Синтез поліноміальних алгоритмів розпізнавання детермінованих сигналів на тлі завад засобами просторів Кунченка

Заболотній С.В.

Кафедра радіотехніки
Черкаський державний технологічний університет, Черкаси
zabolotni@ukr.net

Абстракт

Principles of synthesis of algorithms of statistical recognition of signals on a background noises, which are based on the apparatus of decomposition of random values in space with a generate element (space of Kunchenko), are resulted. Method of forming rules of making decision on the basis of polynomial power transformations of input date is offered. The structure of polynomials algorithms of recognition is developed.

1. Вступ

Значна частина теоретичних робіт по розпізнаванню образів направлена на вирішення «ідеальних» задач, пов'язаних із розпізнаванням «чистих» сигналів. Проте більшість прикладних задач розпізнавання доводиться вирішувати в умовах дії різноманітних завад, що створюються як середовищем розповсюдження так і власними шумами апаратури прийому сигналів. Відповідно, розпізнавання сигналів на тлі завад залишається актуальною проблемою в теорії розпізнавання образів.

В даній роботі розглядається вирішення задачі розпізнавання детермінованих сигналів на тлі завад, ймовірнісний характер яких є відмінним від гаусового розподілу. Класичний байєсовий підхід до вирішення подібних задач базується на визначені екстремуму із множини функціоналів правдоподібності, що обчислюються для кожного із очікуваних класів. Проте практична реалізація такого підходу супроводжується рядом проблем інформаційного та технічного характеру. Зокрема, необхідною умовою є наявність апріорної інформації про тип і значення параметрів щільності розподілу статистичних даних кожного класу або існує необхідність отримання їх апостеріорних оцінок. Крім того, при роботі в режимі реального часу може виникнути алгоритмічна складність реалізації ряду функціональних перетворень (тригонометричних, логарифмічних, гама-функцій і т.д.), характерних для типових ймовірнісних розподілів.

Одним із альтернативних підходів є застосування різноманітних апроксимаційних методів, що базуються на теорії розкладів. Прикладом можуть бути модельні розподіли на основі рядів Ерміта, Лагерра та поліномів Лежандра, побудова яких базується на моментно-кумулянтному описі випадкових величин та процесів [1]. Відомо, що такий опис є неповним, внаслідок чого існує лише асимптотична (при збільшенні кількості параметрів) можливість отримання оптимальних алгоритмів статистичного опрацювання. Проте його застосування є значно ефективнішим з реалізаційної точки зору, адже при цьому зменшуються вимоги до апріорної інформації та спрощується отримання апостеріорних оцінок, що відкриває перспективи для відносно простого способу забезпечення властивості адаптивності синтезованих систем.

Ці та інші переваги моментно-кумулянтного опису обумовили розробку нового напрямку, започаткованого Ю.П.Кунченко, пов'язаного із застосуванням стохастичних поліномів, найбільш вагомі результати якого отримані для вирішення задач, пов'язаних із статистичних оцінюванням параметрів випадкових сигналів [2-4].

Щодо робіт, безпосередньо пов'язаних із побудовою систем розпізнаванням, відзначимо публікацію [5], де наведені загальні підходи до статистичного розпізнавання образів, які базуються на властивості зменшення дисперсії випадкових величин при наближенні їх стохастичними функціональними поліномами. Подібне представлення засноване на принципово новому апараті розкладу в абстрактному математичному просторі з порідним елементом (просторі Кунченка) [6].

2. Мета роботи

Метою даної роботи є синтез засобами просторів Кунченка поліноміальних алгоритмів статистичного розпізнавання детермінованих сигналів на тлі адитивних некорельованих негаусових завад.

3. Постановка задачі

Нехай на вході системи спостерігається дискретна послідовність обсягом N значень

$$y_n = u_n^{(m)} + x_n \,,\; n = \overline{1,N} \,,\; m = \overrightarrow{1,M} \,,$$

що є реалізацією адитивної суміші відліків $u_n^{(m)}$ одного із M можливих сигналів повністю відомої форми та стаціонарної негаусової завади із статистично незалежними відліками x_n, ймовірнісні характеристики якої задаються параметрично набором початкових моментів α_r, $r = \overline{1,2S}$.

Задача розпізнавання полягає у прийнятті, на основі аналізу послідовності y_n, рішення про те, який із M можливих корисних сигналів $u_n^{(m)}$ спостерігається на вході системи.

4. Отримані результати

При розпізнаванні повністю відомих сигналів на тлі завад, для яких відсутня апріорна інформація щодо щільності їх розподілу, часто використовується відносно просте правило «мінімальної відстані», коли алгоритм прийняття рішення базується на визначенні мінімальної із M середньоквадратичних статистик

$$f_m = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left\{y_n - u_n^{(m)}\right\}^2,\ m = \overrightarrow{1,M}\ . \tag{1}$$

Ці статистики, фактично, є оцінками дисперсій випадкових послідовностей $v_n^{(m)} = y_n - u_n^{(m)}$, а мінімальне шукане значення буде оцінкою дисперсії σ_x^2 завадової складової x_n (за умови її нульового середнього).

Зазначимо, що на практиці замість статистик виду (1) застосовують еквівалентну процедуру знаходження максимальної із M взаємних кореляцій між прийнятим і очікуваними сигналами, обчислення якої може бути реалізовано на основі лінійної узгодженої фільтрації.

Відомо, що одним із основних факторів, який впливає на точність (ймовірність помилкових рішень) розпізнавання є величина дисперсії завади. При визначеній величині енергії корисних сигналів та лінійному способі опрацювання, який дає оптимальні результати лише у випадку гаусового розподілу, єдиним шляхом зменшення дисперсії лінійних статистик є збільшення обсягу статистичних даних.

При негаусовому характері випадкових процесів з'являється теоретична можливість покращувати точність опрацювання за рахунок певних нелінійних перетворень. Відповідно, в даній роботі застосовується підхід, який використовує зменшення дисперсії випадкових послідовностей шляхом їх нелінійної поліноміальної узгодженої фільтрації [7]. Розглянемо коротко суть даного підходу.

Якщо трактувати послідовності відліків y_n, x_n та $v_n^{(m)}$, як відповідні N - мірні вектори Y, X та $V^{(m)}$, то алгоритм розпізнавання зводиться до визначення із набору векторів $V^{(m)}$, $m = \overrightarrow{1,M}$ вектора із мінімальною нормою, рівною нормі вектора X

$$D = \min\left\{V^{(m)}\right\} = \|X\|. \tag{2}$$

У відповідності до постановки задачі, вектор X містить статистично незалежні однаково розподілені випадкові числа. Використовуючи апарат поліноміального наближення випадкових величин у просторі з порідним елементом [6], отримаємо на основі вектора X, який називають *порідним*, інший вектор Z такої ж розмірності, складові якого формуються у вигляді поліномів S -го порядку від елементів порідного вектора, тобто

$$x_n^{(S)} = k_0 + \sum_{i=2}^{S} k_i \left[x_n\right]^i,\ n = \overline{1,N}\ , \tag{3}$$

де коефіцієнти поліному k_0 та k_i, $i = \overrightarrow{2,S}$ - деякі постійні (незалежні від n) величини.

Вектор $X^{(S)}$, поліноміальні елементи якого сформовані на основі (3), називають *узгодженим* із порідним вектором X, якщо їх скалярний добуток буде рівним квадрату норми узгодженого вектора

$$X \cdot X^{(S)} = \left\|X^{(S)}\right\|^2 \le \|X\|^2 .$$

Для забезпечення властивості узгодження та мінімізації похибки наближення (при застосуванні апроксимуючого поліному степені S), тобто мінімізації величини норми вектору $Z^{(S)}$ як різниці між порідним та поліноміальним векторами

$$D_S = \left\|X - X^{(S)}\right\| = \left\|Z^{(S)}\right\| \to \min ,$$

необхідно щоб складові вектору коефіцієнтів $K = \{k_2, k_2, \ldots, k_S\}$ знаходились із вирішення системи $S-1$ лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$KF = B , \tag{4}$$

де F - квадратична матриця розмірності $S-1$, що містить, так звані, центровані корелянти [3] $F_{i,j} = \alpha_{i+j} - \alpha_i\alpha_j$, $i,j = \overrightarrow{2,S}$, а B - вектор-стовбець розмірності $S-1$, який складається із елементів $B_i = F_{1,i}$, $i = \overrightarrow{2,S}$.

Додатковою умовою мінімізації D_S є формування коефіцієнту k_0 за співвідношенням

$$k_0 = \alpha_1 - K\mathrm{A} , \tag{5}$$

де А - вектор-стовбець розмірності $S-1$, який складається із початкових моментів α_i, $i = \overrightarrow{2,S}$.

Доведено [4], що при оптимальному наборові коефіцієнтів, які знаходять відповідно до (4) та (5), значення дисперсії різниці порідної і узгодженої послідовностей

$$z_n^{(S)} = x_n - x_n^{(S)} = x_n - k_0 - \sum_{i=2}^{S} k_i \left[x_n\right]^i , \tag{6}$$

буде зменшуватися у порівнянні із дисперсією порідної випадкової величини, тобто

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 - J_S .$$

Величину $J_S = KB$ називають інфоркуною, для якої характерне граничне співвідношення

$$\lim_{S\to\infty} J_S = \sigma_x^2 ,$$

наслідком чого є

$$\lim_{S\to\infty} \sigma_z^2 = 0 .$$

Таким чином, з'являється додатковий чинник (окрім збільшення обсягу вибірки), який може впливати на зменшення дисперсії статистик, що будуть формуватися на основі процедури обчислення послідовності (6), яка із врахуванням (3) і (5) може бути записана у більш компактній формі

$$z_n^{(S)} = -\sum_{i=1}^{S} k_i \left\{\left[x_n\right]^i - \alpha_i\right\},\ k_1 = -1 \tag{7}$$

Процедури виду (6) та (7) називають поліноміальною узгодженою S - фільтрацією в базисі степеневих перетворень [7]. Тут під узгодженістю розуміється властивість забезпечувати відклик фільтра з мінімально можливою (для відповідного степеня S) дисперсією у випадку коли статистичні властивості вхідного сигналу, які визначаються послідовністю моментів, відповідають тим апріорним значень, для яких були розраховані оптимальні коефіцієнти поліному.

По аналогії до класичного правила «мінімальної відстані», алгоритм прийняття рішення, що пропонується, буде базуватися на пошуку мінімальної із M середньоквадратичних поліноміальних статистик загального виду

$$f_m^{(S)} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left\{\sum_{i=1}^{S} k_i\left[\left(y_n - u_n^{(m)}\right)^i - \alpha_i\right]\right\}^2 , \qquad (8)$$

Таким чином поліноміальну систему статистичного розпізнавання детермінованих сигналів на тлі завад, побудовану на основі розкладу в просторі з порідним елементом (просторі Кунченко), можна схематично представити структурою, що зображена на рис.1.

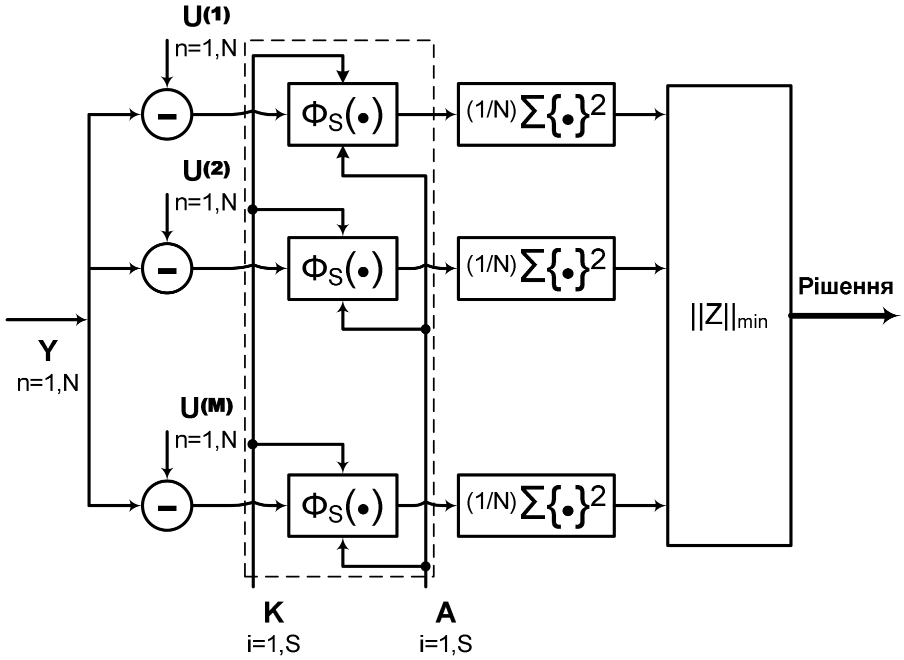

Рисунок 1: Структурна схема поліноміальної системи розпізнавання.

Порівняльний аналіз виразів (1) та (8) вказує на спільність класичного та поліноміального підходів до побудови системи розпізнавання, основними елементами якої є M каналів, де формуються відповідні статистики та вирішального блока, який на основі порівняння їх значень приймає рішення про те, який із M можливих сигналів спостерігається на вході системи.

Принциповою відмінністю поліноміальної системи є наявність в кожному із M каналів додаткових поліноміальних узгоджених фільтрів $\Phi_S(\bullet)$ однакової структури (на рис.1 позначено пунктиром), що працюють у відповідності до еквівалентних алгоритмів (6) або (7). Базовою операцією таких алгоритмів є обчислення степеневих поліномів, яке може бути ефективно реалізовано сучасними засобами цифрового опрацювання сигналів при застосуванні метода Горнера, що забезпечує усунення потенційного переповнення та втрати значущості внаслідок зведення чисел в велику степінь та зменшує загальну кількість арифметичних операцій [8]. Варіант структури поліноміального фільтра, який працює за алгоритмом (6) представлено на рис.2

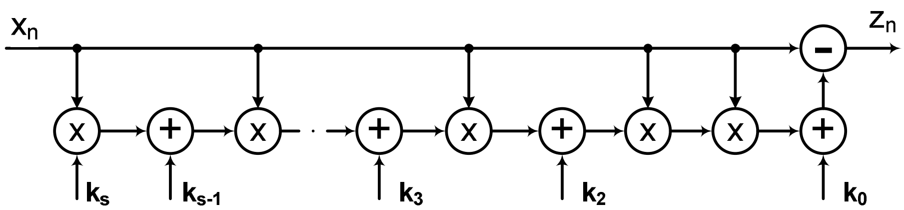

Рисунок 2: Структурна схема поліноміального узгодженого фільтра на основі метода Горнера.

5. Обговорення результатів

Все вище викладене, дозволяє давати відповіді на два основні питання, які виникають при побудові систем розпізнавання сигналів та образів: вибір інформаційних ознак (дескрипторів) та визначення процедури класифікації [9].

З огляду на викладені особливості представлення випадкових величин у вигляді стохастичних рядів, для зменшення розмірності вхідних статистичних даних в якості набору інформаційних ознак класифікації фактично використовуються лінійні оцінки (середні значення) їх степеневих перетворень, які є відповідними вибірковими моментами $\widehat{\alpha}_i^{(m)}$, $m=\overrightarrow{1,M}$, $i=\overrightarrow{1,S}$. Кількість цих ознак є значно меншою за розмірність вхідних даних $S << N$, що спрощує процес прийняття рішень.

З точки зору теорії статистичного оцінювання, аналіз виразів (7) та (8) дає можливість інтерпретувати процедуру класифікації як зважене (на оптимальні коефіцієнти) порівняння (визначення відстаней) оцінок моментів $\widehat{\alpha}_i^{(m)}$ та очікуваних значень моментів α_i, що описують завадову складову.

Необхідно зазначити, що застосування моментів випадкових величин в якості дескрипторів класифікації відоме достатньо давно [10] і широко використовується при статистичному розпізнаванні образів [11], зокрема для вирішення задач, пов'язаних із розпізнаванням зображень [12]. І як уже зазначалось вище, суттєвою перевагою використання моментного опису є простота знаходження оцінок цих параметрів, що є важливим аспектом в контексті побудови адаптивних систем розпізнавання та реалізації процедури «навчання» [13].

В нашому випадку, характерною особливістю використання моментів в якості інформаційних ознак є те, що поліноміальні алгоритми порівняння очікуваних (теоретичних) та вибіркових (статистичних) значень моментів забезпечують мінімізацію дисперсій тих статистик для яких справджується відповідна гіпотеза про очікуваний сигнал. При цьому, як відомо, властивість мінімізації дисперсії є особливо важливою в математичній статистиці, адже ця категорія є однією з основних характеристик точності алгоритмів статистичного оцінювання та якості вирішних правил при перевірці статистичних гіпотез, які є математичною основою більшості методів статистичного розпізнавання образів.

6. Висновки

Запропоновані алгоритми розпізнавання детермінованих сигналів на тлі завад базуються на лінійному статистичному оцінюванні (усередненні) квадратів поліноміальних степеневих перетворень різниць вхідної послідовності та очікуваних сигналів, з подальшим оптимальним, в сенсі забезпечення мінімуму середньоквадратичної похибки, їх порівнянням з апріорними значеннями цих параметрів (моментів завадової складової). Таким чином, даний підхід можна віднести до класу нелінійних методів, що працюють за правилом «мінімальної відстані».

Наявність нелінійних процедур опрацювання дозволяє робити передбачення про потенційну ефективність застосування даного підходу для розпізнавання сигналів саме в тих ситуаціях, коли не підтверджується гіпотеза про нормалізацію статистичних даних і вони розподілені за деяким іншим законом.

У випадку відсутності апріорної інформації про ймовірнісні характеристики завади запропоновані алгоритми дозволяють достатньо просто реалізовувати автоматичне навчання системи, шляхом отримання апостеріорних оцінок відповідної кількості моментів статистичних даних.

Необхідно зазначити, що введене в постановці задачі обмеження на статистичну незалежність елементів завадової складової, можна подолати, модифікуючи процедуру поліноміальної фільтрації, шляхом введеня залежності оптимальних коефіцієнтів від часу, а запропонований метод розпізнавання узагальнити на більш складний випадок корельованості вхідних статистичних даних, що планується зробити в подальших роботах.

7. Література

[1] Малахов А.Н. Кумулянтный анализ негауссовских случайных процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1978. 376 с.

[2] Кунченко Ю.П., Лега Ю.Г. Оценка параметров случайных величин методом максимизации полинома. – К.: Наук. думка, 1992. – 180 с.

[3] Полиномиальные оценки параметров близких к гауссовским случайных величин. Ч.1. Ю.П.Кунченко. Стохастические полиномы, их свойства и применение для нахождения оценок параметров. – Черкаси: ЧИТИ, 2001. – 133 с.

[4] Кунченко Ю.П. Стохастические полиномы. – К.: Наук. думка, 2006. – 275 с.

[5] Заболотній С.В. Статистичне розпізнавання образів на основі розкладу в просторі з порідним елементом // Вісник НУ Львівська політехніка "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" – 2009. – № 638. – С.118-123.

[6] Кунченко Ю.П. Полиномы приближения в пространстве с порождающим элементом. – К.: Наук. думка, 2003. – 243 с.

[7] Заболотній С.В. Зменшення дисперсії випадкових послідовностей на основі нелінійної поліноміальної узгодженої фільтрації методом ковзного вікна // Вісник ЧДТУ. – 2008, - № 2. – С.14-19.

[8] Солонина А.И., Улахович Д.А., Яковлєв Л.А. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 464 с.

[9] Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. - М.: Наука, 1979, - 368 с.

[10] Hu M. K. Visual Pattern Recognition by Moment Invariants, IEEE Trans. Inform. Theory, 8, pp. 179-187, 1962.

[11] Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. – М.: Мир, 1989. - 624 с.

[12] Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. - М.: Техносфера, 2005. 1072 с.

[13] Воробьев С.Н., Осипов С.С. Параметрическое обучение в теории распознавания образов: Учеб. пособие / ГУАП. - СПб., 2005. 46 с.