МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ НЕПЕРЕРВНИХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ДЛЯ РІШЕННЯ ЗАДАЧ ДІАГНОСТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

В.Д.Павленко, В.В.Череватий
Одеський національний політехнічний університет
65044, пр. Шевченко 1, Одеса, Україна
тел. (048) 746 72 29, e-mail: pavlenko_vitalij@mail.ru

Для математичного опису об'єктів контролю (ОК) з невідомою структурою пропонується використовувати нелінійні непараметричні динамічні моделі на основі интегроступеневих рядів Вольтерра (РВ). При цьому сукупність багатомірних вагових функцій - ядер Вольтерра (ЯВ) цілком характеризують і нелінійні і динамічні властивості, а, отже, технічний стан ОК. Для визначення ЯВ пропонується новий метод ідентифікації з використанням детермінованих пробних сигналів, заснований на виділенні парціальних складових за допомогою лінійної комбінації відгуків ОК і застосувані *Wavelet* - перетворень для підвищення завадостійкості метода. За допомогою комп'ютерного моделювання на тестовому нелінійному ОК у середовищі MATLAB проведене експериментальне дослідження методу ідентифікації підтверджуюче його високу ефективність.

ВСТУП

Ефективність використання сучасних методів контролю та діагностики, які основані на визначені моделі ОК [1,2], у значній мірі залежить від адекватності застосовуваних математичних моделей реальним об'єктам та процесам. У реальних умовах більшість дефектів та несправностей приводить до зміни не тільки параметрів моделі об'єкта, але й її структури. Для опису ОК невідомої структури доцільно використовувати найбільш універсальні нелінійні непараметричні динамічні моделі на основі інтегроступеневих РВ [3, 4]. При цьому нелінійні і динамічні властивості досліджуваного об'єкта однозначно описуються послідовністю інваріантних щодо виду вхідного сигналу багатомірних вагових функцій - ЯВ, і отже, характеризують технічний стан ОК.

Задача ідентифікації представляє собою процес побудови математичної моделі, що встановлює закономірність між вихідними та вхідними перемінними ОК, що дає можливість визначити з заданою точністю вихідну перемінну об'єкта-оригіналу по її вхідним перемінним. Основою для створення моделі досліджуваного об'єкта служать результати вимірів вхідних і вихідних перемінних ОК, і рішення задачі ідентифікації зв'язано з одержанням експериментальних даних і їх обробкою з урахуванням шумів вимірів.

Однак існуючі до теперішнього часу прикладні алгоритми ідентифікації нелінійних систем на основі РВ [3, 4] усе ще не дозволяють повною мірою використовувати можливості цього математичного апарата. Це обумовлено істотним впливом погрішностей вимірів на результат ідентифікації в алгоритмах експериментального визначення ЯВ з використанням детермінованих пробних сигналів.

Задача діагностичного контролю складається в одержанні інформації про фактичний стан ОК і прийняття на цій основі рішення про віднесення його до тієї або інших із заданих категорій якості. Діагностична процедура при використанні моделей ОК у виді РВ зводиться до визначення багатомірних ЯВ за даними експерименту "вхід - вихід" і побудови на основі отриманих оцінок ЯВ діагностичної системи ознак [1], у просторі яких будується вирішальне (діагностичне) правило оптимальної класифікації за допомогою методів навчання розпізнаванню образів (наприклад, статистичної класифікації або нейронних мереж).

У даній роботі пропонується метод ідентифікації ОК на основі РВ з використанням детермінованих пробних сигналів з застосуванням *Wavelet*-перетворень оцінок ідентифікованих перетинів ЯВ для підвищення завадостійкості методу.

1. ОПИС НЕЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ КОНТРОЛЮ У ВИДІ РЯДІВ ВОЛЬТЕРРА

Для первинного опису ОК пропонується [1-3] використовувати нелінійні непараметричні динамічні моделі у вигляді РВ:

$$y[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} y_n[x(t)] = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i) d\tau_i, \quad (1)$$

де $x(t)$ та $y[x(t)]$ – відповідно вхідний та вихідний сигнали ОК; $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ – ЯВ *n*-го порядку

(багатомірна вагова функція); $y_n[x(t)]$ – n–на парціальна складова відгука об'єкта. На практиці заміняють ряд поліномом, звичайно задовольняються декількома першими членами ряду (1). При цьому процедура ідентифікації заключається в виділенні парціальної складової та визначені з них ЯВ за спостереженнями "вхід - вихід".

У [4] запропонований завадостійкий метод ідентифікації ЯВ, заснований на рішенні n-мірного інтегрального рівняння Вольтерра 1-го роду. Для ідентифікації ЯВ n-го порядку потрібно використовувати n-ну парціальну складову РВ, хоча в режимі активного експерименту звичайно виміряється сумарний відгук на заданий вплив. Тому необхідно застосовувати спеціальні прийоми виділення парціальних складових з відгуку ОК. Відомі способи такої декомпозиції не забезпечують достатньої точності оцінки парціальних складових, що приводить до великих погрішностей при

2. МЕТОД ВИДІЛЕННЯ ПАРЦІАЛЬНИХ СКЛАДОВИХ ЗА ДОМОМОГОЮ ЛІНІЙНИХ КОМБІНАЦІЙ ВІДГУКІВ

В [3] пропонується метод виділення парціальних складових за допомогою лінійних комбінацій відгуків та визначення ЯВ на їх основі.

Нехай α - довільне дійсне число. Тоді реакція на вплив $\alpha x(t)$ дорівнює:

$$y[\alpha\cdot x(t)]=\sum_{n=1}^{\infty}\alpha^n\underbrace{\int_0^t\cdots\int_0^t}_{n\ разів}w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\prod_{i=1}^{n}x(t-\tau_i)d\tau_i \quad (2)$$

Припускаємо α таким, щоб ряд сходився. Подамо на вхід почергово впливи $\alpha_1 x(t)$, $\alpha_2 x(t)$,…, $\alpha_N x(t)$ (α_1, α_2,…, α_n – різні дійсні числа, не рівні нулю) та виміряємо відповідні реакції $y[\alpha_i x(t)]$, $i=1,\ldots,N$.

Утворюємо вираз:

$$F_m[x(t)]=\sum_{i=1}^{N}a_i y[\alpha_i x(t)], \quad (3)$$

де a_r – дійсні числа, які вибираються із наступних міркувань. Якщо підставить у (3) замість $y[\alpha_i x(t)]$ його вираз з (2), то отримаємо:

$$F_m[x(t)]=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{r=1}^{N}a_i\alpha_i^n\right)\underbrace{\int_0^t\cdots\int_0^t}_{n\ разів}w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\times \prod_{r=1}^{n}x(t-\tau_i)d\tau_i \quad (4)$$

Виберемо числа a_i таким чином, щоб у правій частині (4) обернулися у нуль усі перші n членів, крім m-го, а коефіцієнт при m-кратному інтегралІ став рівним одиниці. Таким чином, потрібно вирішити систему рівнянь:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\alpha_i^N=0; & якщо\ \ n\neq m,\ n=\overline{1,N},\\ \sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\alpha_i^N=1; & якщо\ \ n=m.\end{cases} \quad (5)$$

В матричній запису вона виглядить наступним чином:

$$M_\alpha\cdot a=b, \quad (6)$$

де

$$M_\alpha=\begin{pmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \ldots & \alpha_N\\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \ldots & \alpha_N^m\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \alpha_1^N & \alpha_2^N & \ldots & \alpha_N^N\end{pmatrix},$$

$a=(a_1,a_2,\ldots,a_N)^T$ - вектор коефіцієнтів, які необхідно знайти;

$b=(0,0,\ldots,0,1,0,\ldots,0)^T=(b_i)_{N\times 1}$, де $b_n=\begin{cases}0, & n\neq m\\ 1, & n=m\end{cases}$

Система (5) завжди має рішення, до того ж єдине, так як її детермінант лише множником $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_N$ відрізняється від детермінанта Вандермонда.

Слід відзначити основні моменти при практичному застосуванні даного методу. По-перше, доцільно вибирати α_N так, щоб виконувалася умова $|\alpha_i|\leq 1,\ i=1,\ldots,n$. При невиконанні цієї умови існує небезпека розбіжності ряду (2). С другої сторони, α_N не можна брати занадто малими, так як нелінійна складова буде практично відсутньою у відгуку системи, та й система (6) може бути погано обумовленою. Крім того, трудно вказати в загальному випадку, яке число членів ряду (2) слід оставити для досягнення потрібної точності. Чим більше n, тим менше вплив відкинутих членів, але тим більше проводиться тестових випробувань та більше погрішність при обробці результатів експерименту. Але з іншої сторони можна вказати систему чисел $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_N$, в безперечному смислі мінімізуючи вплив членів РВ, що залишилися. Рекомендації щодо вибору амплітуд вхідних пробних сигналів представлено в [3,5].

Виділення ЯВ з парціальної складової пропонується в роботі [4]. Головний перетин ЯВ другого порядку відновлюється за формулою:

$$w_2(t,t)=\frac{y_2(t)}{h^2} \quad (7)$$

де $y_2(t)$ - парціальна складова 2-го порядку, h - шаг дискретизації інтегрального рівняння, рішенням якого є (7).

2. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕТОДУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Для дослідження методу виділення парціальних складових за допомогою лінійних комбінацій

відгуків було вибрано об'єкт, який описується нелінійним диференціальним рівнянням у вигляді:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha \cdot y(t) + \beta \cdot y^2(t) = x(t), \qquad (8)$$

де α и β - постійні коефіцієнти. Для такого об'єкта модель у вигляді двох членів РВ при нульових початкових умовах має вигляд:

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1,\tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \qquad (9)$$

де *x(t) і y(t)*–сигнали відповідно на вході і виході ОК;

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha\tau_1},$$

$$w_2(\tau_1,\tau_2) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha}(e^{-\alpha\tau_1} e^{-\alpha\tau_2} - e^{-\alpha\tau_2}), & \tau_1 \le \tau_2 \\ \frac{\beta}{\alpha}(e^{-\alpha\tau_1} e^{-\alpha\tau_2} - e^{-\alpha\tau_1}), & \tau_2 < \tau_1. \end{cases} \qquad (10)$$

Дослідимо визначення головного перетину ЯВ другого порядку. Головний перетин ЯВ при $\tau_1 = \tau_2 = t$ визначається залежністю:

$$w_2(t,t) = \frac{\beta}{\alpha}(e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}). \qquad (11)$$

Для оцінки погрішностей моделювання використовувався критерій середньоквадратичної помилки:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{p}\sum_{t=1}^{p}(w_t - \hat{w}_t)^2} \qquad (12)$$

де w_t - точне значення ядра, $\hat{w}_t$ – значення отримане у результаті експерименту в дискретні моменти часу *t*, *p* – кількість значень на інтервалі спостережень.

На рисунках 1 та 2 представлені результати ідентифікації ЯВ другого порядку з використанням амплітуд вхідних пробних сигналів, запропанованих у [3, 5] при апроксимації ОК поліномом Вольтерра другого порядку (*N*=2) без погрішностей вимірів відгуків та з погрішністю 3% відповідно.

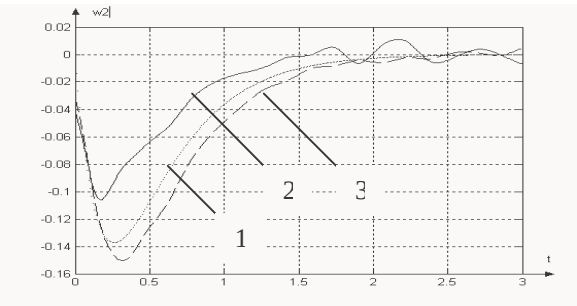

Рис. 1. Порівняльні результати ідентифікації ЯВ другого порядку з використанням амплітуд з [3,5] без погрішності вимірів: 1 - точне значення ЯВ; 2 – оцінка ЯВ з використанням амплітуд [3]; 3 - оцінка ЯВ з використанням амплітуд [5];

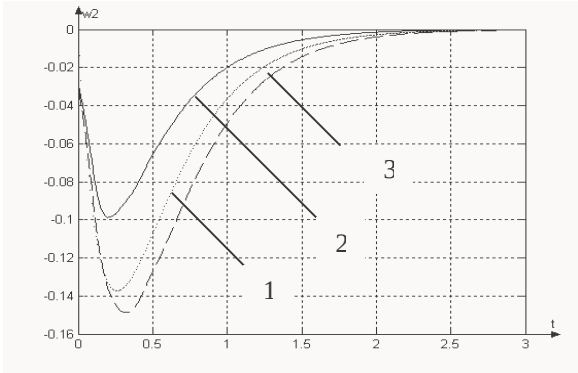

Рис. 2. Порівняльні результати ідентифікації ЯВ другого порядку з використанням амплітуд з [3,5] з погрішністю вимірів 3%: 1 - точне значення ЯВ; 2 – оцінка ЯВ з використанням амплітуд [3]; 3 - оцінка ЯВ з використанням амплітуд [5];

Погрішності оцінок ідентифікації ЯВ при апроксимації ОК поліномом порядку *N* представлені в таблиці 1.

Таблиця 1.

Апроксимація ОК поліномом порядку *N*	Погрішність ідентифікації	
	Амплітуди з [3]	Амплітуди з [5]
N=2	0.02086	0.00979
N=3	0.00563	0.00961
N=4	0.00255	0.00229

На рисунку 3 представлені графіки залежностей погрішності ідентифікації (*error*) від шагу інтегрування (*h*) в (7) при визначені головного перетину ЯВ другого порядку з погрішністю вимірів 1% і використанням амплітуд [5]. Для зглажування результатів ідентифікації застосовувалися *Wavelet*-перетворення перетину ЯВ [6] з материнським вейвлетом *coiflet* (використовувалась відповідна функція *MATLAB 6.5.0 Wavelet TOOLBOX - coif4*).

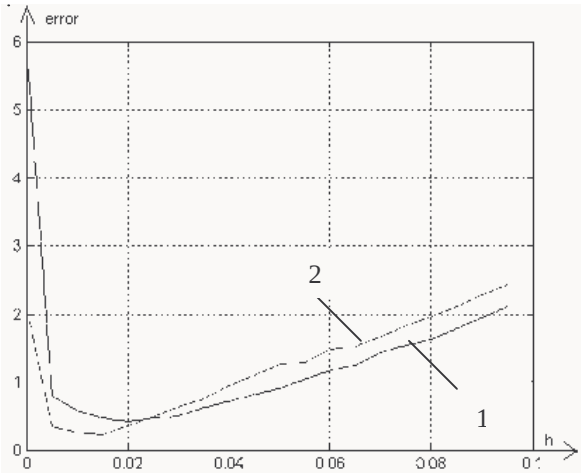

Рис. 3. Графіки залежностей погрішності ідентифікації від шагу інтегрування (7) при визначені ЯВ другого порядку з погрішністю вимірів 1% і використанням амплітуд з [5]: 1,2 – залежності погрішностей оцінок ЯВ без застосування та з застосуванням *Wavelet*-перетворення відповідно.

На рисунку 4 представлені результати оцінки головного перетину ЯВ другого порядку досліджуванного ОК при амплітудах [5] та апроксимації ОК поліномом порядка *N=4* з погрішністю вимірів 5%.

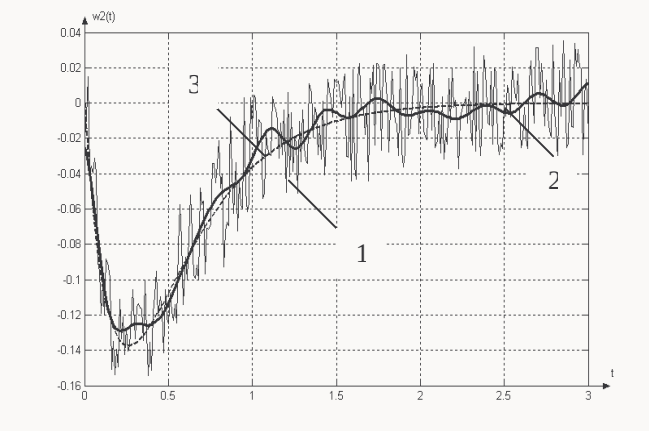

Рис. 4. Оцінки головного перетину ЯВ другого порядку досліджуванного ОК при амплітудах [5] з погрішністю вимірів 5% при апроксимації ОК поліномом порядку *N=4*: 1,2 - оцінка без застосування та з застосуванням *Wavelet*-перетворенням відповідно*; 3* - точне значення ЯВ.

На рисунку 5 представлені результати оцінки головного перетину ЯВ другого порядку досліджуванного ОК при амплітудах [5] з погрішністю вимірів 5% при апроксимації ОК поліномами порядків *N=2,3,4*.

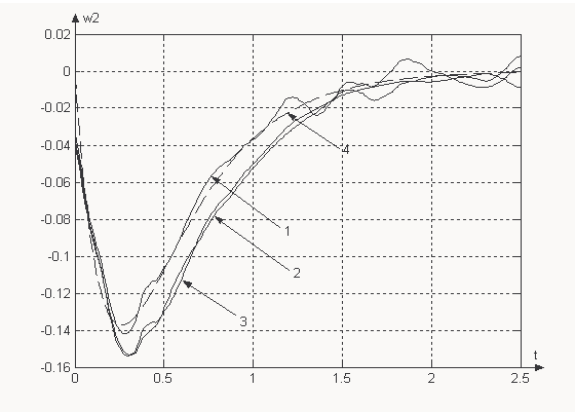

Рис. 5. Оцінки головного перетину ЯВ другого порядку досліджуванного ОК при амплітудах пробних сигналів [5] з погрішністю вимірів 5% при апроксимації ОК поліномом порядку *N*: 1- для *N*=4*;* 2 - для *N*=3*;* 3 - для *N*=2*;* 4 - точне значення ЯВ.

Погрішності оцінок ідентифікації ЯВ приведені в таблиці 2.

Таблиця 2.

Апроксимація ОК поліномом порядку *N*	Погрішність ідентифікації при погрішності вимірів в		
	1%	3%	5%
N=2	0.0108	0.0112	0.0117
N=3	0.0103	0.0102	0.0109
N=4	0.0041	0.0055	0.0057

ВИСНОВКИ

Запропонований в роботі метод ідентифікації нелінійних неперервних динамічних ОК, заснований на використанні для їх опису РВ (сукупністю ЯВ) досліджений експериментально за допомогою комп'ютерного моделювання у середовищі *MATLAB*.

Отримані залежності показують ефективність використання амплітуд пробних сигналів запропонованих у [5] при визначенні ЯВ другого порядку, так як їх застосування приводить до зменшення погрішності ідентифікації .

Для згладження осциляцій в оцінках ЯВ запропановано використовувати метод, заснований на *Wavelet*-перетворенні, що дозволяє зменшити погрішність ідентифікації у 1.2 - 2 рази.

Представлені графіки залежностей погрішності ідентифікації від шагу інтегрування при визначені ЯВ другого порядку свідчать про існування оптимальних значень шагу дискретизації, при якому погрішність ідентифікації має мінімальне значення.

Підтверджено результатами чисельного експерименту зменшення погрішності ідентифікації ЯВ другого порядку при використанні апроксимації ОК поліномом більш високого порядку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Павленко В.Д., Фомин А.А., Череватый В.В. Построение пространства диагностических признаков на основе моделей объектов контроля в виде рядов Вольтерра – Вторая международная конференция по проблемам управления (Москва, 17-19 июня 2003 г.): Избранные труды в двух томах. – М.: Институт проблем управления РАН, 2003.Том 2,с.110-117
2. Павленко В.Д., Череватый В.В. Метод модельной диагностики нелинейных динамических объектов контроля на основе ядер Вольтерра – В сб.: Тезисы 9-й Международной конференции "Системный анализ и управление", г. Евпатория, 4-11 июля 2004 г. – С.136-137.
3. Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С. Теория нелинейных электрических цепей. - Л.: Энергоатомиздат, 1990.- 256 с.
4. Апарцин А.С., Солодуша С.В. О математическом моделировании нелинейных динамических систем рядами Вольтерры. - Электронное моделирование, 1999, №2, с.3-12.
5. Павленко В.Д., Зиновьев А.А. Амплитуды тестовых сигналов для идентификации ядер Вольтерра - Труды ОПУ, В.1, 2001.-С.35-41.
6. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Р, 2002. 448 с.