МЕТОДИ ПОБУДОВИ МОМЕНТНИХ ФОРМ ТА ВИДІЛЕННЯ КЛАСИФІКАЦІЙНИХ ОЗНАК

Антоніна Буда, Тетяна Мартинюк, Ольга Король

Вінницький національний технічний університет 286021, Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
Тел. (0432) 59-86-63 Факс: (0432) 465-772, E-mail: Olga_Korol@ukr.net

ABSTRACT

In activity the mathematical models of static moments are reviewed, the modification of one of functional of the moment is obtained, the definitions are entered, the estimation of geometry of a mode is given. The information tags on mathematical model and for the recognizing device are submitted algorithm of image understanding.

1. Вступ

Методи та алгоритми теорії розпізнавання мають своє використання в медицині, геології, при вивченні природних ресурсів Землі, в робототехніці, астрономії.

Створення ефективних автоматизованих систем, сприяють швидкому, точному та надійному вирішенню різноманітних задач обробки візуальної інформації.

Більш зручному аналізу зображень підлягають об'єкти плоского простору, що зберігають дві координати та враховують функцію яскравості.

2. Аналіз існуючих методів побудови моментних ознак

Теоретичною підставою щодо вибору двовимірних статичних зображень з врахуванням функції яскравості з точки зору математичного моделювання достатньо повно забезпечують декартові моменти [1,2]. Вираз виду:

$$m_{\alpha\beta} = \iint_{\Omega} x^{\alpha} y^{\beta} f(x,y)\,dxdy \qquad (\alpha,\beta = 0,1,2...) \tag{1}$$

називається двовимірним степеневим моментом порядку $\alpha+\beta$ функції $f(x, y)$, що враховує закон зміни яскравості об'єкта деякої області $\Omega(\Omega \subset x, y)$. Моменти являють собою коефіцієнти ряду Тейлора для перетворень Фур'є функції $f(x, y)$ мають вигляд:

$$\varphi(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(ux+vy)} f(x,y)\,dxdy. \tag{2}$$

Розкладення φ в ряд Тейлора дає:

$$\varphi(u,v) = \sum_{\alpha=0}^{\infty}\sum_{\beta=0}^{\infty} m_{\alpha\beta} \frac{(iu)^{\alpha}}{\alpha!}\cdot\frac{(iv)^{\beta}}{\beta!}. \tag{3}$$

За допомогою достатньої кількості членів любого східного ряду. з використанням моментів можна створити опис об'єкту з високою точністю

Існує декілька методів побудови моментних ознак, незалежних від положення, орієнтації та розмірів об'єкту.

1. Нормалізація зображень. Нехай M – багатовимірний вектор, який виходить з початку координат простору ознак, кінець якого знаходиться в точці з координатами, які визначаються обчисленими моментами. Нормалізація вектора M за «масою» може бути подана

$$M' = \frac{1}{m_0} M,$$

де M' – нормалізований вектор;

$$m_0 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F(x,y)\,dxdy, \tag{4}$$

Нормалізація положення здійснюється шляхом обчислення координат центру тяжіння об'єкту за формулами:

$$x = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad y = \frac{m_{01}}{m_{00}}.$$

Потім застосовується операція матричного добутку $M''=M'P$, де P – нормалізована матриця, яка дорівнює

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -x & -y & x^2 & xy & y^2 & -x^3 & ... \\ & 1 & 0 & 2x & -y & 0 & 3x^2 & ... \\ & & 1 & 0 & -x & -2y & 0 & ... \\ & & & 1 & 0 & 0 & -3x & ... \\ & & & & 1 & 0 & 0 & ... \\ & & & & & 1 & 0 & ... \\ & & & & & & 1 & ... \end{bmatrix}.$$

Нормалізація орієнтації враховує лінійне перетворення, із забезпеченням повороту головних осей інерції об'єкта, так, щоб $m'_{11}=0$, де m'_{11} – момент другого порядку, нормалізований за «масою». В результаті отримують нормалізований за орієнтацією вектор

$$M''' = M'' \cdot R,$$

де R – матриця повороту головних осей інерції.

Вектор M''', нормалізований за масштабом, «масою», положенням і орієнтацією може бути записаний у вигляді:

$$M'''' = M'''S\,I,$$

де I – одинична діагональна матриця

S – матриця-рядок виду:

$S = [1, r^{-1}, r^{-1}, r^{-2}, r^{-2}, r^{-2}, r^{-3}, r^{-3}, r^{-3}, r^{-3}]$,

r – момент інерції об'єкта відносно центру тяжіння.

2. Моментні інваріанти. В цьому випадку в якості ознак плоских об'єктів використовуються поліноми, складені з моментів. Для конструювання таких ознак вважається, що:

– в полі зору вибираються осі координат *X*, *Y*;
– об'єкт описується двовимірною функцією *f (X, Y)*, яка враховує закон зміни яскравості;
– вводиться допоміжний простір змінних *u*, *v*.

Як результат, розглядається похідна функція моментів виду:

$$M(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{p!}(ux+vy)^p f(x,y)dxdy. \quad (5)$$

Виконання інтегрування під знаком суми, дає змогу подати похідну функцію у вигляді:

$$M(u,v) = \sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{p!}(m_{p0}u^p + c_p^1 m_{p-1,1}u^{p-1}v + \ldots + c_p^{p-1}m_{1,p-1}uv^{p-1} + m_{0p}v^p). \quad (6)$$

Такі форми відомі в вищій геометрії та вивчаються методи знаходження їх інваріантів.

В площині зображень (*x*, *y*) за допомогою допоміжних змінних (*u*, *v*) та похідної функції моментів конструюється моментна форма

$$(M_{p0},\ldots,M_{0p})(u,v)^p,$$

де $$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x-x_0)^p(y-y_0)^q f(x,y)\,dx\,dy, \quad (7)$$

та $x_0 = m_{10} / m_{00}$, $y_0 = m_{01} / m_{00}$;
p, *q* – порядки центральних моментів.

У випадку, коли функція яскравості *f (x, y)* дорівнює одиниці в «чорних» і нулю в «білих» комірках координатної сітки, то центральні моменти можуть бути обчислені за допомогою формули:

$$\mu_{pq} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}(x-x_0)^p(y-y_0)^q. \quad (8)$$

Вирази (7) і (8) називаються центральними моментами та є інваріантами відносно зсувів.

Також відомий другий підхід до використання концепції моментів в полярних координатах – це радіальні та кутові моменти.

$$M_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\pi}^{+\pi} r^{p+q+1}\cos^p \sin^q f(r,\theta)dr\,d\theta, \quad (9)$$

де *f*, *r*, *θ* – відповідно функція яскравості, радіус і кут в полярних координатах.

Короткий аналіз рівнів конструювання моментних характеристик з врахуванням більш універсальних підходів є підставою для вибору математичних моделей.

3. Вибір математичної моделі

Обраний вид інтегрального опису дозволяє на підставі моментів отримати більш стислу математичну модель, яка дозволить запропонувати певні технічні рішення, що мають відношення до класифікації зображень симетричних форм [4 – 5].

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{X_{\alpha\beta}}\int_{-\infty}^{\infty}\left|x-x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha}\cdot\left|y-y_{\alpha\beta}\right|^{\beta}\cdot f\left[\left|x-x_{\alpha\beta}\right|,\left|y-y_{\alpha\beta}\right|\right]dxdy = \\ = \int_{X_{\alpha\beta}}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|x-x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha}\cdot\left|y-y_{\alpha\beta}\right|^{\beta}\cdot f\left[\left|x-x_{\alpha\beta}\right|,\left|y-y_{\alpha\beta}\right|\right]dxdy, \quad (10) \\ \\ \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{Y_{\alpha\beta}}\left|x-x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha}\cdot\left|y-y_{\alpha\beta}\right|^{\beta}\cdot f\left[\left|x-x_{\alpha\beta}\right|,\left|y-y_{\alpha\beta}\right|\right]dxdy = \\ = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{Y_{\alpha\beta}}^{\infty}\left|x-x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha}\cdot\left|y-y_{\alpha\beta}\right|^{\beta}\cdot f\left[\left|x-x_{\alpha\beta}\right|,\left|y-y_{\alpha\beta}\right|\right]dxdy. \quad (11) \end{cases}$$

де $x_{\alpha\beta}$, $y_{\alpha\beta}$ – координати точок «центра-образа»; індекси *α*, *β* відповідають точці «центра-образа», що визначається відповідно порядками *α*, *β* за декартовими моментами $m_{\alpha\beta}$; |*C*| – модуль числа *C*.

Вирівнювання частин зображень пояснюється введенням нової функції *F*(*x*, *y*),

де $F(x,y) = |x-x_{\alpha\beta}|^{\alpha}|y-y_{\alpha\beta}|^{\beta} f(|x-x_{\alpha\beta}|,|y-y_{\alpha\beta}|)$.

Врахуємо проміжок [*a*, *b*]×[*c*, *d*], на якому задана нова функція *F*(*x*, *y*) та її норму:

$$\|g\| = \int_a^b\int_c^d g(x,y)dxdy.$$

Тоді вирази (10, 11) перепишуться в такому вигляді:

$$\|F(x,y)_{лів}\| = \|F(x,y)_{прав}\|,$$

$$\|F(x,y)_{низ}\| = \|F(x,y)_{верх}\|,$$

де $F(x,y)_{лів}$ – функція, що отримана із *F* видаленням її частини, яка знаходиться на проміжку значень [*a*, *b*]×[*c*, *d*] з правого боку від абсциси $x_{\alpha\beta}$, тобто

$$F_{лів} = \begin{cases} F(x,y), x \subset [a, x_{\alpha\beta}], \\ 0, x \subset [x_{\alpha\beta}, b]. \end{cases}$$

$F(x,y)_{прав}$ – функція, що отримана із *F* видаленням її частини, яка знаходиться на проміжку значень [*a*, *b*]×[*c*, *d*] з лівого боку від абсциси $x_{\alpha\beta}$, тобто

$$F_{прав} = \begin{cases} 0, x \subset [a, x_{\alpha\beta}], \\ F(x,y), x \subset [x_{\alpha\beta}, b]. \end{cases}$$

$F(x,y)_{низ}$ – функція, що отримана із *F* видаленням її частини, яка знаходиться на проміжку значень [*a*, *b*]×[*c*, *d*] вище ординати $y_{\alpha\beta}$, тобто

$$F_{низ} = \begin{cases} F(x,y), y \subset [c, y_{\alpha\beta}], \\ 0, y \subset [y_{\alpha\beta}, d]. \end{cases}$$

$F(x,y)_{верх}$ – функція, що отримана із *F* видаленням її частини, яка знаходиться на проміжку значень [*a*, *b*]×[*c*, *d*] нижче ординати $y_{\alpha\beta}$, тобто

$$F_{верх} = \begin{cases} 0, y \subset [c, y_{\alpha\beta}], \\ F(x,y), y \subset [y_{\alpha\beta}, d]. \end{cases}$$

4. Виділені ознаки

Математичне та машинне моделювання дозволило ввійти в більш повний простір ознак за допомогою стислої моментної характеристики – «центр-образ».

Для бінарних зображень обчислення координат спрощені до виду:

$$\sum_{m=0}^{x_{\alpha\beta}} \sum_{n=0}^{N} \left|x_m - x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha} \left|y_n - y_{\alpha\beta}\right|^{\beta} = \sum_{x_{\alpha\beta}}^{M} \sum_{n=0}^{N} \left|x_m - x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha} \left|y_n - y_{\alpha\beta}\right|^{\beta},$$

$$\sum_{m=0}^{M} \sum_{n=0}^{y_{\alpha\beta}} \left|x_m - x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha} \left|y_n - y_{\alpha\beta}\right|^{\beta} = \sum_{m=0}^{M} \sum_{y_{\alpha\beta}}^{N} \left|x_m - x_{\alpha\beta}\right|^{\alpha} \left|y_n - y_{\alpha\beta}\right|^{\beta}.$$

Для виділених особливостей геометричних форм симетричних зображень введені певні властивості.

Властивість 1. Зображення може бути віднесено до класу з центральною симетрією (рис. 1), якщо в області точок «центра – образа» є точка (центр тяжіння A_0), яка збігається з усіма точками нульового індексу α і β ($A_{\alpha 0}$ або $A_{0\beta}$), тобто $A_0 = A_{\alpha 0}$ або $A_{0\beta} = A_0$.

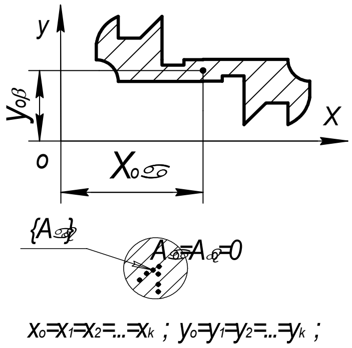

Рисунок 1 – Вихідне зображення та ознака зображення з центральною симетрією

Властивість 2. Зображення може бути віднесено до класу з осьовою симетрією (рис. 2), якщо всі точки «центра – образа» належать осі симетрії X та Y, тобто $\{A_{\alpha\beta}\} \in X$ чи $\{A_{\alpha\beta}\} \in Y$.

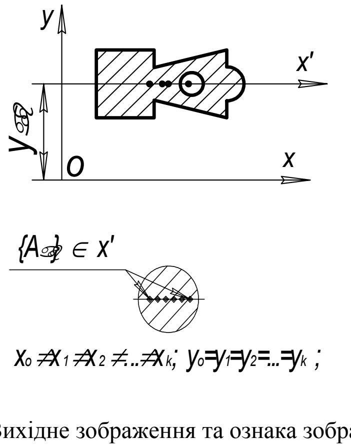

Рисунок 2 – Вихідне зображення та ознака зображення з осьовою симетрією

Властивість 3. Зображення може бути віднесено до класу несиметричних зображень (рис. 3), якщо область точок «центра – образа» являє собою розкид всіх їх, без відмінних особливостей.

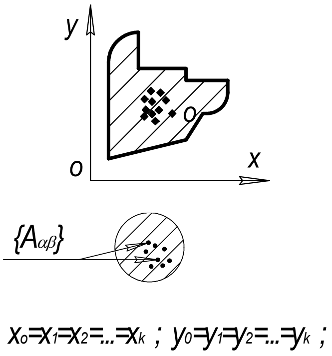

Рисунок 3 – Вихідне зображення та ознака несиметричного зображення

Справедливість тверджень відносно виділених ознак по математичній моделі, що подаються нижче, показує табл. 1.

Таблиця 1. Ознаки по математичній моделі

Вид симетрії	Кут ψ повороту зображення	Ознаки по математичній моделі
Центральна симетрія	$\psi = \Delta\psi$	$\{A_{\alpha 0}\}$, $\{A_{0\beta}\} = 0$
Осьова симетрія	$\psi = \frac{\pi}{2}$	$\{A_{\alpha\beta}\} \in x$, $\{A_{\alpha\beta}\} \in y$
Без симетрії	$\psi = \Delta\psi$	$\{A_{\alpha\beta}\} \neq 0$

5. Алгоритм технічної реалізації

Для реалізації будь-якого метода, який використовує моменти або характеристики на їх підставі, насамперед слід виконувати центрування зображення.

Блок-схема алгоритму розпізнання симетричних зображень показана на рис. 4, що дозволяє вводити класифікацію таких зображень.

Інформація про зображення, що існує в полі зору, поступає на вхід системи введення та виведення зображень (блок 1). Блоком оброблення зображень ведеться модуляція та інтегрування частин зображень (лівої та правої, верхньої та нижньої) з подальшим перетворенням світлових сигналів в електричні.

Первинне центрування (блоки 2 – 4) передбачає визначення центру тяжіння та зрівноваження вказаних частин зображення по площі ($\alpha=\beta=0$).

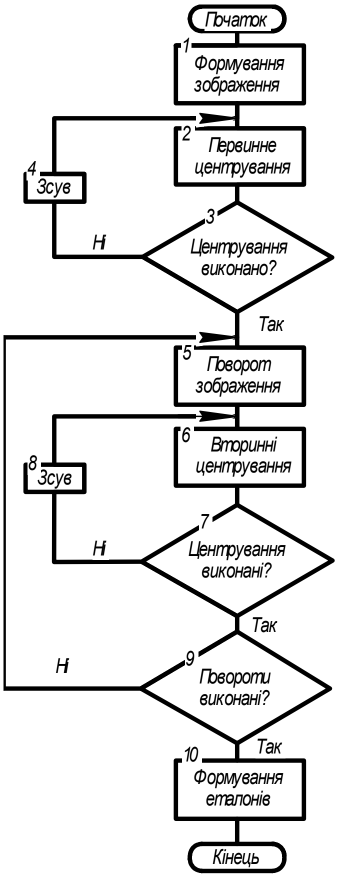

Рисунок 4 – Блок-схема алгоритму розпізнання симетричних зображень

Здійснення повороту зображення (блок 5) з певним кроком $\Delta\psi$ дозволяє доповнювати простір ознак, що передбачається еталонами класу.

Вторинне центрування (блоки 6 – 9) використовує набір простору ознак, що характеризує симетрію форми об'єкту, з метою створення та формування еталонної інформації класів симетричних зображень.

Визначення рівності моментів з врахуванням певних значень індексів α та β відповідає процедурам первинного та вторинного центрувань, після завершення яких блоком керування ведеться формування еталонів класів симетричних зображень (блок 10).

Нижче наведені властивості стислих зображень, що враховують засоби технічної реалізації.

Властивість 1. Зображення може бути віднесено до класу з центральною симетрією, якщо незалежно від повороту зображення і модуляції тіньовими масками, що враховують нульовий індекс α або β, зображення залишається стійким і не вимагає додаткових зсувів для його центрування, тобто $\{\Delta x^{i}_{\alpha 0}\} = 0,\ \{\Delta y^{i}_{0\beta}\} = 0.$

Властивість 2. Зображення може бути віднесено до класу з осьовою симетрією, якщо при повороті його на кут, кратний $\pi/2$ при модуляції тіньовими масками, що враховують індекси α, β зображення, залишається стійким і не вимагає додаткових зсувів для його центрування відносно однієї із осей *X* або *Y*, паралельній відповідній координатній осі *X* або *Y*, тобто

$$\{\Delta Y^{i}_{\alpha\beta}\} = 0 \text{ або } \{\Delta X^{i}_{\alpha\beta}\} = 0.$$

Властивість 3. Зображення може бути віднесено до класу несиметричних зображень, якщо незалежно від повороту або модуляції тіньовими масками, що враховують індекси α, β, для досягнення центрування зображення потрібні зрушення уздовж осей *X* та *Y*, тобто

$$\{\Delta X^{i}_{\alpha\beta}\} \neq 0 \text{ або } \{\Delta Y^{i}_{\alpha\beta}\} \neq 0.$$

Справедливість тверджень відносно виділених ознак для пристрою, що подаються нижче, показує таблиця 2.

Таблиця 2. Ознаки для пристрою

Вид симетрії	Кут ψ повороту зображення	Ознаки для пристрою
Центральна симетрія	$\psi = \Delta\psi$	$\{\Delta x_i\} = 0$, $\{\Delta y_i\} = 0$
Осьова симетрія	$\psi = \frac{\pi}{2}$	$\{\Delta x_i\} \neq 0$, $\{\Delta y_i\} = 0$ або $\{\Delta x_i\} = 0$, $\{\Delta y_i\} \neq 0$
Без симетрії	$\psi = \Delta\psi$	$\{\Delta x_i\} \neq 0$, $\{\Delta y_i\} \neq 0$

Висновки

Розглянуті методи побудови моментних форм та запропонована математична модель, для якої використовується подальша класифікація ефективна, оскільки утримує стислу інформацію щодо еталонів класу у вигляді декількох точок.

Література

1. Анисимов Б. В., Курганов В. Д., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений. – М.: Высшая школа, 1983. – 295 с.

2. Куафе Ф. Взаимодействие робота с внешней средой: Пер. с франц. – М.: Мир, 1985. – 285 с.

3. Патент України № 52678, G06 K9/00, G06 K9/58, G06 K9/52. Пристрій для розпізнавання симетричності зображень об'єктів./ Буда А. Г., Мартинюк Т. Б., Кожем'яко А. В., Андрущенко В. І. // Бюл. № 1, 2003.

4. А. Г. Буда, Т. Б. Мартынюк, Г. Л. Лысенко. Техническая реализация признаков, полученных на основе исследования функциональных характеристик изображений / Оптико – електронні інформаційно енергетичні технології, № 2(4), 2002 – С. 71 – 77.

5. Буда А. Г., Мартинюк Т. Б., Король О. В. Створення множини ознак при аналізі правильних зображень // Праці 8-ї Всеукраїнської міжнародної конференції «УкрОбраз 2006». – Київ, 2006 – С. 221 – 222.