

СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПЕРІОДИЧНО НЕСТАЦІОНАРНОЇ ВІБРАЦІЇ ПІДШИПНИКОВИХ ВУЗЛІВ

Михайлишин В.Ю. ♥, Юзефович Р.М. ♥, Яворський І.М. ♥♥

♥Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України, Львів
♦Інститут телекомунікації Технічно-сільськогосподарської академії, Бидгощ, Польща
МСП, вул. Наукова 5, м. Львів, 79601
Тел: 8 (0322) 65-48-80, факс: 8 (0322) 63-33-55
Електронна пошта: abzac@ipm.lviv.ua, mykhai@ipm.lviv.ua, iavor@ipm.lviv.ua

Анотація

У статті розглянуто ймовірнісну модель сигналів вібрації підшипника кочення у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП). Показані властивості даного подання і проаналізована доцільність його використання в задачах вібродіагностики підшипників кочення. Сформульована задача оцінювання періодично змінної спектральної густини ПКВП та її Фур'є коефіцієнтів при апріорі невідомому періоді корельованості. Розроблено когерентний метод статистичного оцінювання спектральної густини ПКВП. Розглянуто приклади застосування розробленої методології когерентного спектрального оцінювання для вібродіагностики технічного стану підшипникового вузла кочення швидкохідного шпинделя.

Слова ключові: ПКВП, спектральна густина, вібрація, підшипник, когерентний.

SPECTRAL ANALYSIS FOR PERIODICALLY CORRELATED RANDOM ROLLER BEARING VIBRATION SIGNALS

Mykhailyshyn V.Ju. ♥, Youzefovych R.M., Javors'kyi I.M. ♥♥

♥Karpenko Physico-mechanical institute NAS Ukraine, L'viv
♦Telecommunication Institute of Technically-agricultural academy, Bydgoszcz, Poland
Tel.: 8 (0322) 65-48-80, fax: 8 (0322) 63-33-55
E-mail: abzac@ipm.lviv.ua, mykhai@ipm.lviv.ua, iavor@ipm.lviv.ua

Abstract

The probabilistic model of roller bearing vibrational signals in the form of periodically correlated random processes (PCRP) is considered in the paper. The properties of given approach are shown and the advisability of its using in the tasks of roller bearing unit vibrodiagnostics is analysed. The task of estimating the periodical changeable PCRP spectral density and its Fourier components with apriori unknown correlation period is formulated. The coherent method of PCRP spectral density statistical estimating are elaborated. The examples of elaborated methodology of coherent spectral estimation application for vibrodiagnostic of technical state of the highspeed spindle rolling bearing units are considered.

Keywords: periodically correlated random processes, spectral density, vibrations, bearing, coherent.

ВСТУП

Для створення ефективних систем вібродіагностики необхідно досліджувати спектральну структуру сигналів. Моделі сигналів вібрації у вигляді ПКВП та їх узагальнень та відповідні методи непараметричного спектрального аналізу ПКВП [3] дають

можливість розглянути властивості сигналів вібрації та обертових систем, що їх породжують, з точки зору їхніх частотних та часових властивостей одночасно. Цей підхід може бути використаний при побудові системи діагностичних ознак. Спектральна густина ПКВП $f(\omega, t)$ є трансформантою Фур'є функції автокореляції

$$f(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} b(t, u) e^{-i\omega u} du.$$

Автокореляційна функція ПКВП $b(t, u)$ не є парною функцією зсуву u , і тому змінна спектральна густина $f(\omega, t)$ буде комплексно значна:

$$f(\omega, t) = \operatorname{Re} f(\omega, t) + i \operatorname{Im} f(\omega, t).$$

Функція $\operatorname{Re} f(\omega, t)$ описує розподіл середньої миттєвої потужності процесу на площині (ω, t) . Її інтегрування по всіх частотах ω дає миттєве значення середньої потужності в момент часу t .

2. КОГЕРЕНТНІ ОЦІНКИ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПКВП СИГНАЛІВ ВІБРАЦІЇ

Оцінки змінної спектральної густини та її коефіцієнтів Фур'є (компонентів) знаходять на основі співвідношень

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_{\max}}^{u_{\max}} \hat{b}(t, u) k(u) e^{-i\omega u} du \quad (1),$$

$$\hat{B}_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_{\max}}^{u_{\max}} \hat{B}_k(u) k(u) e^{-i\omega u} du \quad (2).$$

Відповідні оцінки кореляційної функції обчислюються методом когерентного усереднення

$$\hat{b}^{(1)}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [\xi(t+nT) - \hat{m}(t+nT)] \times [\xi(t+u+nT) - \hat{m}(t+u+nT)] \quad (3),$$

$$\hat{b}^{(2)}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\xi(t+nT) \xi(t+u+nT) - \hat{m}(t) \hat{m}(t+u) \right] \quad (4),$$

де

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t+nT),$$

N – кількість періодів корельованості, що містяться у реалізації сигналу. Оцінка кореляційних компонентів має вигляд

$$\hat{B}_k(u) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) e^{-i\frac{2\pi}{T}t} dt.$$

Дискретна оцінка спектральної густини ПКВП, побудована шляхом заміни інтегралів у (1) на відповідну інтегральну суму, має вигляд

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-L}^{L-1} \hat{b}(t, n\Delta u) k(n\Delta u) e^{-i\omega n\Delta u} \quad (5),$$

де $L = \frac{u_{\max}}{\Delta u}$, Δu – крок дискретизації за зсувом u ,

u_{\max} – точка усічення корелограми, а $k(n\Delta u)$ – функція вікна, що володіє такими ж властивостями, що й кореляційне вікно при спектральному аналізі стаціонарних випадкових процесів. Тобто має місце $k(n\Delta u) = k(-n\Delta u)$, $k(0) = 1$, $k(n\Delta u) = 0$ при $n\Delta u > u_{\max}$. Таким чином у виразі (5) суму можна замінити на нескінченну і розглядати статистику

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{b}(t, n\Delta u) k(n\Delta u) e^{-i\omega n\Delta u}. \quad (6)$$

Дискретизація сигналу вносить до оцінок спектральних характеристик похибки. Систематичні похибки характеризуються зміщенням, випадкові – дисперсією.

При невідомому математичному сподіванні оцінка кореляційної функції визначатиметься статистиками (3) або (4).

Математичне сподівання оцінок спектральної густини визначатиметься виразами:

$$E\hat{f}^{(1)}(\omega, t) = \sum_{l \in Z} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega_1, t) \lambda(\omega - \omega_1 - l \frac{2\pi}{\Delta u}) \times [1 - g_1(\omega_1, N) + g(\omega_1, N)] d\omega_1, \quad (7)$$

$$E\hat{f}^{(2)}(\omega, t) = \sum_{l \in Z} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega_1, t) \lambda(\omega - \omega_1 - l \frac{2\pi}{\Delta u}) \times [1 - g(\omega_1, N)] d\omega_1, \quad (8)$$

де

$$g(\omega, N) = \frac{\sin^2(\omega NT / 2)}{N^2 \sin(\omega T / 2)},$$

$$g_1(\omega, N) = \frac{2 \sin(\omega NT / 2) \cos(\omega T (N-1) / 2)}{N \sin(\omega T / 2)},$$

$$\lambda(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k(u) e^{i\omega u} du. \quad (9)$$

Вирази (7), (8) свідчать про появу додаткових складових зміщення, зумовлених як згладжуванням, так і скінченною довжиною реалізації $\theta = NT$.

Для дискретної оцінки спектральної густини (5), як і для неперервної (1), зміщення, спричинене скінченною довжиною реалізації буде пропорційне ширині кореляційного вікна $[-u_{\max}, u_{\max}]$.

При $u_{\max} \ll \theta$ величини зміщення будуть незначними, проте при зменшенні u_{\max} розширяться спектральне вікно. Дисперсія оцінки (6) визначається співвідношенням

$$D[\hat{f}(\omega, t)] = \left(\frac{\Delta u}{2\pi} \right)^2 \sum_{m, n=-L}^{L-1} R_b(t, n\Delta u, m\Delta u) \times k(n\Delta u) k(m\Delta u) e^{-i\omega(m-n)\Delta u},$$

де

$$R_{\hat{f}}(t, n\Delta u, m\Delta n) = E\hat{b}(t, n\Delta u)(t, m\Delta u) - E\hat{b}(t, n\Delta u)E\hat{b}(t, m\Delta u).$$

Для довгих реалізацій ($N \gg 1$) дисперсія оцінки спектральної густини має вигляд

$$D[\hat{f}(\omega, t)] = D^{(1)}[\hat{f}(\omega, t)] + D^{(2)}[\hat{f}(\omega, t)],$$

де

$$D^{(1)}[\hat{f}(\omega, t)] = \frac{2\pi}{\theta} \sum_{n, m \in Z} f(\omega + m \frac{2\pi}{\Delta u}, t) \times f(-\omega + m \frac{2\pi}{\Delta u}, t) \times \sum_{r \in Z} W(2\omega + (n-m) \frac{2\pi}{\Delta u} + r \frac{2\pi}{T}),$$

$$D^{(2)}[\hat{f}(\omega, t)] = \frac{2\pi}{\theta} \sum_{n \in Z} f_0(-\omega + n \frac{2\pi}{\Delta u}) \times \sum_{p \in Z} \text{Re} f(\omega - n \frac{2\pi}{\Delta u} + p \frac{2\pi}{T}, t) \times \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^2(\omega + \omega_2 - n \frac{2\pi}{\Delta u}) d\omega_2,$$

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k^2(u) e^{-i\omega u} du.$$

Якщо інтервал дискретизації за зсувом Δu вибрати так, щоб $\Delta u < \frac{2\pi}{\omega_{\max}}$, то дисперсія дискретної оцінки спектральної густини (6) не відрізнятиметься від дисперсії неперервної оцінки. Дискретна згладжена оцінка спектральних компонентів має вигляд

$$\hat{f}_k(\omega) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{B}_k(n\Delta u) k(n\Delta u) e^{-i\omega n\Delta u}, \quad (10)$$

При когерентному методі усереднення оцінки кореляційних компонентів $\hat{B}_k(n\Delta u)$ визначаються виразами:

$$\hat{B}_k^{(1)}(n\Delta u) = \frac{1}{K} \sum_{p=0}^{K-1} [\xi(ph) - \hat{m}(ph)] \times [\xi(ph + n\Delta u) - \hat{m}(ph + n\Delta u)] \times e^{-ik \frac{2\pi}{M+1} p},$$

$$\hat{B}_k^{(2)}(n\Delta u) = \frac{1}{K} \sum_{p=0}^{K-1} [\xi(ph)\xi(ph + n\Delta u) - \hat{m}(ph)\hat{m}(ph + n\Delta u)] e^{-ik \frac{2\pi}{M+1} p},$$

де $K = N(M+1)$, $M+1 = T/h$, $k = \Delta t$ – інтервал дискретизації за часом. Щоб уникнути накладання в оцінках кореляційних компонентів інтервал дискретизації h повинен задовольняти умову $h \leq \frac{T}{2N_2 + 1}$, N_2 – найвищий індекс кореляційного компонента.

Отримані аналітичні співвідношення забезпечують необхідні показники якості спектральних оцінок періодично нестационарних сигналів вібрації.

3. РЕЗУЛЬТАТИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Для сигналів вібрації підшипників шпинделя обчислені когерентні оцінки комплексної спектральної густини $\hat{f}(\omega, t)$ [1]. На рис. 1 маємо частотно-часові подання дійсних частин оцінок спектральної густини сигналів вібрації $\hat{f}(\omega, t)$. Аналіз графіків когерентних оцінок $\text{Re} \hat{f}(\omega, t)$ та $\text{Im} \hat{f}(\omega, t)$ дозволяє встановити загальні риси вібраційних процесів при різних станах механізму (рис. 1 – рис. 2). Когерентна оцінка $\text{Im} \hat{f}(\omega, t)$ (рис. 2) відмінна від нуля для обох розглянутих випадках сигналів періодично нестационарної вібрації і має місце співвідношення $|\text{Im} \hat{f}(\omega, t)| < |\text{Re} \hat{f}(\omega, t)|$.

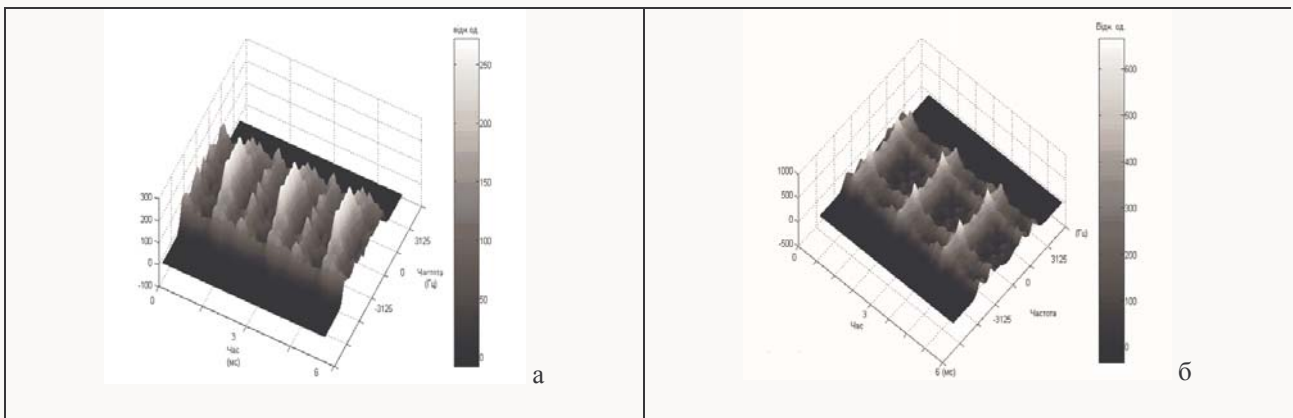


Рис. 1. Дійсна частина когерентної оцінки змінної спектральної густини $\hat{f}(\omega, t)$ сигналу вібрації підшипника за три оберти вала у частотній смузі (-6250, 6250) Герци а) з нерівномірним осьовим натягом зовнішнього кільця; б) з обертовим навантаженням на зовнішньому кільці.

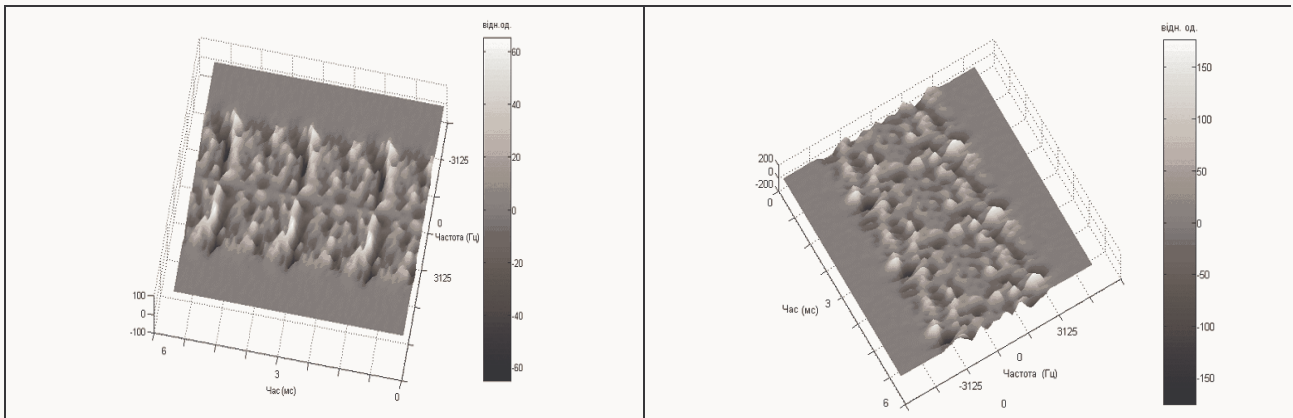


Рис. 2. Уявна частина когерентної оцінки змінної спектральної густини сигналу вібрації підшипника за три оберти вала у частотній смузі (-6250, 6250) Герци: а) з нерівномірним осьовим натягом зовнішнього кільця; б) з обертовим навантаженням на зовнішньому кільці.

Таким чином асиметрія оцінок автокореляційних функцій $\hat{b}(t, u)$ по u незначна. Для спрощення подання моделі сигналу вібрації нею можна знехтувати. У випадку нерівномірного осьового натягу зовнішнього нерухомого кільця підшипника у частотно-часовому зображенні $\text{Re } \hat{f}(\omega, t)$ (рис. 1а) маємо на оберті вала два короткотривалі широко-смугові сплески потужності випадкової вібрації. Менші за потужністю вертикальні смуги містять локалізовані за частотою максимуми, зумовлені власними резонансами підшипникового вузла. Ці резонанси у вигляді переривчастих горизонтальних смуг на зображенні $\text{Re } \hat{f}(\omega, t)$ (рис. 1а) на більшій частині періоду обертання вала мало помітні. Для обертового навантаження зовнішнього кільця горизонтальні структурні елементи зображення оцінки $\text{Re } \hat{f}(\omega, t)$ (рис. 1б) на частотах $f_1 \approx 1700$ Гц та $f_2 \approx 2900$ Гц більше виразні. Сплески потужності з'являються тільки один раз на періоді, причому смуга власного резонансу f_1 в моменти сплесків потужності формує помітну на графічному поданні регулярну частотно-часову структуру. В моменти раптового зростання потужності випадкового компонента вібрації проявляються власні резонанси підшипникового вузла шпинделя, у вигляді локальних максимумів дійсної частини спектральної оцінки $\text{Re } \hat{f}(\omega, t)$ (рис. 1б). Середнє значення функції $\text{Re } \hat{f}(\omega, t)$ за часом є оцінкою нульового коефіцієнта ряду Фур'є $\hat{f}_0(\omega)$. $\hat{f}_0(\omega)$ має всі властивості спектральної густини потужності стаціонарного процесу. Він визначає частотний розподіл середньої потужності стохастичної складової вібраційного сигналу. Графіки оцінок $\hat{f}_0(\omega)$ для двох сигналів вібрації від дефектних підшипникових вузлів не мають виражених піків на частоті обертання шпинделя та її гармоніках $\omega = \Lambda_k$, $k = 1, N_1$. У той час як оцінки спектральної густини потужності в стаціонарному наближенні для обох сигналів практично ідентичні [2], оцінки розподілу потужності випадкових флуктуацій на площині (ω, t) суттєво різняться.

Вилучення із акселерометричних сигналів когерентної оцінки математичного сподівання дає можливість виявляти мало потужні коливання, параметри яких є діагностичними ознаками ранніх стадій розвитку дефектів.

Уявні частини когерентних оцінок змінної спектральної густини $\text{Im } \hat{f}(\omega, t)$ випадкової вібрації для обох типів дефектів зображені на рис. 2 а, б. Середнє значення функції $\text{Im } \hat{f}(\omega, t)$ за часом в обох випадках дорівнює нулю. Регулярні структури на рис. 2 б свідчать про періодичне пилкоподібне зростання домінуючої частоти перехідних флуктуацій між сплесками потужності стохастичної вібрації у підшипнику із обертовим навантаженням. Для нерівномірного осьового натягу зовнішнього кільця характерні широкосмугові короткотривалі підйоми потужності флуктуацій, що спостерігаються двічі за період.

Безпосереднє використання оцінок комплексної змінної спектральної густини як функції частоти і часу в якості діагностичної характеристики викликає певні труднощі, пов'язані з кількістю необхідних обчислень, складністю інтерпретації та зіставлення оцінок функцій двох змінних. Для визначення ознак періодичної корельованості більше підходять скалярні чи векторні діагностичні параметри.

На основі отриманих спектральних частотно-часових подань періодичної модуляції випадкової вібрації, характерних для різних дефектів, можна створити принципово нові системи вібродіагностики підшипників кочення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Генкин М. Д., Соколова А. Г. *Виброакустическая диагностика машин и механизмов.* – М.: Машиностроение. – 1987. – 288 с.
2. Яворский И. Н. *Применение схемы Бюй-Балло при статистическом анализе ритмических сигналов // Изв. вуз. Радиоэлектроника* – 1984. – 27, №11. – С.31-37.
3. Заболотний О. В., Михайлишин В. Ю. *Вібродіагностика підшипників кочення методами періодично корельованих випадкових процесів // Відбір і обробка інформації.* – 2000. – №14(90). – С.53-58.