Обґрунтування математичної моделі гнусавого мовного сигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу

д. ф-м. н., проф. Я.П. Драган, Щур І.Ю.

Кафедра біотехнічних систем
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя
irusde@ukr.net

Abstract

This article is devoted to the development of mathematical model of nasality speach signal. Mathematical model of nasality speach signal as the periodically correlated casual process, which unlike known takes into account combination of stochastic nature and repeated of nasality speach signal in the structure, that is peculiar for the signals of biological origin is grounded.

Вступ

Мовлення є однією з важливих функцій організму людини, яка забезпечує її контакт з оточенням. Для її реалізації необхідною умовою є наявність слуху та нормальна робота мовного апарату. Проте, виникають порушення діяльності мовного апарату, зокрема, гнусавість.

Гнусавість – різке ослаблення звучності і зміна тембру голосу, що поєднується із спотворенням звуків мови; розвивається у зв'язку з порушенням діяльності носової порожнини та гортані в процесі мовотворення і артикуляції. При гнусавості артикуляція звуків та фонація істотно відрізняється від норми. При нормальній фонації під час вимови всіх звуків мови, окрім носових, у людини відбувається відділення носоглоткової і носової порожнини від глоткової і ротової.

В даній статті досліджується патологія вимови звуків [м], [н], яка виникає за рахунок закритої гнусавості. Закрита гнусавість утворюється при зниженому фізіологічному носовому резонансі під час вимови звуків мови. Найсильніший резонанс у носових [м], [н]. При нормальній їх вимові носоглоткова заслінка залишається відкритою і повітря проникає прямо в носову порожнину. Якщо для назальних звуків носовий резонанс відсутній, вони звучать як ротові [б], [д]. У мові зникає зіставлення звуків за ознакою назальний-неназальний, що впливає на її розбірливість. Міняється також звучання звуків із-за того, що проходить заглушення окремих тонів в носоглотковій і носовій порожнинах. При цьому ці звуки набувають в мові неприродного відтінку.

Причинами закритої форми гнусавості найчастіше можуть бути органічні зміни в носовому просторі або функціональні розлади піднебінно-глоткового зімкнення. Органічні зміни викликаються хворобливими явищами, результатом, яких є важке носове дихання. Такі захворювання, як вроджені дефекти м'якого і твердого піднебіння, аденоїди, риніт, пухлини носоглотки, гіпертрофія носових раковин і набряк їх слизової оболонки, викривлення перегородки носа супроводжуються гнусавістю.

В медицині на даний час існує проблема, пов'язана з реабілітацією та лікуванням мовних патологій, зокрема, гнусавості. Для лікування використовується тільки хірургічне втручання і відсутні описи неінвазивних методів реабілітації хворих з симптомом гнусавості. Тому обґрунтування математичної моделі, яка виражає суттєві, властивості гнусавого мовного сигналу є актуальною для розробки реабілітаційних систем.

Оскільки, гнусавий мовний сигнал є досить складним, за своєю природою сигналом, що містить в собі випадковість і повторність, тому для його аналізу необхідно використати математичний апарат, який би враховував механізм породження цього сигналу, поєднуючи в собі ці властивості.

Основні вимоги щодо побудови математичної моделі

Випадковий процес можна описати розподілами імовірностей, які пов'язані з усіма можливими множинами моментів часу, але повне визначення характеристик цих розподілів за одним або за малим числом реалізацій неможливе. Тому вводять припущення, що процес стаціонарний. В лінійній теорії випадковий процес $\xi(t)$ повністю характеризується середнім за розподілом (математичним сподіванням) $m_\xi(t)$ і кореляційною функцією $r_\xi(t,s)$. Для стаціонарного (в широкому сенсі) процесу за означенням $m_\xi(t)=m=const$, $r_\xi(t,t+u)=R_\xi(u)$.

На основі критичного огляду статистичних методів аналізу реальних процесів за їх реалізаціями показано, що ці методи адекватні цим явищам, а тому можуть бути використані для аналізу.

Для створення методів аналізу складних нестаціонарних випадкових явищ необхідно встановити їх закономірність і відобразити її в характеристиках відповідного класу випадкових процесів.

Гнусавий мовний сигнал у своїй структурі поєднує періодичність, тому що мова людини періодично вимовляється мовним апаратом, і випадковість, тому що людський мовний апарат пов'язаний нерозривно з усім організмом людини і є складною системою, на яку впливають багато різних факторів.

Але, як вже було сказано, для опису гнусавого мовного сигналу недостатньо кореляційної теорії, тому, враховуючи структуру сигналу і його фізичну інтерпретацію, запропоновано використати енергетичну теорію стохастичних сигналів.

Гнусавий сигнал неможливо задати за допомогою навіть складного аналітичного виразу, в даному випадку можна говорити лише про імовірнісні характеристики всього ансамблю реалізацій, тобто розглядати випадковий процес, якого вони є реалізаціями. Звідси перша вимога до математичної моделі – модель повинна бути випадковим процесом. Оскільки в гнусавому мовному сигналі спостерігається певна періодичність, тому виникає питання про розклад його на гармонічні складові. Але, тому що досліджуваний сигнал є певного типу “шумом”, де всі частоти (навіть ті, в яких сумарна енергія досить мала) суттєво впливають на характер явища, тому для моделі такого сигналу необхідно вибрати процес з того класу нестаціонарних процесів, для яких має зміст гармонічний розклад.

Використання детермінованого підходу щодо побудови математичної моделі гнусавого мовного сигналу (ГМС) не є коректно, оскільки ГМС характеризується значною варіативністю, неповторністю, як і всі сигнали біологічного породження, що можна адекватно описати лише з використанням стохастичного підходу. Серед імовірнісних моделей ГМС необхідно вибрати таку, яка поряд із стохастичністю відображала б і іншу, не менш важливу сторону – їх повторність, оскільки особливістю ГМС, які застосовуються у логопедичній практиці є наявність певної повторюваності їх характеристик.

Враховуючи основні вище наведені аспекти щодо вимог до моделі ГМС, сформульовані основні вимоги до розробки математичної моделі:

- враховувати стохастичну природу сигналу, що є природнім для реальних біосигналів;
- враховувати властивість повторюваності ГМС, яка відображає фазову структуру даного сигналу.

Аналіз імовірнісних характеристик гнусавого мовного сигналу

Основними імовірнісними характеристиками гнусавого мовного сигналу, як стаціонарного випадкового процесу, є математичне сподівання, дисперсія, кореляційна функція.

Для аналізу імовірнісних характеристик було експерементально відібрано гнусавий мовний сигнал звуку [м], реєстрограма якого, показана на рисунку 1.

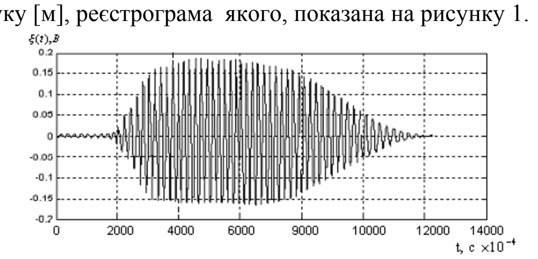

Рисунок 1 Реєстрограма гнусавого мовного сигналу звуку [м]

Оскільки стаціонарна випадкова модель ГМС не адекватно описує властивості сигналу, тому що ГМС згідно до сформульованих вимог має містити властивість поєднання повторюваності із випадковістю, що не можливо описати за допомогою даної моделі. Тому проаналізуємо імовірнісні характеристики з метою виявлення властивостей експериментального гнусавого мовного сигналу (див. рис. 2) та підтвердження вимог щодо побудови.

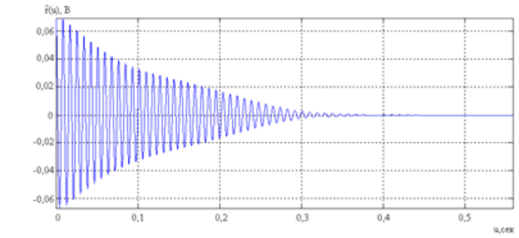

Рисунок 2. Кореляційна функція ГМС звуку [м]

Із рисунка 2 помічено, що кореляційній функції ГМС властива періодичність та певна випадковість, що є підтвердженням вище сказаного.

Проаналізуємо оцінку дисперсії, яка є показником відхилення від математичного сподівання, і якщо вона є сталою в часі, то можна стверджувати, що процес є стаціонарним, а якщо ні, то нестаціонарним (див. рис. 3)

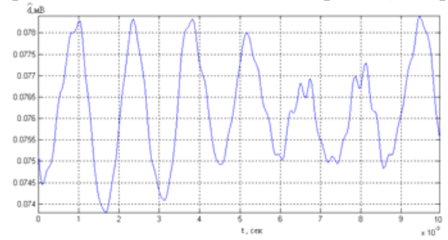

Рисунок 3. Оцінка дисперсії ГМС

Для підтвердження нестаціонарності використаємо спектри ГМС на кожному періоді (див. рис. 4).

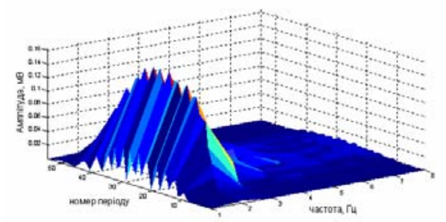

Рисунок 4. Спектри ГМС для різних періодів

На рисунку 4 видно, що спектри на кожному із періодів є неінваріантними, що є додатковим підтвердженням нестаціонарності, і тим самим дає підстави для відкидання моделі ГМС як детермінованого та стаціонарного випадкового процесу.

Математична модель у вигляді періодично корельованого випадкового процесу

Періодично корельовані випадкові процеси (ПКВП) – це моделі стохастичних коливань з періодичною зміною імовірнісних характеристик [3]. Вони творять підклас π^T [1, 2, 4].

Періодично корельовані – це такі випадкові процеси, математичне сподівання і коваріація яких задовольняють умови [1]: існує таке певне $T > 0$, яке називається періодом корельованості, що

$$m(t+T)=m(t), r(t+T,s+T)=r(t,s), \forall t,s\in R \qquad (1)$$

де $m(t)$ - математичне сподівання, а $r(t,s)$ - кореляційна функція процесу, або, якщо використати параметричну коваріацію (функцію кореляції $b(t,u)=r(t+u,t)$), то з цих формул виходить, що математичне сподівання і параметрична коваріація є періодична з періодом T :

$$m(t+T)=m(t), b(t+T,s+T)=b(t,s), \forall t,s\in R. \qquad (2)$$

Означення класу π мало однією із причин вивчення ПКВП у спектральній області – їхньої гармонізовності, вигляду спектру (типу корельованості гармонічних складових), закону збереження (потужності в узагальненій теоремі Вінера-Хінчина) та зображення таких процесів через спектральні компоненти. При цьому очевидно, що умова (1) при обчисленні середніх характеристик призводить до того, що усереднення по всій осі переходить в усереднення по відрізку довжини T , що (внаслідок інваріантності усереднення зсувів) можна вважати як усереднення на відрізку $[0,T)$, тобто покласти, що середні величини характеристики процесу даються виразами:

$$m=M_t\{m(t)\}=\frac{1}{T}\int_0^T m(t)dt\ , \qquad (3)$$

$$B(u)\overset{\Delta}{=}M_t\{r(t+u,t)\}=\frac{1}{T}\int_0^T r(t+u,t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T b(t,u)dt\ , \qquad (4)$$

де M_t - символ усереднення по всій осі, T - період корельованості ПКВП.

Ці характеристики тому мають розклади у ряди Фур'є:

$$m(t)=\sum_{k\in Z} m_k e^{ik\Lambda t}\ , \qquad (5)$$

$$b(t,u)=\sum_{t\in Z} B_k(u)e^{ik\Lambda t}\ , \qquad (6)$$

де $\Lambda\overset{\Delta}{=}\frac{2\pi}{T}$;

як слід розуміти у сенсі теорії узагальнених функцій Шварта [1, 2], коли розглядати ПКВП скінченої середньої потужності. Справді, оскільки у випадку періодичної функції:

$$\begin{aligned}M_t\{f(t)\}&=\lim_{\Theta\to\infty}\frac{1}{2\Theta}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)dt=\\&=\lim_{\Theta\to\infty}\frac{1}{2NT+2\Delta}\left[N\int_o^T+N\int_{-\Theta}^{-NT}+N\int_{NT}^{\Theta}\right]f(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt\end{aligned}\ , \qquad (7)$$

де $N=E\left(\frac{\Theta}{T}\right)$, $E(\bullet)$ - ціла частина числа, $\Delta=\Theta-NT$, то звідси, що середня потужність ПКВП визначається усередненням на періоді корельованості, тобто на відрізку $[0,T]$, тоді:

$$P^T{}_\xi=\frac{1}{T}\int_0^T E\left|{}^0\xi(t)\right|^2 dt=\frac{1}{T}\int_0^T r(t,t)dt\ , \qquad (8)$$

а умова належності до класу π набуде вигляду:

$$P^T{}_\xi=\frac{1}{T}\int_0^T r(t,t)dt<\infty\ . \qquad (9)$$

Тому клас ПКВП, для якого виконується ця умова, коли його трактувати як підклас у класі π , був названий класом π^T . На цей клас поширюється з відповідними видозмінами теорія класу π [1, 4]. Зокрема замість простору $\hbar^\pi$ вводиться простір $\hbar^T=L^2\left([0,T);\frac{1}{T},K\right)$, тобто простір інтегровних на $[0,T)$ з квадратом за мірою dt/T функцій над колгоморівським гільбертовим простором K випадкових величин скінченої дисперсії, і норма у цьому просторі $\|\xi_\bullet\|_{\hbar^T}=\sqrt{P_\xi^T}$.

Кореляційні компоненти:

$$B_k(u)\overset{\Delta}{=}\frac{1}{T}\int_0^T r(t+u,t)e^{-ik\Lambda t}dt\ , \qquad (10)$$

в силу їхньої обмеженості $B_k(u)\le B_0(u)\le B_0=P_\xi^T$ належить до класу B^2 , тому мають зображення у вигляді Фур'є за мірами (загалом комплексно значними):

$$B_k(u)=\int_R e^{iu\lambda}F_k(d\lambda)\ , \qquad (11)$$

де R - множина дійсних чисел, F - спектральна міра.

Коваріація ПКВП має зображення у вигляді:

$$r(t,s)=\int_R\int_2 e^{i(d\lambda,d\mu)}F(d\lambda,d\mu)\ , \qquad (12)$$

Встановленні властивості коваріації ПКВП дають підставу вивести вираз самого процесу через його стаціонарні складові, тобто встановити структуру цього класу процесів [1].

ПКВП належить до класу π^T тоді і тільки тоді, коли він має зображення

$$\xi(t)=\sum_{k\in Z}\xi_k(t)e^{ik\Lambda t}\ , \qquad (13)$$

де, $\xi_k(t)$ - стаціонарні компоненти ПКВП, Z - множина всіх і відповідно підмножина додатніх чисел.

На основі вибраної математичної моделі можна реалізувати відносно прості алгоритми опрацювання гнусавих мовних сиґналів засобами енергетичної теорії стохастичних сигналів (синфазний, компонентний і фільтровий), для отримання статистичних оцінок їхніх імовірнісних характеристик, які є показниками норми чи паталогії вимови гнусавих звуків.

Висновки

З аналізу реєстрограми гнусавого мовного сиґналу та описаних властивостей періодично корельованого випадкового процесу випливає, що математична модель процесу такого класу дає змогу адекватно описати сиґнал, а саме врахувати поєднання випадковості та періодичності сиґналу, а тому і розробити методи визначення інваріантних інформаційних ознак гнусавого мовного сиґналу виходячи із статистики таких сиґналів для задач систем реабілітації людей із симптомом гнусавості.

Література

1. Драган Я. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів:– Львів, Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. –XVI+333с.: іл.33.
2. Драган Я.П., Яворский И.М. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы. – К.: Наукова думка, 1982. – 246с.
3. Драган Я.П. Гармонізованість і спектральний розклад випадкових процесів зі скінченою середньою потужністю // Доп. АН УССР, Сер.А. – 1978. – №8. – С. 679-684
4. Драган ЯП. Структура и представление моделей стохастических сигналов. – К.: Наукова думка, 1980. – 384 с.
5. Щур І.Ю. Математична модель гнусавого мовного сигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу. // Тези до XI студентської конференції «Гуманітарні науки. Актуальні питання». – ТДТУ: 2008. – с. 68.