Про концепції оптимально - надійнісного розпізнавання

Борис Капустій[1], Богдан Русин[2], Віталій Таянов[3]

[1]НУ "Львівська політехніка", Львів 79013, вул. С. Бандери 12, тел. (0322)39-81-56

[2]ФМІ НАН України, Львів 79601, вул. Наукова 5а, т./ф. (0322)63-41-09, rusyn@ipm.lviv.ua

[3]ФМІ НАН України, Львів 79601, вул. Наукова 5а, т./ф. (0322)65-45-30, dep32@ipm.lviv.ua

Анотація. Встановлено максимальний розмір бази даних, де правильний об'єкт розпізнається з імовірністю не меншою від заданої. Запропоновано вираз для визначення інтегральної ймовірності правильного розпізнавання. Визначено ймовірності локальних і глобальних переходів коефіцієнта надійності розпізнавання, які характеризують зв'язок між коефіцієнтом надійності розпізнавання та ймовірностями правильного розпізнавання. Розроблено алгоритм для визначення мінімальної кількості спектральних складових перетворення Карунена-Лоєва, що забезпечують прийнятне значення ймовірності існування правильного об'єкта в межах довірчого інтервалу при розв'язанні задач кластеризації об'єктів. Запропоновано процедури по детектуванню правильного об'єкта в межах довірчого інтервалу, коли цей об'єкт знаходиться на першій або інших позиціях. Подано числові приклади, що ілюструють ці підходи.

ВСТУП

Класичні методи оцінки надійності роботи систем розпізнавання по своїй суті є інтегральними, оскільки не враховують надійність розпізнавання кожного, окремо взятого об'єкта. Проте часто виникають задачі, коли потрібно визначити надійність розпізнавання лише певної групи об'єктів, що належать до множини, яка може значно перевищувати розмір цієї групи. Якщо ж мати визначеними надійності розпізнавання кожного окремого об'єкта, то можна розробити лише метод для визначення інтегральної надійності системи розпізнавання, а не навпаки. Тому, власне, і виникає потреба в розробці ефективного методу диференціальної оцінки надійності розпізнавання.

В [3] показано, що надійність роботи системи розпізнавання залежить від того, як правильні об'єкти розташовуються в довірчому інтервалі та від способу заповнення цього інтервалу правильними об'єктами. Тому потрібно розробити метод для визначення ймовірнісних характеристик коефіцієнта надійності розпізнавання та визначити його зв'язок з імовірністю правильного розпізнавання.

Що стосується оптимізації параметрів систем розпізнавання, то вона має відбуватися таким чином, щоб у результаті її реалізації забезпечити достатнє значення диференціальної ймовірності правильного розпізнавання [2] в n-мірному просторі параметрів. Особливістю використання згаданого підходу є те, що він застосовується при вирішенні задачі оптимізації для кожного окремо взятого об'єкта, що подається на вхід системи підтримки прийняття рішення. Таким чином, система ніби "настроюється" на об'єкт. Цей підхід має за мету покращення надійнісних параметрів різних систем розпізнавання в т.ч. і їх частинних випадків – систем підтримки прийняття рішення.

1. ПАРАМЕТРИ НАДІЙНОСТІ РОЗПІЗНАВАННЯ

Означення. Граничною ймовірністю правильного розпізнавання будемо називати мінімальне значення ймовірності правильного розпізнавання, яке є прийнятним за даних умов.

Позначимо граничну ймовірність правильного розпізнавання через P_l. Як показано в [1], імовірність правильного розпізнавання у випадку присутності в базі даних ns об'єктів рівна $P_0^{(n-1)s}$. Тут n - кількість класів об'єктів у базі даних, а s - розмір класу (вважається, що всі класи мають однаковий розмір). Визначимо граничну ймовірність правильного розпізнавання за формулою:

$$P_l = P_0^{(n_l-1)s}. \qquad (1)$$

де n_l - кількість класів, що відповідає граничній імовірності.

Кількість об'єктів у базі даних, що відповідає граничній імовірності правильного розпізнавання, можна знайти, логарифмуючи обидві частини виразу (1):

$$n_l s = \frac{\ln(P_l)}{\ln(P_0)} + s. \qquad (2)$$

Для інтегральної оцінки ймовірності правильного розпізнавання P_c можна запропонувати вираз:

$$P_{c_{\text{int}}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} P_c{}^j(n_l)}{k}. \qquad (3)$$

2. ЗВ'ЯЗОК МІЖ ІМОВІРНІСТЮ ПРАВИЛЬНОГО РОЗПІЗНАВАННЯ ТА КОЕФІЦІЄНТОМ НАДІЙНОСТІ РОЗПІЗНАВАННЯ

Нехай нас цікавлять перші m положень, які займають об'єкти бази даних після сортування, і нехай на цих положеннях розташовуються правильні об'кти [1]. Для цих положень визначаємо ймовірності їхнього незаміщення $P_0^{(i)}, i \in [1,m]$ за допомогою нормального закону розподілу [2].

Допустимо, що на інтервалі $[1,m]$ вже відбулося заміщення правильного об'єкта неправильним. Визначимо ймовірність подальшого незаміщення $\tilde{P}_{c_m}^{(i)}$ кожного правильного об'єкта неправильним в межах цього інтервалу. Якщо заміщення, що відбулося, є достовірною подією, то згідно закону про повну групу подій $\sum_{i=1}^{m}(1-\tilde{P}_{c_m}^{(i)})=1$. Виразимо $\tilde{P}_{c_m}^{(i)}$ через співвідношення:

$$1-\tilde{P}_{c_m}^{(i)}=\lambda\omega_i\,. \qquad (4)$$

де λ - сталий множник, а $\omega_i=1-(P_0^{(i)})^{(n-1)s}$ ($P_0^{(i)}$ - початкова ймовірність правильного розпізнавання для i – го об'кта).

Ймовірність незаміщення i - го об'єкта з рівняння (4) дорівнюватиме:

$$\tilde{P}_{c_m}^{(i)}=1-\lambda\omega_i=1-\frac{1-(P_0^{(i)})^{(n-1)s}}{\sum_{i=1}^{m}(1-(P_0^{(i)})^{(n-1)s})}\,. \qquad (5)$$

Нехай, наприклад, коефіцієнт надійності розпізнавання K_r [3] представляється двійковою послідовністю у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

K_r	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1

У даній таблиці на місці правильних об'єктів розташовуються одиниці, а на місці неправильних – нулі. Як було показано в [3], K_r знаходиться в межах [0,1]. У таблиці 1 лівій границі K_r відповідають всі нулі, а правій – всі одиниці. Розмір таблиці залежить від розміру довірчого інтервалу [1].

Визначимо ймовірності шляхів, якими K_r переходить зі стану одиниць у стан нулів. Це фактично є моделюванням поведінки K_r на всьому інтервалі його існування. Сформулюємо правила, за якими відбуваються переходи коефіцієнта надійності розпізнавання з одного стану в інший. Перехід зі стану i в стан j буде вважатися таким, що відбувся, лише в тому випадку, коли коефіцієнт надійності розпізнавання змінив своє значення. Зауважимо, що процес проходить в одному напрямку: K_r монотонно змінює своє значення від максимального до мінімального і на жодному кроці переходу не може повернутися у будь-якій з попередніх станів.

Умовну ймовірність незаміщення i - го правильного об'єкта, що в даний момент знаходиться на j - ій позиції, неправильним позначимо як $\tilde{P}_{c_m}^{(i)(j)}$ (m - кількість розрядів у двійковій послідовності), а i - го правильного об'єкта, що в даний момент знаходиться на своїй позиції, як $\tilde{P}_{c_m}^{(i)}$.Якщо в досліджуваному інтервалі залишається лише один правильний об'єкт, то ймовірності всіх глобальних переходів, які поступово переводять даний інтервал з поточного стану в стан усіх нулів, будуть дорівнювати одиниці. Розглянемо методику визначення ймовірностей глобальних переходів на прикладі довірчого інтервалу розміром 3. Набір глобальних переходів та ймовірностей їх здійснення при цьому буде наступним:

1) (111)-(110)-(101)-(100)-(010)-(001)-(000);

$P^1=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(3)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)(3)})$.

2) (111)-(110)-(101)-(010)-(001)-(000);

$P^2=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(3)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)})$.

3) (111)-(110)-(011)-(010)-(001)-(000);

$P^3=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(3)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)(3)})$.

4) (111)-(110)-(011)-(001)-(000);

$P^4=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(3)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)(2)})$.

5) (111)-(101)-(100)-(010)-(001)-(000);

$P^5=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)(3)})$.

6) (111)-(101)-(010)-(001)-(000);

$P^6=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)})$

7) (111)-(011)-(010)-(001)-(000);

$P^7=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(2)(3)})$.

8) (111)-(011)-(001)-(000);

$P^8=(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)})(1-\tilde{P}_{c_m}^{(1)(2)})$.

При одиночному заміщенні правильного об'єкта кількість правильних об'єктів, що знаходяться в межах інтервалу, зменшується на одиницю. Це потрібно враховувати при використанні формули (5) для подальшого розрахунку локальних імовірностей переходів.

3. НАДІЙНІСНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВЕКТОРА ОЗНАК ПРИ ДЕТЕКТУВАННІ ПРАВИЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ

Представимо $P_0^{(i)}$ як функцію Гауса-Лапласа $\Phi(z)$ деякого параметра z, де $z=\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}$. Тут μ_x та σ_x - відповідно математичне сподівання та дисперсія нормального закону розподілу середньоквадратичних відстаней об'єктів бази від вхідного об'єкта [2]. Введемо наступне представлення: $P_0^{(i)}=\Phi(z^{(i)})$. У цьому представленні реальний дискретний нормальний розподіл згаданих середньоквадратичних відстаней апроксимується неперервним розподілом з параметрами μ_x та σ_x. Така апроксимація можлива тому, що дисперсія та математичне сподівання реального дискретного нормального розподілу не змінюються при перевищенні відповідного статистичного розміру даних, що формують даний розподіл [2].

Параметр $z^{(i)}$ можна розглядати як $z^{(i)}=f(\psi^{(k)})$, де $\psi^{(k)}$ - фрагмент спектральних функцій перетворення Карунена – Лоєва розміром k для даного вхідного об'єкта і об'єктів бази.

Покажимо, що визначення оптимального набору спектральних складових перетворення Карунена – Лоєва, при якому досягається прийнятне значення диференціальної ймовірності правильного розпізнавання, може бути зведене до пошуку:

1) максимуму функції $z^{(i)} = f(\psi^{(k)})$;
2) максимуму різниць z - параметрів $\Delta z_{i,i+1} = z^{(\omega_{i,1})} - z^{(\omega_{i+1,1})}$ між об'єктами, що знаходяться на перших місцях у суміжних групах;
3) максимуму частинної похідної $\frac{\partial \Phi(z^{(i)})}{\partial z^{(i)}}$;
4) значення k , при якому частинна похідна $\frac{\partial \Phi(z^{(i)})}{\partial z^{(i)}}$ досягає мінімально допустимого додатнього рівня.

Розглянемо два випадки реалізації процесу розпізнавання. Один з випадків відповідає ситуації, коли на першій позиції в довірчому інтервалі знаходиться правильний об'єкт, а на інших – неправильні. При цьому вважається, що знаходження правильного об'єкта на першій позиції в інтервалі I_t має зберігатись для діапазону змін довжин фрагментів спектральних функцій $\psi^{(k)}$. У разі невизначеності розташування правильного об'єкта в довірчому інтервалі I_t гіпотеза H_1^1 приймається, коли розташування деякого об'єкта в довірчому інтервалі на першій позиції зберігається для діапазону змін довжин фрагментів спектральних функцій $\psi^{(k)}$. Знайдемо різницю

$$\Delta z_{i,i+1} = z^{(\omega_{i,1})} - z^{(\omega_{i+1,1})}, \qquad (6)$$

де $z^{(\omega_{i,1})}, z^{(\omega_{i+1,1})}$ - z - параметри об'єктів, які знаходяться на перших місцях у суміжних групах, що представляють відповідні класи в інтервалі I_t ($i, j \in [1,n]$, $\omega_{i,1}, \omega_{i+1,1} \in [1,t]$).

Отже, якщо правильний об'єкт знаходиться на першій позиції в довірчому інтервалі I_t , то має виконуватись умова

$$\sup_{i\in[1,n],k\in[0,k_{\text{int}}]} (z^{(\omega_{i,1})} | \psi^{(k)} - z^{(\omega_{i+1,1})} | \psi^{(k)}) = \\ = z^{(\omega_{1,1})} | \psi^{(k)} - z^{(\omega_{2,1})} | \psi^{(k)}, \qquad (7)$$

де $z^{(\omega_{i,1})} | \psi^{(k)}$ та $z^{(\omega_{i+1,1})} | \psi^{(k)}$ - z - параметри (6) для діапазону змін фрагментів спектральних функцій $\psi^{(k)}$, а k_{int} - розмір фрагментів спектральних функцій $\psi^{(k)}$, що відповідають інтервалу дослідження.

Якщо умова (7) не виконується, то приймається гіпотеза H_0^1 про те, що об'єкт, який знаходиться на першому місці в довірчому інтервалі I_t , буде неправильним.

У другому випадку правильний об'єкт не знаходиться в довірчому інтервалі на першому місці, проте він належить до цього інтервалу з певною довірчою ймовірністю P_{I_t} . Гіпотеза $H_1^{i_c}$ про те, що перший правильний об'єкт знаходиться в довірчому інтервалі I_t у групі i_c приймається тоді, коли виконується умова:

$$\sup_{i\in[1,n],k\in\{0,k_{\text{int}}\}} \left(\frac{\partial z^{(i,1)}}{\partial \psi^{(k)}}\right) = \frac{\partial z^{(i_c,1)}}{\partial \psi^{(k_{opt})}}, \qquad (7)$$

де $z^{(i,1)}$ - z - параметр для першого об'єкта, що знаходиться в i - ій групі, а k_{opt} - значення параметра k , при якому досягається максимум похідної $\frac{\partial z^{(i_c,1)}}{\partial \psi^{(k)}}$, тобто $\frac{\partial^2 z^{(i_c,1)}}{\partial (\psi^{(k)})^2} = 0$ і $\frac{\partial^3 z^{(i_c,1)}}{\partial (\psi^{(k)})^3} < 0$.

Якщо ж буде прийнята гіпотеза H_0^t про те, що в довірчому інтервалі не існує правильного об'єкта, то потрібно розширити довірчий інтервал і продовжити перевірку.

Доцільність знаходження такого значення k , при якому частинна похідна $\frac{\partial \Phi(z^{(i)})}{\partial z^{(i)}}$ досягає мінімально допустимого рівня, обумовлена тим, що при подальшому збільшенні k у $\psi^{(k)}$ ця похідна може змінити знак, що є недопустимим, оскільки алгоритмом передбачене монотонне зростання додатного значення похідної. До того ж подальше збільшення k у $\psi^{(k)}$ призводить до надмірного зростання апаратних затрат при несуттєвих якісних покращеннях.

Якщо мати на увазі, що $z^{(i)} = f(\psi^{(k)})$, то

$$\frac{\partial \Phi(z^{(i)})}{\partial \psi^{(k)}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z^{(i)})^2}{2}} \frac{\partial z^{(i)}}{\partial \psi^{(k)}} . \qquad (8)$$

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Приклад 1. Нехай початкова ймовірність правильного розпізнавання зображення обличчя людини в базі даних P_0 =0.99843, а гранична ймовірність правильного розпізнавання P_l =0.9. Потрібно визначити кількості класів n для дискретних значень імовірності правильного розпізнавання в інтервалі [P_l , P_0]. Тут під імовірністю правильного розпізнавання слід розуміти ймовірність незаміщення правильного об'єкта неправильним за умови, що правильний об'єкт знаходиться на першій позиції в списку можливих претендентів.

Для заданих P_0 і P_l за формулою (2) визначаємо, що при $s = 1$ $n_l = 68$.

Функціональна залежність між імовірністю правильного розпізнавання P_c та кількістю класів n подана в таблиці 2.

Таблиця 2

P_c	0.9	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99
n	68	54	40	26	13	2

Приклад 2. Нехай з нормального закону розподілу визначено початкові ймовірності незаміщення правильних об'єктів неправильними в межах інтервалу, що включає три позиції: $P^{(0)} = [0.9999908, 0.9999647, 0.9995352]^T$. Потрібно визначити ймовірності локальних і глобальних переходів коефіцієнта надійності розпізнавання за умови, що база даних містить 40 класів, а розмір класу становить 18 об'єктів – зображень облич людей. Відносна похибка дисперсії даного закону розподілу в порівнянні з нормальним для класу, що досліджується, становить 4.82% .

Попередньо зробимо певні допущення. Якщо для початкових 40 класів три перші позиції виявляться незаміщеними, то будемо вважати, що перехід відбудеться при додаванні в базу ще 40 класів. Отже, перший перехід відбудеться, якщо в базі даних буде 80 класів, другий – 120 класів, третій – 160 класів і т.д. Оскільки розгалуження по всіх локальних переходах можливі лише максимум до третього переходу включно, то будемо розглядати лише набори з кількістю класів 80, 120 та 160.

Використовуючи формулу (5), знайдемо ймовірності локальних, а відтак і глобальних переходів. Таким чином отримаємо:

1) $P^1 = 0.886 \cdot 0.789 \cdot 0.787 = 0.550$;
2) $P^2 = 0.886 \cdot 0.789 \cdot 0.213 = 0.149$;
3) $P^3 = 0.886 \cdot 0.211 \cdot 0.787 = 0.147$;
4) $P^4 = 0.886 \cdot 0.211 \cdot 0.213 = 0.040$;
5) $P^5 = 0.090 \cdot 0.789 = 0.071$;
6) $P^6 = 0.090 \cdot 0.211 = 0.019$;
7) $P^7 = 0.024 \cdot 0.789 = 0.019$;
8) $P^8 = 0.024 \cdot 0.211 = 0.005$.

Розрахунки показують, що відносні зміни $\tilde{P}_{c_m}^{(1)}$ малочутливі до зміни розміру бази (табл.3).

Таблиця 3

n	$\tilde{P}_{c_m}^{(1)}$	$\tilde{P}_{c_m}^{(2)}$	$\tilde{P}_{c_m}^{(3)}$
80	0.886	0.09	0.024
120	0.872	0.101	0.027
160	0.858	0.112	0.030

Як видно з таблиці 3, вплив розміру бази на відносні зміни $\tilde{P}_{c_m}^{(2)}$ та $\tilde{P}_{c_m}^{(3)}$ значно більший, проте сумарна вага двох останніх імовірностей є мала, а тому вони мало впливають на перерозподіл імовірностей правильного розпізнавання.

Інший цікавий факт полягає в тому, що при поступовому збільшенні n значення ймовірностей $\tilde{P}_{c_m}^{(1)}$, $\tilde{P}_{c_m}^{(2)}$ та $\tilde{P}_{c_m}^{(3)}$ наближаються одне до одного і в границі, коли $n \to \infty$, рівні $\frac{1}{m}$. Це означає, що якщо зробити базу даних достатньо великою, то на ймовірність заміщення правильного об’єкта неправильним його відносна позиція не впливає. З однаковою ймовірністю може бути заміщений неправильним об’єктом перший, другий, третій і т.д. правильні об’єкти.

Приклад 3. Система працює з базою даних, що налічує 40 класів облич людей по 18 реалізацій на кожний клас – усього 720 об’єктів. В якості ознак використовуються спектральні компоненти ортогонального перетворення Карунена – Лоєва.

Розглянемо два випадки процедури розпізнавання – коли правильний об’єкт знаходиться в довірчому інтервалі $I_{t=10}$ на першому місці та коли він попадає в цей інтервал на інші місця. Задача передбачає перехід до дискретних значень k, $\psi^{(k)}$ та z. Будемо вважати, що дійсна кількість об’єктів бази, між якими нема статистичного зв’язку, рівна 360. Це пояснюється тим, що посортовані об’єкти бази розташовуються відносно найгіршого об’єкта у межах її половини. Приймемо $\Delta\psi^{(k)} = \psi^{(k+\Delta k)} - \psi^{(k)} \mid \Delta k = 10$.

Таблиці 4,5 ілюструють відповідно перший та другий варіанти процедури розпізнавання.

Таблиця 4

Номер групи, i	1	2	3	4
$z^{(i)}$	2.62	2.40	2.26	2.05
$\max\limits_{i\in[1,n],k\in[0,k_{\text{int}}]} (\Delta z_{i,i+1} \mid \psi^{(k)})$	0.38	0.22	0.35	0.06
$P_{I_{t=10}} \mid \psi^{(40)}$	0.90	0.41	0.13	0.01

Таблиця 5

Номер групи, i	1	2	3	4
$z^{(i)}$	2.58	2.37	2.36	2.25
$\max\limits_{i\in[1,n],k\in\{0,k_{\text{int}}\}} \frac{\Delta z^{(i)}}{\Delta\psi^{(k)}}$	0.02	0.03	0.04	0.05
$P_{I_{t=10}} \mid \psi^{(40)}$	0.84	0.34	0.31	0.11

ВИСНОВКИ

У даній роботі отримано наступні результати: 1) на основі реального прикладу встановлено функціональну залежність між імовірністю правильного розпізнавання та кількістю класів у базі даних, що дозволяє визначати потрібний допуск на розмір бази; 2) отримано вираз для розрахунку інтегральної оцінки надійності розпізнавання через диференціальні складові, що гарантує її однозначність; 3) запропоновано представлення коефіцієнта надійності розпізнавання у вигляді двійкової табличної функції, що спрощує його визначення; 4) визначено ймовірності локальних та глобальних переходів коефіцієнта надійності розпізнавання; 5) наведено приклад розрахунку цих імовірностей для конкретних числових даних; 6) встановлено зв’язок між коефіцієнтом надійності розпізнавання та вказаними ймовірностями; 7) реалізовано й перевірено процедури пошуку правильного об’єкта в довірчому інтервалі, що підтверджують працездатність запропонованого підходу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Капустій Б.О., Русин Б.П., Таянов В.А. Про особливості стохастичних характеристик коефіцієнта надійності розпізнавання для об’єктів з класу R^3. // Вісник НУ “Львівська політехніка”: Радіоелектроніка та телекомунікації.-2003.-№444.
2. Капустій Б.О., Русин Б.П., Таянов В.А. Розподіл середньоквадратичних відстаней між об’єктами в просторі R^2 // Відбір і обробка інформації.-2003. Випуск 19(95), с.110-114.
3. Капшій О.В., Русин Б.П., Таянов В.А. Критерій оцінки якості розпізнавання системою підтримки прийняття рішення // Электроника и связь.- 2002. №15, с. 89—93.
4. Карлин С. Основы теории случайных процессов. Пер. с англ, «Мир», М., 1971.
5. Кемени Дж., Снелл Дж.,Томпсон Дж. Введение в конечную математику. Пер. с англ, М., 1963.
6. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов:Пер. с англ. – М.:Мир, 1978 – 416 с.