

# АЛГОРИТМ ВИДІЛЕННЯ ПЕРІОДИЧНО НЕСТАЦІОНАРНОЇ СКЛАДОВОЇ ВІБРАЦІЙНОГО СИГНАЛУ

*Кравець І.Б.<sup>1</sup>, Ісаєв І.Ю.<sup>1</sup>, Яворський І.М.<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України, Львів  
вул. Наукова 5, м. Львів, 79601

Тел.: +380 938 738 381, факс: +380 322 633 355

Електронна пошта: [kravets@ipm.lviv.ua](mailto:kravets@ipm.lviv.ua), [isayev@ipm.lviv.ua](mailto:isayev@ipm.lviv.ua), [iavor@ipm.lviv.ua](mailto:iavor@ipm.lviv.ua)

<sup>2</sup>Інститут телекомунікації Технологічно-природничого університету, Бидгощ, Польща  
Алея проф. С. Каліського, 7, Бидгощ, Польща, 85796

Тел.: +48 523 408 378, факс: +48 523 408 808

Електронна пошта: [javor@atr.bydgoszcz.pl](mailto:javor@atr.bydgoszcz.pl)

## Анотація

Запропоновано модель вібраційних сигналів складних роторних систем. Розроблено алгоритм виділення періодично нестационарних процесів з адитивної суміші сигналів. Алгоритм проілюстровано на квадратурній моделі.

*Ключові слова:* періодично корельовані випадкові процеси (ПКВП), сліпе розділення джерел, вібраційні сигнали.

## ALGORITHM FOR SEPARATING THE PERIODICALLY NON-STATIONARY COMPONENT OF THE VIBRO-SIGNAL

*Kravets I.B.<sup>1</sup>, Isayev I.Y.<sup>1</sup>, Javorskyj I.M.<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Karpenko Physico-mechanical institute NAS Ukraine, Lviv  
Naukova str., 5, Lviv, 79601

Tel.: +380 938 738 381, fax: +380 322 633 355

E-mail: [kravets@ipm.lviv.ua](mailto:kravets@ipm.lviv.ua), [isayev@ipm.lviv.ua](mailto:isayev@ipm.lviv.ua), [iavor@ipm.lviv.ua](mailto:iavor@ipm.lviv.ua)

<sup>2</sup>Telecommunication Institute of University of Technology and Life Science, Poland  
Al. Prof. S.Kaliskiego, 7, Bydgoszcz, Poland, 85796

Tel.: +48 523 408 378, fax: +48 523 408 808

E-mail: [javor@atr.bydgoszcz.pl](mailto:javor@atr.bydgoszcz.pl)

## Abstract

The model of the complex rotary mechanisms vibro-signals is suggested. The algorithm for separating the periodically correlated random processes from the additive mixture is developed. The algorithm is verified on the base of the quadrature model.

*Keywords:* Periodically Correlated Random Processes (PCRP), Blind Source Separation (BSS), vibro-signals.

## ВСТУП

Значна частина промислових підприємств України використовує фізично застаріле обладнання, збої та відмови в роботі якого призводять до непередбачених наслідків. Тому для подальшої надійної експлуатації такого обладнання необхідно здійснювати технічну діагностику його залишкової довговічності. Одним із підходів, який використовують

у задачах технічної діагностики є статистичний аналіз вібраційних сигналів. Сучасні методи обробки вібраційних сигналів ґрунтуються, переважно, на методах теорії стаціонарних випадкових процесів. Використання імовірнісної моделі вібраційних сигналів у вигляді періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) [1] відкриває нові можливості в діагностиці обертових вузлів механічних систем. Як виявлено в процесі аналізу реальних даних [2, 3],

в імовірнісних характеристиках періодичної нестационарності відображаються ті риси сигналів вібрації, які у випадках моделі стаціонарних випадкових процесів залишаються поза увагою. Саме використання цих характеристик у процесі побудови нових діагностичних ознак уможливило виявлення дефектів уже на ранніх стадіях їх розвитку [5].

## МОДЕЛЬ ВІБРАЦІЙНОГО ПРОЦЕСУ

Аналіз вібраційних сигналів складних роторних систем з великою кількістю підшипників кочення та пар зубозачеплення показує, що сигнали вібрації є суперпозицією коливань від усіх джерел збурень у об'єкті. А це означає, що більш потужніші вібраційні коливання від одного з джерел можуть замаскувати вібраційні коливання, що випромінюють дефектні елементи об'єкту. Для діагностики справності такої системи слід використовувати так звані методи сліпого розділення джерел (Blind Source Separation – BSS) [4], яка дозволяє проводити розділення статистично незалежних адитивних складових процесу  $\xi(t)$

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^K \xi_k(t), \quad (1)$$

де  $K$  – кількість джерел,  $\xi_k(t)$  – складові процесу  $\xi(t)$ , при чому  $b_{\xi_k \xi_l}(t, u) = E[\xi_k(t) \xi_l^*(t-u)] = 0$ , при умові  $k \neq l$ . Проте класичні методи BSS вимагають знання кількості джерел, що утруднює їх практичне використання.

Слід зауважити, що дефектні елементи роторних систем випромінюють нестационарні процеси, а це означає, що нема потреби оцінювати усі адитивні складові вібраційного процесу, а лише його періодично нестационарні випадкові складові. Базуючись на цьому можемо побудувати дискретну модель вібраційного процесу  $\zeta(t)$  складних роторних механізмів з одним джерелом дефекту:

$$\zeta(n) = r(n) + \xi(n), \quad \xi(n) = \eta(n) + \varepsilon(n),$$

де  $\zeta(n) \equiv \zeta(nh)$  вібраційний сигнал,  $r(n) \equiv r(nh)$  – регулярна складова сигналу,  $\xi(n) \equiv \xi(nh)$  – випадкова складова сигналу,  $\eta(n) \equiv \eta(nh)$  – нестационарна складова процесу (ПКВП, період корельованості  $T = 2\pi/\omega_0$ ), яку випромінює дефектний елемент системи,  $\varepsilon(n) \equiv \varepsilon(nh)$  стаціонарний фоновий шум, при чому взаємна кореляція

$$b_{\eta\varepsilon}(n, u) = E[\eta(nh) \varepsilon^*(nh - uh)] = 0.$$

## АЛГОРИТМ ВИДІЛЕННЯ ПЕРІОДИЧНО НЕСТАЦІОНАРНОЇ СКЛАДОВОЇ ВІБРАЦІЙНОГО СИГНАЛУ

Регулярну складову  $r(n)$  процесу  $\xi(t)$  можна оцінити за допомогою когерентного, компонентного та методу найменших квадратів [6], використати адаптивну фільтрацію (Self Adaptive Noise Cancellation)

[9] чи використати авторегресивне передбачення регулярної складової. Для оцінки вібраційної складової  $\eta(n)$ , що породжена дефектним елементом системи використовуємо підхід, побудований на так званій спектральній надлишковості, за яким оцінка  $\eta(n)$  обчислюється за такою формулою:

$$\hat{\eta}(n) = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) a_k(n-\tau), \quad (2)$$

де  $g_k(\tau) a_k(n) = \xi(n) e^{j\omega_0 k n}$ . Необхідно знайти такі параметри фільтру  $g_k(\tau)$ , що забезпечать умову рівності кореляційних функцій  $b_{\eta\eta}(n, u) = b_{\hat{\eta}\hat{\eta}}(n, u)$ .

Помножимо вираз (2) на величину  $a_m^*(n-u)$ , та усереднимо за ансамблем:

$$\begin{aligned} E\langle \hat{\eta}(n) a_m^*(n-u) \rangle &= \\ &= E\left\langle \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) a_k(n-\tau) a_m^*(n-u) \right\rangle, \end{aligned}$$

звідси  $b_{\hat{\eta}a_m}(n, u) = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) b_{a_k a_m}(n-\tau, u-\tau)$ .

Оскільки  $b_{\hat{\eta}a_m}(n, u) = b_{\eta a_m}(n, u)$ , тоді

$$b_{\eta a_m}(n, u) = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) b_{a_k a_m}(n-\tau, u-\tau).$$

Процес  $\eta(n)$ , а також процеси  $a_m(n)$  є періодично корельованими випадковими процесами, тому їх кореляційні функції можна представити рядом Фур'є:

$$B_{\eta a_m}^l(u) = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) B_{a_k a_m}^l(u-\tau) e^{-j\omega_0 \tau l}, \quad (3)$$

де  $B_{a_k a_m}^l(u)$  – компоненти кореляційної функції  $b_{a_k a_m}(n, u)$ , а  $B_{\eta a_m}^l(u)$  – компоненти кореляційної функції  $b_{\eta a_m}(n, u)$ . Обчислимо спершу компоненти кореляційної функції  $b_{\eta a_m}(n, u)$

$$\begin{aligned} b_{\eta a_m}(n, u) &= E\langle \eta(n) a_m^*(n-u) \rangle = \\ &= b_{\eta\eta}(n, u) e^{-j\omega_0 m(n-u)} + b_{\eta\varepsilon}(n, u) e^{-j\omega_0 m(n-u)} = \\ &= b_{\eta\eta}(n, u) e^{-j\omega_0 m(n-u)}. \end{aligned}$$

Отже

$$B_{\eta a_m}^l(u) = B_{\eta\eta}^{l+m}(u) e^{j\omega_0 m u}, \quad (4)$$

де  $B_{\eta\eta}^l(u)$  – компоненти кореляційної функції  $b_{\eta\eta}(n, u)$ .

Після певних перетворень вираз (4) буде мати вигляд  $B_{\eta a_m}^l(u) = B_{\xi\xi}^{l+m}(u) e^{j\omega_0 m u} - \delta_{l+m} R(u) e^{j\omega_0 m u}$ .

Обчислимо компоненти  $B_{a_k a_m}^l(u)$ . Взаємна кореляційна функція процесів  $a_k(n)$ , та  $a_m(n)$

$$\begin{aligned} b_{a_k a_m}(n, u) &= E\langle a_k(n) a_m^*(n-u) \rangle = \\ &= b_{\xi\xi}(n, u) e^{j\omega_0(k-m)n} e^{j\omega_0 m u}. \end{aligned}$$

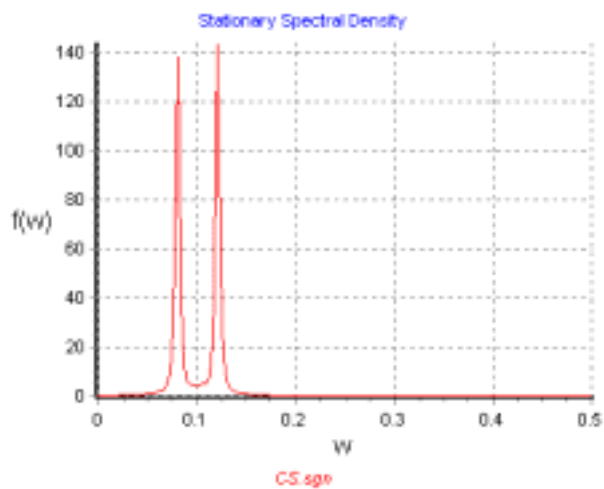


Рис. 1. Оцінка спектральної густини потужності квадратурної моделі у стаціонарному наближенні.

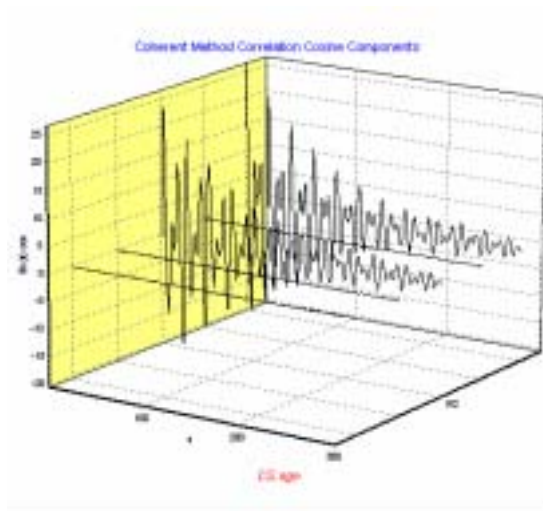


Рис. 2. Оцінка компонентів кореляційної функції симульованої квадратурної моделі.

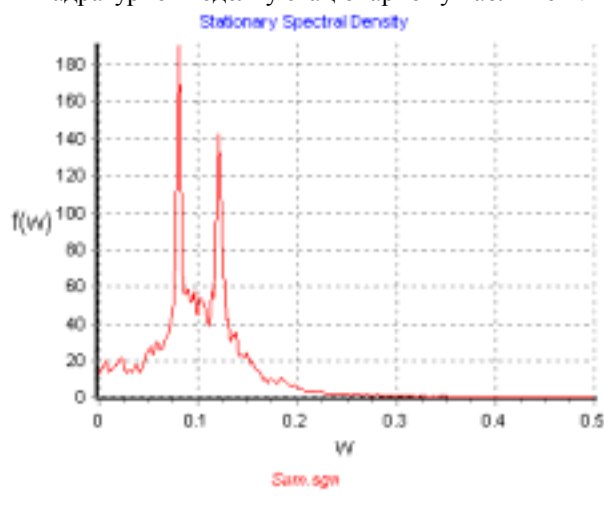


Рис. 3. Оцінка спектральної густини потужності адитивної суміші у стаціонарному наближенні.

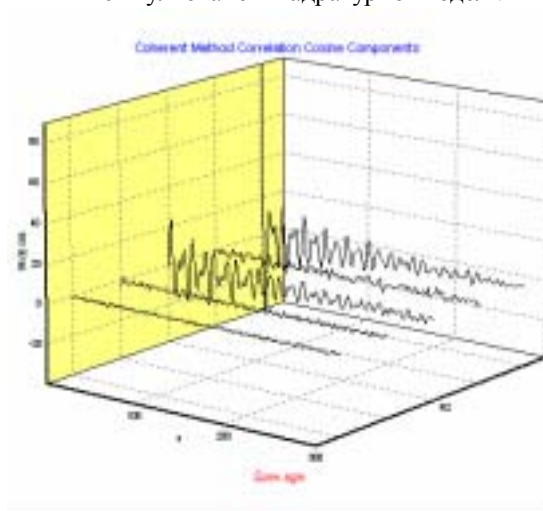


Рис. 4. Оцінка компонентів кореляційної функції адитивної суміші.

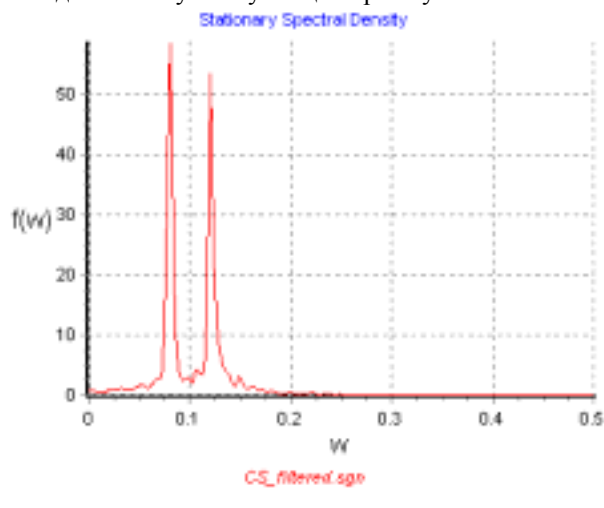


Рис. 5. Оцінка спектральної густини потужності адитивної суміші у стаціонарному наближенні.

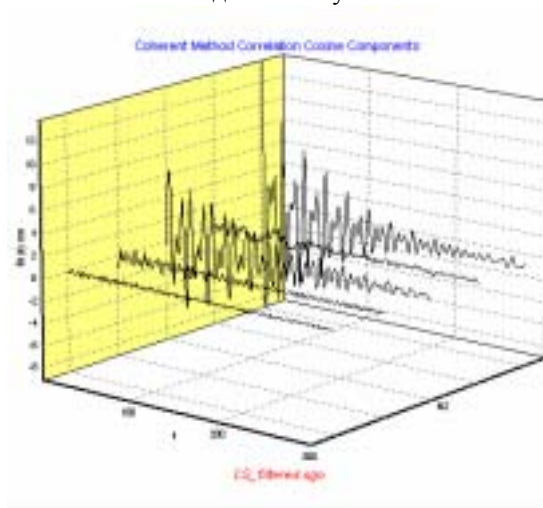


Рис. 6. Оцінка компонентів кореляційної функції адитивної суміші.

Отже її компоненти запишуться наступним чином

$$B_{a_k a_m}^l(u) = B_{\xi\xi}^{m+l-k}(u) e^{j a_0 m u}. \quad (5)$$

Враховуючи (4) та (5) вираз (3) набуде наступного вигляду

$$B_{\xi\xi}^{l+m}(u) e^{j a_0 m u} - \delta_{l+m} R(u) e^{j a_0 m u} = \\ = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) B_{\xi\xi}^{m+l-k}(u-\tau) e^{j a_0 m(u-\tau)} e^{-j a_0 \tau l},$$

звідси

$$B_{\xi\xi}^{(l+m)}(u) - \delta_{(l+m)} R(u) = \\ = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) B_{\xi\xi}^{(m+l)-k}(u-\tau) e^{-j a_0(m+l)\tau}.$$

Перепозначимо суму  $l+m \Rightarrow m$ . Останній вираз прийме вигляд:

$$B_{\xi\xi}^m(u) - \delta_m R(u) = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) B_{\xi\xi}^{m-k}(u-\tau) e^{-j a_0 m \tau}, \\ m = \overline{-K..K}, u = \overline{0..U_m}. \quad (6)$$

Дана система лінійних рівнянь зв'язує компоненти кореляційної функції сигналу з параметрами фільтру  $g_k(\tau)$ . Для знаходження цих параметрів слід розв'язати лінійну систему рівнянь:

$$B_{\xi\xi}^m(u) = \sum_{k=-K}^K \sum_{\tau=0}^M g_k(\tau) B_{\xi\xi}^{m-k}(u-\tau) e^{-j a_0 m \tau}, \\ m = \overline{-K..K}, m \neq 0, u = \overline{0..U_m}.$$

## ВЕРИФІКАЦІЯ АЛГОРИТМУ

Розглянемо квадратурну модель ПКВП:

$$\eta(n) = \sum_{k=-1, k \neq 0}^1 \eta_k(n) e^{j a_0 k n},$$

де  $\eta_k(n)$  – стаціонарні складові квадратурної моделі, при цьому апроксимуємо взаємкореляційні функції  $R_{km}(u) = D_{km} e^{-\alpha_{km}|u|} \cos(\beta_{km} u)$ . Прийmemo, для прикладу,  $D_{km} = 1$ ,  $\alpha_{km} = 0.01$ ,  $\beta_{km} = 0.02$ ,  $\omega_0 = 0.1$ . Використовуючи методи симулювання ПКВП [7] згенеруємо його реалізацію ( $N = 10000$ ), оцінимо її спектральну густину потужності та компоненти кореляційної функції (рис. 1 та рис. 2).

Даний процес додамо до авторегресивного стаціонарного шумового процесу  $\varepsilon(n)$ , з кореляційною функцією  $R(u) = D_\varepsilon e^{-\alpha_\varepsilon|u|} \cos(\beta_\varepsilon u)$ , де  $D_\varepsilon = 4$ ,  $\alpha_\varepsilon = 0.1$ ,  $\beta_\varepsilon = 0.1$ . Оцінимо спектральну густину потужності та компоненти кореляційної функції процесу  $\xi(n) = \eta(n) + \varepsilon(n)$  (рис. 3 та рис. 4). Два спектральних підняття в околі частоти 0.1 що відповідають квадратурній моделі рис. 1. стали менш помітними на фоні стаціонарного шумового процесу, співвідношення сигнал шум рівне 0.25. Оцінка критеріїв нестационарності не дозволяє стверджувати про наявність сильних модуляційних зв'язків у сигналі оскільки переважаючим є стаціонарний

процес  $\varepsilon(n)$ . Розв'язавши систему лінійних рівнянь (6), отримаємо параметри фільтру  $g_k(\tau)$ , а отже й значення квадратурної моделі  $\hat{\eta}(n)$ . Оцінимо спектральну густину потужності та компоненти кореляційної функції цього процесу (рис. 5, рис. 6). Як видно, спектральна густина потужності оціненого процесу має два піки, а графік компонентів кореляційної функції містить нульовий та другий компоненти характерних для симульованої квадратурної моделі  $\eta(n)$ .

## ВИСНОВКИ

Отже, запропонований метод сліпого розділення джерел дозволяє виділяти статистично незалежні адитивні ПКВП складові процесу  $\xi(t)$  замасковані стаціонарними шумовими процесами. Слід звернути увагу на зменшення енергетичних характеристик процесу, що пов'язане з накладанням спектральних густин потужності стаціонарного та періодично нестационарного процесів. Такий підхід потребує подальших досліджень оскільки не розкритими залишаються питання щодо статистичної точності такого розділення, кількості необхідних компонент та порядку фільтрів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворський И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987. – 319 с.
2. Михайлишин В.Ю., Юзефович Р.М., Яворський И.М. Спектральний аналіз періодично нестационарних вібрацій підшипникових вузлів // Пр. 7-ї Всеукр. міжнар. конф. Укр. Образ 2004. – К: Міжнар. наук.-навч. центр інформаційних технологій та систем, 2004. – С. 123-126.
3. McCormick A.C., Nandi A.K. Cyclostationarity in Rotating Machine Vibrations // Mechanical Systems and Signal Processing. – № 12, 1998. – P. 225-242.
4. Назарчук З.Т., Яворський И.М., Михайлишин В.Ю. Застосування теорії періодично корельованих випадкових процесів до раннього виявлення дефектності обертових систем // 3-тя міжнар. конф. Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій. – Львів: Фізико-механічний інститут НАН України, 2004. – С. 403-410.
5. Antoni J. Blind separation of vibration components: Principles and demonstrations // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2005. – 19. – P. 116-1180.
6. Antoni J., Randall R.B. Unsupervised noise cancellation for vibration signals: part I-evaluation of adaptive algorithms // Mechanical Systems and Signal Processing. – № 18, 2004. – P. 89-101.
7. Яворський И.Н., Кравець И.Б., Исаев И.Ю. Параметрическое моделирование периодически коррелированных случайных процессов на основе их представления через стационарные случайные процессы // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2006. – Т. 49, № 11. – С. 33-42.