Аналіз та представлення кривих на основі застосування графів

А.В. Агарков

Інститут Проблем Штучного Інтелекту, м. Донецьк
aav@iai.donetsk.ua

Запропоновано методи аналізу кривих і побудови їхніх представлень, на основі введеного тут вектора зсуву для ділянки кривої і спеціального графа, що будується на основі розглянутої кривої. В основі представлення кривої лежить її дискретизація, тобто роздрібнення на окремі ділянки. Крива представляється у вигляді графа, що дозволяє відновлювати криву з високою точністю, а також проводити порівняння кривих між собою.

1. Уведення

Аналіз, представлення і порівняння кривих - це один з діючих шляхів при розпізнаванні зображень. Тому даній тематиці присвячено багато робіт, що спрямовані на пошук ефективного і досить простого методу, який би дозволив робити порівняння кривих, виділяти визначені ділянки кривих і т.д. Аналіз кривих необхідний для, наприклад, розпізнавання об'єктів, представлених у виді контурів [1,2,3], при ідентифікації кривих [4], при пошуку на зображенні кривих визначеної форми [5].

Для рішення цієї задачі використовуються дуже різноманітні методи. Наприклад, у роботах [1,4] застосовується представлення кривих у вигляді функції одного перемінного. Криві ідентифікуються шляхом порівняння функцій, одна з яких представляє досліджувану криву, а інша – шаблонову криву.

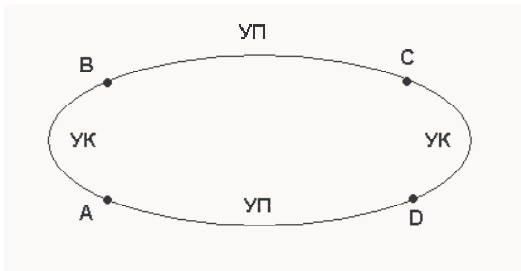
У роботах [2,3] для аналізу кривих застосовуються поліноміальні інваріанти. Досліджуваний контур розбивається на частини, кожна з який представляється у виді полінома другого ступеня. Використовуючи поліноміальні коефіцієнти і вираження для них, що є інваріантами для різних перетворень (повороти, зміни масштабу і т.п.), ці ділянки ідентифікуються і потім, відповідно, ідентифікується вся крива.

У роботі [6] для представлення кривої використовується представлення, суть якого полягає в наступному. Об'єкт, що складається з ліній, розбивається на елементарні ділянки (прямі, криві, петлі), що представляються у виді коду (набору чисел, що представляє форму ділянки і його сполучення із сусідніми ділянками). Тобто кожен об'єкт представлений у виді набору кодів для окремих ділянок, що досить зручно використовувати для відновлення і порівняння об'єктів.

У наданій роботі як і в [2,3] крива розбивається на кілька частин, але розбивка проводиться ієрархічно, тобто розбивка одного рівня засновано на розбивці попереднього рівня. Такий підхід дає більш високу точність при виділенні ділянок визначеної форми і їхньому аналізі. Для аналізу ділянок кривої застосовується лінійні, а не поліноміальні як у [2,3] форми, що значно спрощує обчислення. Сама крива представляється у вигляді графу, що дозволяє відновлювати криву з високою точністю і робити порівняння з іншими кривими.

2. Вектор зсуву для ділянки кривої

Для опису кривих пропонується представлення, в основі якого лежить розбивка кривої на ділянки, що далі будемо називати умовно прямими й умовно кутами. Умовно прямі (УП) – ділянка кривої, середня кривизна якого тільки збільшується при його нарощуванні. Умовно кут (УК) – ділянка кривої, середня кривизна якого тільки зменшується при нарощуванні. Під нарощуванням, у даному випадку, розуміється збільшення дини ділянки за рахунок додавання до нього сусіднього нескінченно малої ділянки. Тобто якщо для приклада взяти еліпс, то він буде розбитий на дві УП і два УУ (мал. 1).



Мал. 1. Розбивка еліпса на два УК – AB і CD, і дві УП - BC і AD.

Визначення середньої кривизни ділянки кривої - задача, що вимагає значних обчислювальних ресурсів. Запропоновано замінити її більш простим об'єктом, що дозволяє приблизно оцінити кривизну ділянки кривої. Обчислення числових характеристик даного об'єкта не повинне вимагати значних обчислювальних витрат, щоб підвищити швидкість обробки даних.

Як даний об'єкт узятий вектор, що з'єднує крапку, що є середньої для кінців досліджуваної ділянки, і центр ваги даної ділянки кривої. Центр ваги обчислюється з умови однорідності кривої. Далі будемо називати цей вектор вектором зсуву. Тобто координати для центра ваги ділянки кривої записуються в такий спосіб:

$$X_{CV}=\frac{\int xdl}{L}\ ,\ \ Y_{CV}=\frac{\int ydl}{L}\ ,$$

де X_{CV},Y_{CV} - координати центра ваги, x,y - координати крапок, що належать даній ділянці кривої, L - довжина даної ділянки кривої, інтегрування ведеться уздовж даної ділянки. Чи для дискретного випадку –

$$X_{CV}=\frac{1}{N}\sum_i x_i\ ,\ \ Y_{CV}=\frac{1}{N}\sum_i y_i\ ,$$

де x_i,y_i - координати окремих крапок (пікселей) ділянки кривої, N - кількість даних крапок (пікселей).

Сам вектор зсуву записується у вигляді

$$\vec{r}_d=\vec{r}_C-\vec{r}_{CV}\ ,$$

де $\vec{r}_C$ - радіус-вектор для крапки середньої для кінців розглянутої ділянки, $\vec{r}_{CV}$ - радіус-вектор для центра ваги даної ділянки. Координати для $\vec{r}_C$ записуються вигляді

$$X_C=\frac{1}{2}(x_S+x_F)\ ,\ \ Y_C=\frac{1}{2}(y_S+y_F)\ ,$$

де X_C,Y_C - координати радіуса-вектора $\vec{r}_C$, x_S,y_S і x_F,y_F - координати початку і кінця розглянутої ділянки кривої.

Вектор зсуву $\vec{r}_d$ визначає ступінь і напрямок середнього відхилення ділянки кривої від прямої, що проходить через кінці даної ділянки, тобто середню кривизну ділянки. Чим більше модуль вектора зсуву, їм більше середня кривизна ділянки. Знаючи вектор зсуву можна приблизно оцінити вигляд кривої. Якщо ж вектор зсуву нормувати на довжину відрізка, що з'єднує кінці ділянки кривої, то дана міра буде інваріантна не тільки щодо поворотів, але і щодо масштабу. Часто буває зручно записувати вектор зсуву у виді суми нормальної і тангенціальний складових до напрямку від початку до кінця розглянутої ділянки кривої, тобто вектору $\vec{R}=\vec{r}_F-\vec{r}_S$, де $\vec{r}_F,\vec{r}$ - радіуса-вектора початку і кінця даної ділянки. Нормальну $\vec{r}_{dN}$ і тангенціальну $\vec{r}_{dT}$ складових для нормованого вектора зсуву запишемо у вигляді

$$\vec{r}_{dN}=\frac{(\vec{R}\times\vec{r}_d)}{R^2}\ ,\ \ \vec{r}_{dT}=\frac{(\vec{R}\cdot\vec{r}_d)}{R^2}\ .$$

Чим ближче модуль вектора зсуву до нуля, тим загальна форма кривої близька до прямої. Очевидно, що загальна форма ділянки кривої може тільки віддалено походити на дійсну форму даної ділянки. Так, наприклад, якщо ми розрахуємо вектор зсуву для періоду синусоїди, то одержимо, що він дорівнює нулю, тобто загальна форма цієї ділянки є ідеальна пряма, що мало погодиться з тим, що є насправді. У дійсності, для того, щоб більш-менш точно визначити форму кривої, необхідно знати вектора зсуву окремих її ділянок. Чим на більшу кількість ділянок ми розіб'ємо досліджувану криву, тим повніше буде інформація про її форму.

Як уже указувалося вище, запропоновано розбити криву на УП і УК. Для дискретизованної кривої (тобто кривої, розбитої на окремі ділянки (крапки, піксели)) це зручно зробити за допомогою піраміди, метод побудови, який описаний у роботі [7.].

3. Піраміда

Пірамідою на графі G називається граф P, що має наступні властивості

- кожна вершина піраміди належить визначеному рівню;
- рівні піраміди упорядковані від нижнього (першого) до верхнього (останнього);
- вершини піраміди з'єднані ребрами тільки з вершинами, що лежать на попередньому і наступному рівнях (вершини з попереднього рівня, з якими дана з'єднана ребрами, є для неї батьківськими (предками), а з наступного – дочірніми (нащадками));
- у кожної вершини піраміди існує прообраз – елемент, що поєднує її предків;
- для вершин піраміди P першого рівня батьківськими вершинами є вершини графа G, що складають деякий підграф, для вершин інших рівнів – вершини з попереднього рівня, що мають загального (загальних) предка (предків).

Вершина піраміди P, що не має нащадків називається верхівкою піраміди.

Звичайна піраміда – піраміда, у якої всі предки будь-якої вершини v мають тільки одну загальну батьківську вершину v_p , що є прообразом для v .

Одним з окремих випадків звичайних пірамід є лінійні піраміди. У лінійних пірамідах предками вершин першого рівня є вершини вихідного графа, з'єднані ребром, а прообразами – дані ребра. Тобто у кожної вершини лінійної піраміди точно два предки. Вершинам лінійної піраміди відповідають ланцюга.

Побудова піраміди випливає з її властивостей. Як вихідного графа візьмемо дискретизовану криву. Кожній вершині відповідає елемент дискретизації (ділянка, піксель). Ребрами з'єднуються вершини, яким відповідають сусідні елементи дискретизації. Оскільки ми розглядаємо властивості кривих, те необхідно скористатися лінійною пірамідою. Достоїнством застосування пірамід є також і те, що можна аналізувати криві, які перетинаються, без істотного збільшення часу обробки.

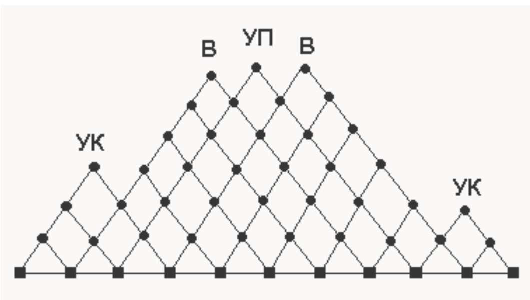
4. Аналіз кривих

При побудові нової вершини піраміди відразу визначаємо суми координат і кількість пікселей для ділянки кривої, якому відповідає дана вершина, використовуючи аналогічні дані для батьків і прообразу. Необхідно просто скласти відповідні даних батьків і відняти відповідні дані прообразу. Використовуючи отримані дані, обчислюємо вектор зсуву для відповідного ділянки кривої. Кінці ділянки, що відповідає новій вершині, визначаються також на основі аналогічних даних у батьків і прообразу.

Для того, щоб знайти УП і УК необхідно ввести додаткові правила при будівництві піраміди – (i) вершини, батьки в який мають кривизну більше, ніж у прообразу з'являються верхівками, тобто не можуть більше мати дочірніх вершин; (ii) вершини, батьки в який мають кривизну менше, ніж у прообразу також з'являються верхівками. Прообразам вершин, що є верхівками, отриманими в результаті застосування правил (i) і (ii), відповідають УП і УК відповідно.

Слід зазначити, що застосовувати дані правила слід, тільки починаючи з деякого рівня піраміди вище третього. Справа в тім, що УП і УК повинні складатися з мінімум двох елементів дискретизації, що відповідає вершині першого рівня, що є прообразом для вершини третього рівня. Рівень, починаючи з котрого починається застосування цих правил для різних задач може бути різний і визначається поставленою задачею.

На мал. 2 представлена ділянка піраміди, із двома верхівками, які відповідають УК і однією верхівкою, що відповідає УП, що утворилися в результаті застосування правил (i) і (ii). Верхівки, позначені В утворилися за загальними правилами побудови пірамід.



Мал. 2. Ділянка піраміди. Вершини В утворені в результаті застосування загальних правил побудови пірамід.

Взагалі говорячи, у залежності від поставленої задачі можна додавати різні додаткові правила, що дозволяють виділяти ділянки з заданими характеристиками.

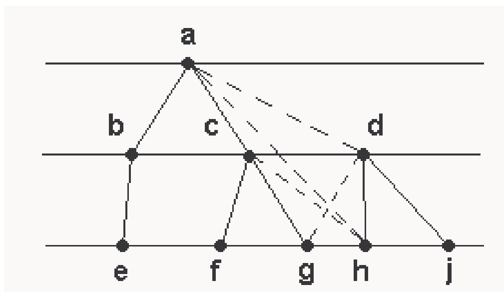
Після того, як піраміда побудована, тобто виділені всі УП і УЛ, які відповідають верхівкам. Виділені УП полягаємо елементами наступного рівня дискретизації і повторюємо для них усі ті процедури, що описано вище, тобто побудова піраміди і виділення її верхівок, що відповідають УП і УК. І так доти, поки можлива побудова піраміди, тобто на останньому рівні дискретизації є більш одного елемента розбивки.

Таким чином, процес аналізу складається з циклів, у кожнім з яких йде пошук елементів дискретизації (УП) і сполучних їхніх елементів (УК) на основі дискретизації, отриманої при виконанні попереднього циклу. Тобто виконується процес дискретизації на основі результатів дикретизації попереднього циклу. Тому доцільно говорити про дискретизації різних рівнів, що є результатами роботи того чи іншого циклів.

5. Побудова графа, що представляє криву

Паралельно будується граф, що власне і представляє досліджувану криву. Кожній вершині даного графа відповідає УК. Відповідно вершини, як і УК, належать різним рівням, що вітповідають рівням дискретизації. Ребрами з'єднуються вершини, що відповідають УК, що з'єднані через УП. Тобто. ребрам відповідають УП. Атрибутами даних вершин і ребер є атрибути відповідних елементів дискретизації (вектор зсуву, кінцеві крапки, кількість елементів початкового рівня дискретизації (пікселей) і т.д.). Також ребрами з'єднуються УК при спадкуванні, тобто якщо УК одного рівня дискретизації входять в УК наступного рівня дискретизації. Тобто можна говорити про ієрархію вершин і так само, як і у випадку пірамід розрізняти нащадків і предків окремих вершин.. При спадкуванні вершинами високих рівнів успадковуються зовнішні зв'язки вершин більш низьких рівнів, тобто створюються ребра, що з'єднують вершини, що відповідають УК високого рівня дискретизації, з вершинами, які відповідають УК більш низького рівня дискретизації, що не є предками для вершини, що успадковує, але з'єднаної ребром з вершиною, що є предком вершини, що успадковує. Атрибути цих ребер збігаються з атрибутами ребер-прообразів. Відповідно, можна говорити про ієрархію ребер для однієї вершини.

На мал.3 представлена ділянка графа, що представляє криву. Вершина **a** успадковує вершини **b** і **c**, що у свою чергу, успадковують вершини **e** і **f**,**g**, відповідно. Вершини **h** і **j** успадковуються вершиною **d**. Пунктирними лініями позначені ребра, що успадковуються. Ребра **ah**, **ch**, **dg**– спадкоємці ребра **gh**; ребро **ad** – спадкоємець **cd**.



Мал. 3. Ділянка графа, що представляє криву.

Тобто. у результаті проведення усіх вищеописаних дій виходить граф, що представляє досліджувану криву. Достоїнством даного представлення є ієрархія між вершинами, що представляють УК, і ієрархічне спадкування зовнішніх зв'язків. Дійсно, розглядаючи тільки вершини, що представляють УК останніх рівнів розбивки і ребра їх з'єднуючі, можна загалом відновити форму кривої, що представляє даний граф. Якщо необхідно відновити більш точну форму розглянутої кривої (чи її окремої ділянки), варто додати в розгляд вершини, що відповідають УК більш низьких рівнів дискредитації і ребра, що з'єднують розглянуті вершини.

Відповідно, порівнюючи графи що представляють різні криві, можна порівняти і самі криві, тобто знайти їхні загальні ділянки. Розглядаючи, наприклад, тільки вершини верхніх рівнів знайти загальні ділянки кривих у наближенні, що відповідає розглянутому рівню, а потім знайти розходження, що відповідають більш низькому рівню дискретизації. Оскільки порівняння графів виходить за рамки дійсного розгляду, те тут воно обговорюватися не буде.

6. Висновок

У даній роботі запропонований досить простий спосіб аналізу і представлення кривих. В основу цього аналізу покладений вектор зсуву для ділянки кривої, поняття якого тут уведене, і піраміда, що будується на основі розглянутої кривої. Застосування піраміди дозволяє аналізувати криві, які перетинаються, причому без значного збільшення часу обробки. Результатом аналізу є дискретизація кривої - розбивка кривої на окремі ділянки, Причому цей результат дискретизації використовується для проведення дискретизації більш високого рівня. На основі проведених аналізу і дискретизації будується граф, що представляє дану криву. На основі даного графа можна ефективно робити порівняння кривих, інваріантне до масштабу і поворотів у площині зображення. Запропоноване представлення кривих привабливо тим, що при його використанні при порівнянні різних кривих, на результат порівняння не робить впливу невеликий шум, і при необхідності, можна провести більш детальне порівняння кривих, використовуючи вершини нижніх рівнів графа, для того, щоб виявити дрібні розходження в порівнюваних кривих. Також запропоноване представлення кривих дозволяє відновити криву по графу, що її представляє, з будь-якою точністю (чим вище необхідна точність, тим на більш низький рівень потрібно опуститься при відновленні).

Література

1. Wayne Niblack, John Yin, “A pseudo-distance measure for 2D shapes based on turning angle”, IEEE International Conference on Image Processing, 1995.
2. Kaleem Siddiqi, Jayashree Subrahmonia, David Cooper, Benjamin B. Kimia, “Part-based Bayesian recognition using implicit polynomial invariants”, IEEE International Conference on Image Processing, 1995.
3. Zhibin Lei, Daniel Keren, David Cooper, “Computationally fast Bayesian recognition of complex objects based on mutual algebraic invariants”, IEEE International Conference on Image Processing, 1995.
4. К.М. Нюнькин, Розпізнання криволінійних жестів, Штучний інтелект, №4, 2003, стор. 230-236.
5. Euijin Kim, Miki Haseyama, Hideo Kitajima, “A new fast and robust cicle extraction algorithm”, Proc. of Vision Interface, may 2002, pp. 439-446.
6. M. Hatef, J. Kitter, “Combining symbolic with numeric attributes in multi-class object recognition problems”, IEEE International Conference on Image Processing, 1995.
7. А.В. Агарков, Метод порівняння двох графів за поліноміальний час, Штучний інтелект, №4, 2003, стор. 172-184.