Покращання кольорових зображень з використанням узагальненої моделі логарифмічної обробки зображення

Роман Воробель, Теодор Мандзій

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України
vorobel@ipm.lviv.ua, teodor_mandziy@ipm.lviv.ua

Анотація

In this work usage of generalized logarithmic image processing model for image enhancement is considered. Model is made more flexible and more efficient in practical implementation by introducing additional adjustable parameter. Experimental results are demonstrated by examples.

У роботі розглянуто застосування узагальненої моделі логарифмічної обробки зображень для покращання якості кольорових зображень з використанням нечіткості. Наявність у новій моделі керуючого параметра робить її більш гнучкою та ефективнішою в практичній реалізації. Результати досліджень проілюстровано прикладами.

1. Вступ

Покращання зображень є одним з важливих етапів попередньої обробки. При цьому для розв’язку такої задачі використовують обробку в просторовій [1] та частотній [2] областях та застосовують нечітку логіку [3]. Однак заслуговує на увагу підхід, який полягає у використання гомоморфної фільтрації, введеної Оппенгеймом [4] та розвинутої Стокхемом [5] для зображень, що отримані через відбите світло, та які подають це зображення мультиплікативною структурою, в якій одна складова – це складова освітлення, а друга складова – відбиваюча здатність об’єкта. Основна ідея цього підходу полягає у використання логарифмічного гомоморфізму, завдяки якому добуток складових подається їх сумою. Ця властивість є класичною і використовується в теорії лінійної фільтрації. Водночас інший підхід, який теж призводить до використання добутку складових, був запропонований Жорлін та Пінолі [6] і полягає у використанні фізичних властивостей проходження світла через поглинаюче середовище. У роботі ж [7] Патраску описав логарифмічну модель зображення, яка базується на використанні за операцію додавання суми Ейнштейна та застосував її разом з процедурою введення нечіткості для покращання якості кольорових зображень [8]. Однак цей підхід не забезпечує належного управління процедурою покращання якості кольорових зображень. Тому він заслуговує на більш повне вивчення та подальший розвиток. Для цього візьмемо його за основу, а також використаємо узагальнену модель логарифмічної обробки зображень (ЛОЗ), описану у роботі [9]. Опишемо далі узагальнену модель ЛОЗ Воробля [9], підхід використання нечіткості Параску [8] для покращання кольорових зображень та застосуємо для його реалізації узагальнену модель ЛОЗ.

2. Узагальнена модель ЛОЗ [9]

Модель ЛОЗ, яка описана у роботі [9], базується на універсальній алгебрі двох змінних з двома арифметичними операціями і є алгебраїчною структурою векторного простору. Для векторного простору рівнів сірого елементів зображення приймемо, що вони належать множині $E=(-M,M)$, де $M>0$. На цій множині означені операція додавання $\langle+\rangle_p$, множення на дійсний скаляр $\langle\times\rangle_p$, скалярний добуток $(\cdot|\cdot)_E$ і норма $\|\cdot\|_E$, які формують евклідовий простір рівнів сірого елементів зображення.

Додавання. Сума $u\langle+\rangle_p v$ двох рівнів сірого $\forall u,v\in E$ визначається як

$$u\langle+\rangle_p v = sign\,(u+v)\times$$
$$\times\frac{|u+v|+(1-k)\cdot(p-2)\cdot u\cdot v/M}{1+(p-1)\cdot u\cdot v/M^2+k\cdot(p-2)\cdot\min(|u|,|v|)/M} \qquad (1)$$

де $p>0$,

$$sign(x)=\begin{cases}-1, \text{якщо } x<0,\\ 0, \text{якщо } x=0,\\ 1 \text{ якщо } x>1,\end{cases}\quad k=\begin{cases}0, \text{якщо } sign(u)=sign(v),\\ 1 \text{ якщо } sign(u)=-sign(v).\end{cases}$$

Для так означеної операції додавання справджуються аксіоми комутативності, асоціативності, в множині E існує однозначний нульовий елемент, яким є число 0, та кожному елементу u множини E відповідає однозначно визначений протилежний елемент $\overline{u}=-u$. Разом з множиною E операція додавання (1) утворює абелеву групу. З врахування властивостей протилежного елемента операція віднімання двох рівнів сірого $\forall u,v\in E$ описується виразом

$$u\langle-\rangle_p v = sign\,(u-v)\times$$
$$\times\frac{|u-v|-k\cdot(p-2)\cdot u\cdot v/M}{1-(p-1)\cdot u\cdot v/M^2+(1-k)\cdot(p-2)\cdot\min(|u|,|v|)/M}. \qquad (2)$$

Множення на скаляр. Операція $\langle\times\rangle_p$ множення рівня сірого u на дійсний скаляр α описується виразом

$$\alpha\langle\times\rangle_p u =$$
$$= sign\,(\alpha\cdot u)\cdot M\cdot\frac{(M+(p-1)\cdot|u|)^{|\alpha|}-(M-|u|)^{|\alpha|}}{(M+(p-1)\cdot|u|)^{|\alpha|}+(p-1)\cdot(M-|u|)^{\alpha}}, \qquad (3)$$

причому множення на скаляр асоціативне, дистрибутивне відносно додавання векторів та додавання скалярів, існує однозначний одиничний елемент $I=1$.

Фундаментальний ізоморфізм. Векторний простір рівнів сірого $(E;\langle+\rangle_p,\langle\times\rangle_p)$ є ізоморфним до простору дійсних чисел $(R;+,\cdot)$ через нелінійну функцію $\varphi_p : E \to R$

$$\varphi_p:\ u \to \varphi_p(u) = -sign(u)\cdot\frac{M}{p}\cdot\ln\left(\frac{M-|u|}{M+(p-1)\cdot|u|}\right). \quad (4)$$

Ізоморфізм φ_p верифікується властивостями

$$\varphi(u\langle+\rangle_p v) = \varphi(u) + \varphi(v)\ ,\ \forall u,v \in E\ ,$$

$$\varphi(\alpha\langle\times\rangle_p u) = \alpha\varphi(u)\ ,\ \forall\alpha\in R\ .$$

Функція ізоморфізму φ_p (4) віддзеркалює логарифмічну природу узагальненої моделі ЛОЗ.

Евклідів простір рівнів сірого. Скалярний добуток двох рівнів сірого $(\cdot|\cdot)_E$: $E\times E\to R$ визначається зі збереженням ізоморфізму (4):

$\forall\, u,\ v \in E$

$$(u\,|\,v)_E = \varphi(u)\cdot\varphi(v)\ .$$

Так означений скалярний добуток $(\cdot|\cdot)_E$ у просторі рівнів сірого задає евклідів простір. Норма $\|\cdot\|_E : E\to R^+$ визначається через скалярний добуток

$$\forall u\in E \qquad \|u\|_E = \sqrt{(u\,|\,u)_E} = |\varphi(u)|\ .$$

Ця норма верифікується такими залежностями

$$\|u_1\langle+\rangle_p u_2\|_E = |\varphi(u_1)+\varphi(u_2)|\ ,$$

$$\|u_1\langle-\rangle_p u_2\|_E = |\varphi(u_1)-\varphi(u_2)|\ .$$

Векторний простір монохромних зображень. Ідучи за викладеним у роботах [8, 9] зазначимо, що монохромне зображення є функцією, яка визначається множиною двовимірного компакту $D\subset R^2$ зі значеннями величин рівнів сірого з множини E . Означимо як $L(D,E)$ множину монохромних зображень з рівнями сірого, які визначені в D . Розширимо операції (1) і (3) з рівнями сірого з множини E на базові операції з кожним елементом монохромного зображення $L(D,E)$ так:

Додавання:

$$\forall\ f_1,\ f_2\in L(D,E)\ ,\ \forall(x,y)\in D$$

$$(f_1\langle+\rangle_p f_2)(x,y) = f_1(x,y)\langle+\rangle_p f_2(x,y)\ . \quad (5)$$

Нейтральний елемент є аналогічний нульовій функції. Додавання $\langle+\rangle_p$ (5) є асоціативне, комутативне, має нульовий елемент, кожен елемент множини має відповідний йому протилежний елемент. Отже, ці операції формують множину $L(D,E)$ зі структурою комутативної групи.

Множення на скаляр:

$\forall\alpha\in R\ ,\forall\ f\in L(D,E)\ ,\ \forall(x,y)\in D$

$$(\alpha\langle\times\rangle f)(x,y) = \alpha\langle\times\rangle f(x,y)\ . \quad (6)$$

Дві операції – додавання $\langle+\rangle_p$ (5) та множення на скаляр $\langle\times\rangle_p$ (6) формують з $L(D,E)$ структуру векторного простору монохромних зображень.

3. Узагальнена логарифмічна модель для простору кольорів

Розглянемо куб E^3 як простір кольорів. Нехай $w=(r,g,b)\in E^3$, а колір формується складовими r (червона), g (зелена) та b (синя). Тоді арифметичні операції зі складовими кольору можемо подати так:

додавання – $\forall\, w_1,\ w_2\in E^3$

$$w_1\langle+\rangle_p w_2 = (r_1\langle+\rangle_p r_2,\, g_1\langle+\rangle_p g_2,\, b_1\langle+\rangle_p b_2,)$$

віднімання – $\forall\, w_1,\ w_2\in E^3$

$$w_1\langle-\rangle_p w_2 = (r_1\langle-\rangle_p r_2,\, g_1\langle-\rangle_p g_2,\, b_1\langle-\rangle_p b_2,)$$

множення на скаляр – $\forall\alpha\in R\ ,\ \ w\in E^3$

$$\alpha\langle\times\rangle_p w = (\alpha\langle\times\rangle_p r,\, \alpha\langle\times\rangle_p g,\, \alpha\langle\times\rangle_p b,)$$

Евклідів простір кольорів. Означимо для нього скалярний добуток як

$(\cdot|\cdot)_{E^3}$:

$E^3\times E^3\to R\ ,\ \forall w_1=(r_1,g_1,b_1),\, w_1=(r_2,g_2,b_2)\in E^3\ ,$

$$(w_1\,|\,w_2)_{E^3} = \varphi_p(r_1)\varphi_p(r_2)+\varphi_p(g_1)\varphi_p(g_2)+\varphi_p(b_1)\varphi_p(b_2)$$

$\|\cdot\|_{E^3} : E\to R^+\ ,\ \forall\, w=(r,g,b)\in E^3$

$$\|u\|_{E^3} = \sqrt{\varphi_p^2(r)+\varphi_p^2(g)+\varphi_p^2(r)}\ .$$

4. Використання нечіткості при обробці кольорових зображень

У роботі [8] описано використання нечіткості для обробки кольорових зображень. Ми використаємо цей підхід і застосуємо його до узагальненої моделі ЛОЗ [9]. Кольорове зображення формується трьома скалярними функціями – r (складова червоного кольору), g (складова зеленого кольору) та b складова синього кольору):

$$r:\ D\to E\ ,$$

$$g:\ D\to E\ ,$$

$$b:\ D\to E\ .$$

Світлоту елемента зображення можемо подати як e : $D\to E$, причому

$$e = \frac{1}{3}\langle\times\rangle_p(r\langle+\rangle_p g\langle+\rangle_p b)\ . \quad (7)$$

Кожну складову розглядатимемо як функцію $l:\ D\to E$, де $D\subset R^2$ і є носієм зображення. Розглянемо прямокутну область [8]

$$D = [x_0, x_1]\times[y_0, y_1]\ , \quad (8)$$

де за (x,y) позначено координати елемента зображення. Розіб’ємо область D на прямокутні частини, описавши їх

$$P = \{W_{i,j}\,|\,(i,j)\in[0,n]\times[0,m]\}\ . \quad (9)$$

Тоді двовимірну функцію нечіткої належності подамо як [8]:

$$\mu_{i,j}(x,y) = \frac{(p_{i,j}(x,y))^\beta}{\sum_i^n\sum_j^m (p_{i,j}(x,y))^\beta}\ ,$$

де $p_{i,j}:\ D\to[0{,}1]\ ,\ p_{i,j}(x,y) = hx_i(x)\cdot hy_j(y)\ ,$

$$hx_i:\ D\to[0{,}1]\ ,\ hx_i(x) = C_n^i\,\frac{(x-x_0)^i(x_1-x)^{n-i}}{(x-x_0)^n}\ ,$$

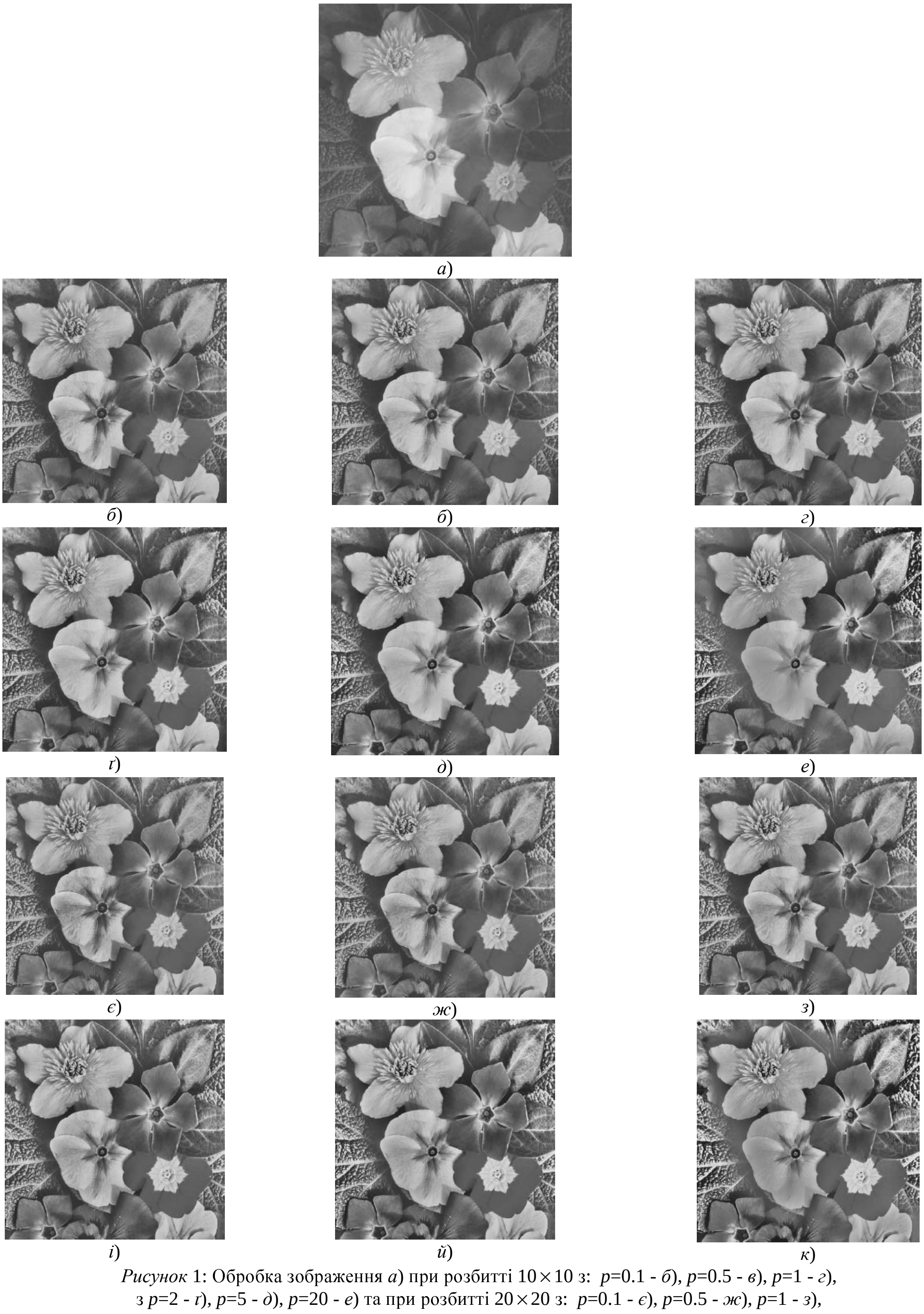

Рисунок 1: Обробка зображення *а*) при розбитті 10×10 з: *p*=0.1 - *б*), *p*=0.5 - *в*), *p*=1 - *г*), з *p*=2 - *ґ*), *p*=5 - *д*), *p*=20 - *е*) та при розбитті 20×20 з: *p*=0.1 - *є*), *p*=0.5 - *ж*), *p*=1 - *з*), з *p*=2 - *і*), *p*=5 - *й*), *p*=20 - *к*)

$hy_j : D \to [0,1]$, $hy_j(y) = C_m^j \dfrac{(y-y_0)^j (y_1 - y)^{m-j}}{(y-y_0)^m}$,

$C_n^i = \dfrac{n!}{i!(n\text{-}i)!}$, $C_m^j = \dfrac{m!}{j!(m\text{-}j)!}$ і $(i,j) \in [0,n] \times [0,m]$.

Зазначимо при цьому, що $hx_i(x)$ та $hy_j(y)$ базуються на поліномах Бернштейна. Функція належності $\mu_{i,j}(x,y)$ визначається положенням точки (x,y) всередині області D . Параметр $\beta \in (0,\infty)$ відіграє роль керуючого параметра і забезпечує гнучкість керування процедурою фазифікації–дефазифікації областей в P .

5. Метод обробки кольорових зображень

Використовуючи ідею обробки кольорових зображень, описану у роботі [8], та застосовуючи до неї узагальнену модель ЛОЗ [9], алгоритм обробки зображення полягає в обчисленні для кожного вікна величин

$$card(W_{i,j}) = \sum_{(x,y)\in D} \mu_{i,j}(x,y) ,$$

$$\eta_{\varphi_p}(l, W_{i,j}) = \underset{(x,y)\in D}{\langle + \rangle_p} \left(\frac{\mu_{i,j}(x,y)}{card(W_{i,j})} \langle \times \rangle_p \, l(x,y) \right),$$

$$\sigma^2_{\varphi_p}(l, W_{i,j}) = \sum_{(x,y)\in D} \frac{\mu_{i,j}(x,y) \, \| l(x,y) \langle - \rangle_p \, \eta_{\varphi_p}(l, W_{i,j}) \|_E^2}{card(W_{i,j})}$$

та на їх основі – поліпшених складових кольору зображення через афінні перетворення:

$$r_{enh} = \sum_i^n \sum_j^m \frac{\mu_{i,j} \cdot \sigma_u}{\sigma_{\varphi_p}(l, W_{i,j})} \langle \times \rangle_p \left(r \langle - \rangle_p \, \eta_{\varphi_p}(l, W_{i,j}) \right),$$

$$g_{enh} = \sum_i^n \sum_j^m \frac{\mu_{i,j} \cdot \sigma_u}{\sigma_{\varphi_p}(l, W_{i,j})} \langle \times \rangle_p \left(g \langle - \rangle_p \, \eta_{\varphi_p}(l, W_{i,j}) \right),$$

$$b_{enh} = \sum_i^n \sum_j^m \frac{\mu_{i,j} \cdot \sigma_u}{\sigma_{\varphi_p}(l, W_{i,j})} \langle \times \rangle_p \left(b \langle - \rangle_p \, \eta_{\varphi_p}(l, W_{i,j}) \right),$$

де σ_u – це бажане середньоквадратичне відхилення рівнів складової кольору.

6. Експериментальні результати

Для експериментальних досліджень вибрано зображення “Flowers” (рис. 1-*а*) розміром 318 $\times$318 точок, до якого застосовано два види розбиття: 10×10 та 20×20 з β =5. Результат обробки за запропонованим методом при розбитті 10×10 подано на рисунку 1: з p=0.1 – *б*), p=0.5 – *в*), p=1 – *г*), з p=2 – *ґ*), p=5 – *д*), p=20 – *е*); при розбитті 20×20 – з p=0.1 – *є*), p=0.5 м *ж*), p=1 – *з*), з p=2 – *і*), p=5 – *й*), p=20 – *к*). В цілому дослідження показали, що при значеннях $0 < p < 1$ для цього зображення існує оптимальне його значення p_{opt} , при якому насичення кольорів найбільше і воно зменшується як при $p < p_{opt}$, так і при $p > p_{opt}$.

7. Висновки

В роботі запропоновано новий метод покращання якості кольорових зображень з використанням узагальненої моделі ЛОЗ та нечіткості. Наявність керуючого параметра у цій моделі робить можливим вибір його оптимального значення для отримання найбільшого ефекту поліпшення якості кольорових зображень.

Література

[1] Гонсалес Р., Вудс Р., “*Цифровая обработка изображений*”, М.,Техносфера, 2005.

[2] Pratt W.K., “*Digital image processing*”, New York, John Wiley & Sons, 3rd ed., 2001.

[3] Pătraşcu V., Buzuloiu V., Vertan C., “Fuzzy Image Enhancement in the Framework of Logarithmic Model”, In: *Fuzzy Filters for Image Processing*, (Eds. V. Nachtegel, E. Kerre, Springer, Berlin: 219-237, 2003.

[4] Oppenheim A. V., “Generalized superposition”, *Information and Control*, 11 (5&6): 528-536, 1967.

[5] Stockham T. G., Jr., “Image processing in the context of visual models”, *Proceeding of the IEEE*, 60 (7): 828–842, 1972.

[6] Jourlin M., Pinoli J.-C., “A model for logarithmic image processing”, *Journal of Microscopy*, 149 (1): 21–35, 1988.

[7] Pătraşcu V., Buzuloiu V., “A Mathematical Model for Logarithmic Image Processing”, *The 5th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, SCI2001, July 22–25, Orlando, USA, 13: 117–122, 2001.

[8] Pătraşcu V., “Color Image Enhancement Using the Support Fuzzification”, *LNAI*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2715: 412-419, 2003.

[9] Воробель Р. А., “Логарифмічна обробка зображень. Ч. 2: Узагальнена модель”, *Відбір і обробка інформації*, 31(107): С. 36–46, 2009.