Відновлення тривимірних об'єктів за їх слідами на системі перерізаних площин з використанням інтерфлетації функції

Литвин О.М., Першина Ю.І.

Українська інженерно – педагогічна академія
м. Харків, вул. Університетська, 16
academ@kharkov.ua yulia_pershina@mail.ru

Анотація

У статті представлений новий метод відновлення внутрішньої структури тривимірного тіла за відомими зображеннями перетинів цього тіла, заданими у вигляді фотографій або томограм, що поступають з комп'ютерного томографа. Ці фотографії або томограми є зрізами тривимірного тіла в заданій системі перерізаних площин. У точках між заданими площинами відновлюється внутрішня структура тривимірного тіла за допомогою операторів поліноміальної інтерфлетації функції від трьох змінних.

1. Вступ

У практиці дослідження томографічних зображень часто виникає задача отримання зображення перетину тіла у тих площинах, для яких немає зображення за відомими зображеннями у деякій сукупності перетинів [1]. Аналогічна задача виникає при дослідженні кори головного мозку піддослідних тварин.

Існують сучасні програмні пакети, такі як 3D Max, Adobe Illustrator, Digital Anatomy, в яких можна отримати перерізи тривимірного тіла.

Можливості пакетів:

- Пакет Adobe Illustrator [2] може за даними проекціями в площинах, перпендикулярних одній вісі координат, знайти будь-який переріз тривимірного об'єкта. Перерізи, перпендикулярні осям координат знаходяться за допомогою кнопок – горизонталь або вертикаль; а похилі перерізи знаходяться за допомогою введення кута нахилу.
- Пакет Digital Anatomy Common Gateway Interface (CGI)[3] був створений університетом у Вашингтоні. Цей пакет представляє собою мультимедійну анатомічну допомогу. Він показує зображення різних секцій головного мозку, а також тривимірні зображення структур мозку. Можливо подивитись перерізи головного мозку та його частин за проекціями, перпендикулярними тільки одній вісі координат.
- Пакет 3D Studio Max [4] дозволяє побудувати перерізи тривимірного об'єкта за даними проекціями, перпендикулярними одній вісі координат. Щоб побудувати переріз треба просто вказати рівняння площин, якою треба перетнути тривимірне тіло.

Підкреслимо, що всі ці програмні пакети відновлюють внутрішню структуру тривимірного тіла за допомогою томограм, які лежать на площинах, паралельних одній площині. Тобто ці програмні пакети не дають можливість знайти перетин тривимірного поля за даними проекціями, отриманими при перетині тіла системою будь-яких перерізаних площин..

2. Опис методу

У даній роботі вперше розглядається задача відновлення тривимірного об'єкту за його слідами на системі трьох груп паралельних площин, які не є перпендикулярними координатним осям.

Як правило, інформація про параметри тіла у даних перетинах отримується у вигляді фотографічних зображень, які можуть поступати у пам'ять комп'ютера у растровому форматі *bmp* (від англ. *bitmap* – бітова карта), або у вигляді файлів із розширенням *pcx*, якщо ця інформація одержується з томографа.

Очевидно, що для того, щоб можна було використати цю інформацію у зручному для математичної обробки вигляді, необхідно вміти трансформувати растрові зображення у векторні зображення, а також вміти переходити від растрового зображення до його функціонального опису, яке кожній точці з координатами *x*, *y* на дисплеї ставить у відповідність функцію інтенсивності кольорового зображення (що моделюється, можливо, і відтінками сірого) за тою або іншою шкалою інтенсивностей.

У даній роботі пропонується метод відновлення зображення розподілу деякої фізичної характеристики $u(x,y,z)$ внутрішньої структури (наприклад, щільності, коефіцієнта затухання тощо). Джерелом інформації про функцію $u(x,y,z)$, тобто про внутрішню структуру тривимірного тіла, будемо вважати набір малюнків. Відмітимо, що ми розглядаємо випадок системи, яка складається з трьох груп паралельних площин. А частинний випадок, коли відновлюється тривимірний об'єкт за відомими його томограми в системі взаємно перпендикулярних площин, був розглянутий в роботі [5].

Опис методу відновлення тривимірного тіла ми розглянемо на прикладі тривимірної функції $f(x),\ x=(x_1,x_2,x_3)$.

Для подальшого викладу нам потрібно сформулювати деякі твердження.

Нехай задані три групи паралельних томограм. Томограми розташовуються на площинах, які задаються рівняннями наступного вигляду. Група площин A задається рівнянням: $\omega 1_i(x)=\sum_{p=1}^{3} a_{ii\,p}x_p-\gamma_i=0,\ i=\overline{1,m}$, група B задається рівнянням: $\omega 2_k(x)=\sum_{p=1}^{3} a_{k\,p}x_p-\gamma_k=0,\ k=\overline{1,n}$ і група C задається так: $\omega 3_l(x) = \sum_{p=1}^{3} a_{lp} x_p - \gamma_l = 0,\ l = \overline{1,s}$, де n, m, s - кількість паралельних томограм в групах A, B, C відповідно. Уведемо наступні позначення:

$$\tau_{ik} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \\ b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} \end{vmatrix};\ \tau_{ik}^0 = \frac{\tau_{ik}}{|\tau_{ik}|},$$

$$\mathrm{M} = \{(i,k,l) \mid A \cap B \cap C = V_{ikl} = (x_{ikl1}, x_{ikl2}, x_{ikl3}) \neq \emptyset, i \neq k \neq l\},$$

$$\Gamma_{ik} = A \cap B \neq \emptyset, \Gamma_{il} = A \cap C \neq \emptyset, \Gamma_{kl} = B \cap C \neq \emptyset,$$

$$\Delta_{ikl} = \begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \\ b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} \\ c_{l1} & c_{l2} & c_{l3} \end{vmatrix}.$$

Лема 1. [6] Функції $\omega 1_i(x), \omega 2_k(x), \omega 3_l(x)$ вектори $\tau_{ik}, \tau_{kl}, \tau_{li}$ та координати точки V_{ikl} задовольняють тотожності

$$z = V_{ikl} + \frac{\tau_{ik}}{\Delta_{kl}} \omega 3_l(x) + \frac{\tau_{kl}}{\Delta_{kl}} \omega 1_i(x) + \frac{\tau_{li}}{\Delta_{kl}} \omega 2_k(x) \equiv x \qquad (1)$$

Лема 2. Якщо групи площин A, B, C, на яких знаходяться дані томограм не компланарні, тобто $\Delta_{ikl} \neq 0$, то справедлива рівність

$$V_{ikl} = \frac{\tau_{ik}}{\Delta_{kl}} \gamma_l + \frac{\tau_{kl}}{\Delta_{kli}} \gamma_i + \frac{\tau_{li}}{\Delta_{lik}} \gamma_k \qquad (2)$$

Означення. Слідом $\varphi_k(x)$ функції $\varphi(x)$ на площині $\omega_k(x) = 0$ за умови, що всі три коефіцієнти не дорівнюють нулю, будемо називати одну з трьох функцій

$$\varphi_k(x) = \begin{cases} \varphi(x_{1k}(x_2, x_3), x_2, x_3) \\ \varphi(x_1, x_{2k}(x_1, x_3), x_3) \\ \varphi(x_1, x_2, x_{3k}(x_1, x_2)) \end{cases} = \begin{cases} \varphi((\gamma_k - a_{k2}x_2 - a_{k3}x_3)/a_{k1}, x_2, x_3) \\ \varphi(x_1, (\gamma_k - a_{k1}x_1 - a_{k3}x_3)/a_{k2}, x_3) \\ \varphi(x_1, x_2, (\gamma_k - a_{k1}x_1 - a_{k2}x_2)/a_{k3}) \end{cases}$$

де $x_p = x_{pk}, p = \overline{1,3}$ - вирази, що отримуються розв'язанням рівняння $\omega_k(x) = 0$ відносно змінної x_p. Якщо $\omega_k(x) = 0$ не залежить від однієї або двох змінних, то слідом функції будемо називати, відповідно, дві або одну функції. Наприклад, якщо площина має рівняння $\omega_k(x) := a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 - \gamma_k = 0$, то слідом функції $\varphi(x)$ на цій площині буде функція $\varphi(a_{k1}^{-1}(\gamma_k - a_{k2}), x_2, x_3)$ або функція $\varphi(x_1, a_{k2}^{-1}(\gamma_k - a_{k1}x_1), x_3)$. Якщо ж рівняння площини має вигляд $\omega_k(x) := a_{k1}x_1 - \gamma_k = 0,\ a_{k1} \neq 0$, то слідом функції $\varphi(x)$ на цій площині буде одна функція $\varphi(a_{k1}^{-1}\gamma_k, x_2, x_3)$.

Лема 3. Хай групи площини A, B, C, на яких лежать томограми, перетинаються в точці V_{ikl},

$$u_{li}^k = V_{ikl} + \frac{\tau_{ik}}{\Delta_{kl}} \omega 3_l(x) + \frac{\tau_{kl}}{\Delta_{kli}} \omega 1_i(x),$$

$$w_i(x) = V_{ikl} + \frac{\tau_{kl}}{\Delta_{kli}} \omega 1_i(x),$$

Тоді для існування функції $L_{ikl}(x) \in C^r(R^3)$ з умовами $L_{ikl}(x)\big|_{\Pi} = \varphi_q(x)\big|_{\Pi}\ (\Pi = \{A, B, C\})$ необхідно і достатньо, щоб сліди $\varphi_q(x)$ задовольняли умові $\varphi_q(x) \in C^r(R^3),\ r \geq 0$ та умовам С.М. Нікольського, які на ребрі Γ_{kl} зводяться до перевірки рівностей

$$\varphi_k(u_{li}^k(x))\big|_{\omega 3_l(x)=0} = \varphi_l(u_{ik}^l(x))\big|_{\omega 2_k(x)=0}.$$

Аналогічний вигляд мають ці умови на ребрах Γ_{ik}, Γ_{li}. В точці V_{ikl} умови Нікольського зводяться до перевірки рівностей

$$\varphi_l(u_{ik}^l(x))\big|_{\omega 1_i = 0,\ \omega 2_k(x)=0} = \varphi_k(u_{li}^k(x))\big|_{\omega 3_l(x)=0,\ \omega 1_i(x)=0} =$$
$$= \varphi_i(u_{kl}^i(x))\big|_{\omega 2_k(x)=0,\ \omega 3_l(x)=0}.$$

Оператор $L_{ikl}(x)$ можна побудувати у вигляді

$$L_{ikl}(x) = L_{ikl}(\{\varphi_q\}, x) = \left[L_{ik}^l + L_{kl}^i + L_{li}^k - L_{li}^k L_{kl}^i - L_{kl}^i L_{li}^k - \right.$$
$$\left. - L_{li}^k L_{ik}^l + L_{ik}^l L_{kl}^i L_{li}^k\right](\{\varphi_q(x)\}, x),$$

де

$$L_{ik}^l(\{\varphi_q(x)\}, x) = \varphi_l(u_{ik}^l(x)) = f(u_{ik}^l(x)),$$
$$L_{ik}^l L_{kl}^i(\{\varphi_q\}, x) = f(w_k(x)), \qquad (3)$$
$$L_{ik}^l L_{kl}^i L_{li}^k(\{\varphi_q\}, x) = f(V_{ikl}).$$

Аналогічно визначаються оператори $L_{kl}^i, L_{li}^k, L_{kl}^i L_{li}^k, L_{li}^k L_{ik}^l$.

Теорема 1. Хай $f(x) \in C^r(R^3)\ (r \geq 3)$ задовольняє умови

$$f(x)\big|_A = \varphi_i(x)\big|_A,\ f(x)\big|_B = \varphi_k(x)\big|_B,\ f(x)\big|_C = \varphi_l(x)\big|_C,$$
$$i = \overline{1,n},\ k = \overline{1,m},\ l = \overline{1,s}. \qquad (4)$$

Тоді

$$L_{ikl}(x) = L_{ikl} f(x),\ f(x) = L_{ikl} f(x) + R_{ikl} f(x), \qquad (5)$$

$$R_{ikl} f(x) = \int_0^{\omega_i} \int_0^{\omega_k} \int_0^{\omega_l} \frac{\partial^3}{\partial t_i \partial t_k \partial t_l} f\left(V_{ikl} + \frac{\tau_{kl}}{\Delta_{kli}} t_i + \right.$$
$$\left. + \frac{\tau_{li}}{\Delta_{lik}} t_k + \frac{\tau_{ik}}{\Delta_{ikl}} t_l\right) dt_i\, dt_k\, dt_l \qquad (6)$$

Теорема 2. Хай множина трьох груп паралельних томограм, які розміщуються на площинах, що задаються рівняннями:

$$A:\ \omega 1_i(x)=0,\ i=\overline{1,n},$$
$$B:\ \omega 2_k(x)=0,\ k=\overline{1,m},$$
$$C:\ \omega 3_l(x)=0,\ l=\overline{1,s},$$
задовольняє дві умови:

1) в одній точці $V_{ikl}=A\cap B\cap C$ перетинається не більше трьох площин;

2) кожна площина цієї множини перетинається з усіма іншими.

Тоді система функцій
$$h_{ikl}(x)=\frac{\prod\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i,k,l}}^{D}\omega_j(x)}{\prod\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i,k,l}}^{D}\omega_j(V_{ikl})},\ i=\overline{1,n},\ k=\overline{1,m},\ l=\overline{1,s}$$
де D - загальна кількість томограм, які використовуються для відновлення тривимірного тіла на ребрах та у точках перетину площин із груп A,B,C, має властивості
$$h_{ikl}(V_{i'k'l'})=\delta_{i,i'}\delta_{k,k'}\delta_{l,l'},\ i,i'=\overline{1,n},\ k,k'=\overline{1,m},\ l,l'=\overline{1,s}$$

Лема 4. Хай групи паралельних площин A,B,C, на яких лежать томограми, задовольняють умовам леми 3, тоді система функцій $h_{ikl}(x)$ є розкладом одиниці
$$\sum_{\substack{i,k,l\in D\\ i\neq k\neq l}}h_{ikl}(x)\equiv 1 \tag{7}$$

Доведення. Якщо розписати рівність для $h_{ikl}(x)$, то отримаємо наступну рівність
$$h_{ikl}(x)=\frac{\prod\limits_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\omega 1_{A_\mu}(x)\prod\limits_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\omega 2_{B_\nu}(x)\prod\limits_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\omega 3_{C_\beta}(x)}{\prod\limits_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\omega 1_{A_\mu}(V_{ikl})\prod\limits_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\omega 2_{B_\nu}(V_{ikl})\prod\limits_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\omega 3_{C_\beta}(V_{ikl})}=$$
$$=\prod_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\frac{\omega 1_{A_\mu}(x)}{\omega 1_{A_\mu}(V_{ikl})}\prod_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\frac{\omega 2_{B_\nu}(x)}{\omega 2_{B_\nu}(V_{ikl})}\prod_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\frac{\omega 3_{C_\beta}(x)}{\omega 3_{C_\beta}(V_{ikl})}$$
Тепер просумуємо цей вираз
$$\sum_{\substack{i,k,l\in D\\ i\neq k\neq l}}h_{ikl}(x)=\sum_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\sum_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}h_{ikl}(x)=$$
$$=\sum_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\sum_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\left[\prod_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\frac{\omega 1_{A_\mu}(x)}{\omega 1_{A_\mu}(V_{ikl})}\prod_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\frac{\omega 2_{B_\nu}(x)}{\omega 2_{B_\nu}(V_{ikl})}\prod_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\frac{\omega 3_{C_\beta}(x)}{\omega 3_{C_\beta}(V_{ikl})}\right]=$$
$$=\sum_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\left[\prod_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\frac{\omega 1_{A_\mu}(x)}{\omega 1_{A_\mu}(V_{ikl})}\right]\sum_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\left[\prod_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\frac{\omega 2_{B_\nu}(x)}{\omega 2_{B_\nu}(V_{ikl})}\right]\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\left[\prod_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\frac{\omega 3_{C_\beta}(x)}{\omega 3_{C_\beta}(V_{ikl})}\right]\equiv 1$$

Тут враховано, що $\prod\limits_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq i}}^{n}\frac{\omega 1_{A_\mu}(x)}{\omega 1_{A_\mu}(V_{ikl})},\ \prod\limits_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq k}}^{m}\frac{\omega 2_{B_\nu}(x)}{\omega 2_{B_\nu}(V_{ikl})},$ $\prod\limits_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq l}}^{s}\frac{\omega 3_{C_\beta}(x)}{\omega 3_{C_\beta}(V_{ikl})}$ є базисними поліномами Лагранжа.

Лему 4 доведено.

Теорема 3. Хай сліди $\varphi_k(x)\in C^r(R^3), r\geq 0,\ k=\overline{1,D}$ задовольняють умовам Нікольського на ребрах і в точках перетину площин. Тоді функція
$$L_{MN}(x)=\sum_{(i,k,l)\in D}h_{ikl}(x)\,L_{ikl}(x) \tag{8}$$
є поліноміальним інтерфлетантом з властивостями
$$L_{MN}(x)\in C^r(R^3),$$
$$L_{MN}(x)\big|_A=\varphi_i\big|_A,\quad L_{MN}(x)\big|_B=\varphi_k\big|_B$$
$$L_{MN}(x)\big|_C=\varphi_l(x)\big|_C.$$
При цьому $\forall f(x)\in C^r(R^3),\ r\geq 3$, що задовольняють умовам (4), виконується рівність
$$L_{MN}(x)=L_{MN}f(x):f(x)=L_{MN}f(x)+R_{MN}f(x),$$
$$R_{MN}(x)f(x)=\sum_{(i,k,l)\in D}h_{ikl}(x)\,R_{ikl}f(x), \tag{9}$$
де $R_{ikl}f(x)$ визначається формулою (6).

3. Результати

Практична реалізація методу була здійснена в системі комп'ютерної математики *Matlab 6.5*. Програма працює в середовищах *Windows 98, 2000* або *NT*.

Вхідними даними програми є сукупність рівнянь площин, що зображають перетини тривимірної функції $f(x,y,z)$ у системі трьох груп паралельних площин, які не є перпендикулярними осям координат (в першій групі m паралельних площин, в другій - n площин, в третій - p площин). Кожні три площини, взяті з різних груп, перетинаються в одній точці. За цією сукупністю площин будується тривимірний масив площин ω (перші m місць масиву займають площини з першої групи, за ними розміщуються площини з другої групи, а далі – площини з третьої групи). Масив площин ω має всього $m+n+p$ площині.

У принципі запропонований метод дозволяє досліджувати наближення при різних відстанях між паралельними перетинами. Але з метою спрощення і з метою максимального наближення до реальності (технічно простіше отримати перетини (проекції) зі сталим кроком) вважається, що відстань між перетинами є однаковою для будь-якої із систем площин. Якщо брати конкретне тривимірне тіло, то вхідними даними програми буде сукупність рисунків (файлів у форматі *bmp*), що зображають перетин цього тіла у системі трьох груп паралельних площин. Тобто ця сукупність файлів є тривимірним масивом рисунків, при чому належність файла до однієї з груп паралельних площин є його назва (наприклад, *A1.bmp, A2.bmp, A3.bmp* – рисунки, які належать першій групі паралельних площин, *B1.bmp,* *B2.bmp, B3.bmp* – рисунки, що належать другій групі, *C1.bmp, C2.bmp, C3.bmp* – належать третій групі). Зауважимо, що запис $Ak.bmp$ достатній, щоб за номером к викликати к-й малюнок з масиву А. Вхідні дані повинні знаходитися в тому ж каталозі (папці), де розташований виконавчий файл. Програма зчитує всі файли рисунків, що відповідають наступним критеріям:

- Назва файла повинна починатися з латинських символів *A, B,* або *C*, що відповідає належності рисунка до однієї із трьох груп паралельних площин.
- Наступними символами повинні бути арабські цифри, що слугують для визначення порядкового номера рисунка у відповідній групі паралельних площин.
- Всі знайдені коректні файли (тобто файли, що відповідають стандарту *BMP*) заносяться у тривимірний масив рисунків, а їх кількість – у відповідні змінні m, n, p.

Оператори сплайн-інтерфлетації реалізовані у програмі у вигляді окремих функцій $L1(i,k,l,x),\ L2(k,l,i,x),\ L3(l,i,k,x),\ LL1(k,l,i,x),$ $LL2(l,i,k,x),\ LL3(i,k,l,x),\ LLL(i,k,l,x)$. Ці функції відповідають операторам, визначеним формулами (3) Кожна з цих функцій здійснює обчислення номерів найближчих до точки із координатами x_1, x_2, x_3 картинок та за цими номерами звертається до конкретних елементів тривимірного масиву рисунків.

Кожний малюнок *Matlab 6.5* має полотно (*Figures*) для рисування, що, у сутності, є двовимірним масивом пікселів. Кожному елементу цього масиву, в свою чергу, поставлений у відповідність атрибут, тобто колір. Відзначимо, що при програмуванні у *Matlab 6.5* використовується *RGB* модель кольору, відповідно до якої будь-який колір можна представити як суперпозицію трьох базових кольорів – червоного (*Red*), зеленого (*Green*) та синього (*Blue*). Кожна із компонент – *Red, Green, Blue* задається одним байтом і відповідає $2^8 = 256$ відтінків кольору (значення інтенсивності змінюється від 0 до 255, число 255 відповідає кольору найбільшої інтенсивності). Повна кількість кольорів, що можна задати трьома байтами складає $256^3 = 16777216$, що близько до кольорової здатності людського ока (ця модель має назву *TrueColor*).

Особливість комп'ютерної реалізації операторів $L1(i,k,l,x),\ L2(k,l,i,x),\ L3(l,i,k,x),\ LL1(k,l,i,x),$ $LL2(l,i,k,x),\ LL3(i,k,l,x),\ LLL(i,k,l,x)$ полягає у необхідності дії на кожну із *RGB* компонент кольору окремо. Таким чином, у функціях

$L1(i,k,l,x),\ L2(k,l,i,x),\ L3(l,i,k,x),\ LL1(k,l,i,x),$ $LL2(l,i,k,x),\ LL3(i,k,l,x),\ LLL(i,k,l,x)$

здійснюється виділення окремих компонент кольору в даній точці.

За викладеною методикою авторами розроблена програма в системі комп'ютерної математики *Matlab 6.5* . Результати її тестування демонструють високу точність.

4. Висновки

Таким чином, в даній роботі запропонована методика відновлення внутрішньої структури тривимірного тіла за довільною системою томограм, розміщених у трьох групах перерізаних площин, кожна з яких складається з площин, паралельних між собою.

Даний метод планується використати для створення програмного забезпечення реально діючих комп'ютерних томографів.

5. Література

[1] Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии: Пер. С англ. М.: Мир, 1990. – 279с.

[2] Бурлаков М. Adobe Illustrator 9. Справ очник. – Спб: "Питер" 2001. – 608с.

[3] Agoncillo, A.V. and Mejino, J.L. and Rosse, C. Influence of the Digital Anatomist Foundational Model on Traditional Representations of Anatomical Concepts. – In Proceedings, American Medical Informatics Association Fall Symposium, page 2 – 6, 1999.

[4] Соловьев М. Трехмерный мир 3D Studio Max 5.0. "Солон - Пресс", 2003 – 24с.

[5] Литвин О.М., Першина Ю.І. Математична модель відновлення внутрішньої структури тривимірного об'єкта за відомими його томограмами з використанням інтерфлетації функції. – Десята міжнародна наукова конференція імені академіка М. Кравчука, 13-15 травня 2004 року, м. Київ, с. 437.

[6] Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Х.: Основа, 2002. – 544с.