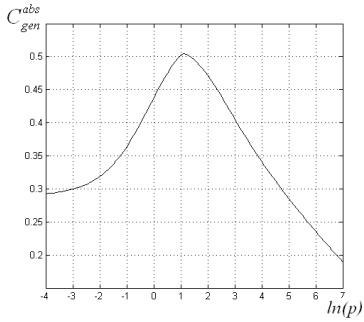
a)



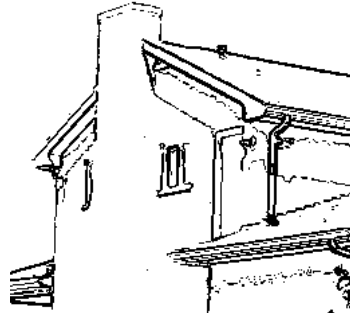
б)



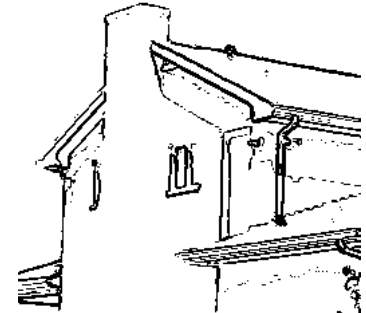
в)



г)



r)

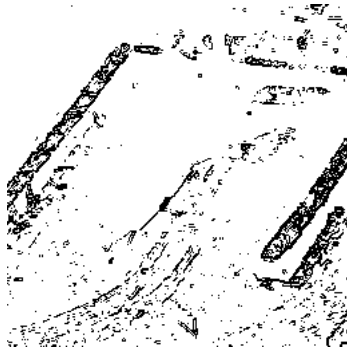


д)

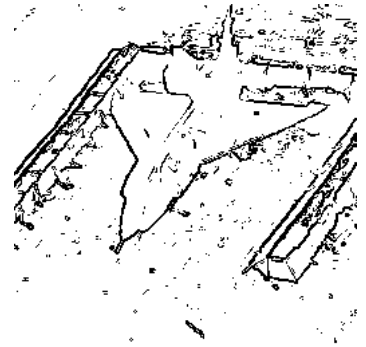
Рисунок 2: Вхідне зображення “House” a) та його обробка класичним методом Собела б), методом Денга-Пінолі в), графік зміни контрасту C_{gen}^{abs} залежно від $Ln(p)$ г), обробка запропонованим методом, якщо $p = 0,74$ r) та якщо $p = 3,0$ д).



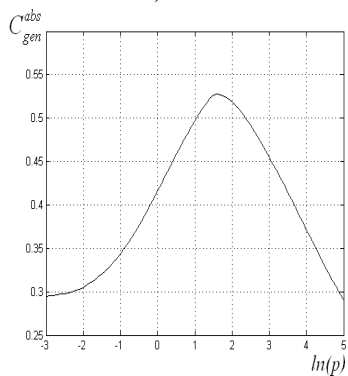
a)



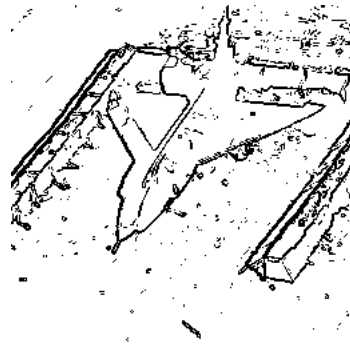
б)



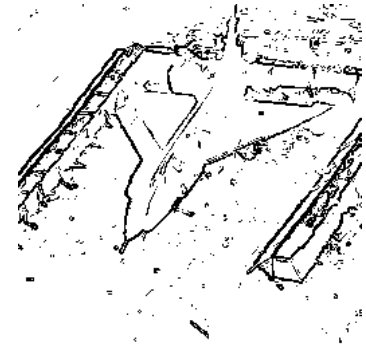
в)



г)



r)



д)

Рисунок 3: Вхідне зображення “Air-force” a) та його обробка класичним методом Собела б), методом Денга-Пінолі в), графік зміни контрасту C_{gen}^{abs} залежно від $Ln(p)$ г), обробка запропонованим методом, якщо $p = 0,74$ r) та якщо $p = 4,95$ д).