

ВИЯВЛЕННЯ ОСНОВНИХ РИТМІВ РЕГУЛЯРНОЇ СКЛАДОВОЇ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАМИ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

О. В. Заболотний[♥], О. І. Яворський[♦]

[♥]Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

МСП, вул. Наукова 5, м. Львів, 79601

тел: 8 (0322) 65-43-40, факс: 8 (0322) 64-94-27,

e-mail: ZOV@ipm.lviv.ua

[♦]Академія Управління Персоналом

Пр. Чорновола 57 м. Львів, 79000

тел: 8 (0322) 52 33 83, факс: 8 (0322) 978836

e-mail: Iavor@ipm.lviv.ua

Застосовано модель полі-періодично корельованих випадкових процесів для опису сигналу електрокардіограми. Адаптовано метод найменших квадратів для виявлення основних частот коливань складових її математичного сподівання

1. ВСТУП

Для більшості процесів, що протікають в біологічних системах, притаманна майже періодична повторюваність і стохастичність. Це обумовлено тим, що фізіологічний стан біологічного об'єкта дуже тісно пов'язаний зі станом оточуючого середовища, в якому він перебуває (сезонна, добова мінливість температури, зміна сонячної активності, річна ритміка явищ в атмосфері та гідросфері, тощо). Тому застосування до аналізу медико-біологічних сигналів стаціонарних методів обробки не є достатньо обґрунтованим, оскільки, як показали дослідження, імовірнісні характеристики біо-процесів залежать від часу, що не передбачається в рамках теорії стаціонарних процесів. Краще наближення для медико-біологічних сигналів дає модель майже періодичних корельованих випадкових процесів (МПКВП) [1]. Відразу зазначимо, що віднісши сигнал до класу МПКВП, ми припускаємо часову інваріантність основних частот коливань складових його імовірнісних характеристик. Для біологічних систем це припущення справедливе лише на невеликому часовому інтервалі. В загальному випадку частоти сильно залежать від фізіологічного стану об'єкта досліджень і є діагностичними параметрами. Водночас, для того, щоб для аналізу сигналу можна було застосувати розроблені методи МПКВП, потрібно з високою точністю задати частотні набори для математичного сподівання і кореляційної функції [2]. Таким чином, при вивченні біологічних процесів, важливим етапом є визначення їхніх періодів корельованості.

2. ОГЛЯД ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАМИ

Типовим медико-біологічним сигналом з полі-ритмічною структурою є електрокардіограма (ЕКГ) (рис. 1).

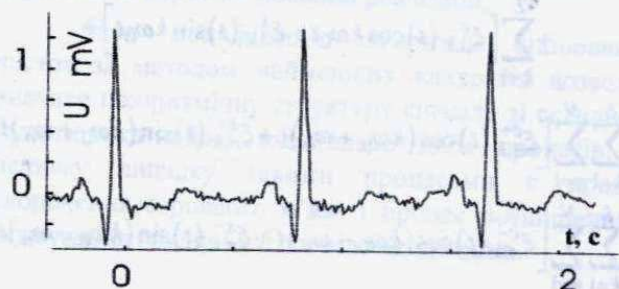


Рис. 1 Електрокардіограма людини

Частота скорочень міокарда залежить від багатьох факторів: нервової активності, фізичного навантаження, атмосферного тиску, тощо. Тому, усереднений спектр ЕКГ на великій довжині реалізації, в стаціонарному наближенні, дуже складний (рис. 2).

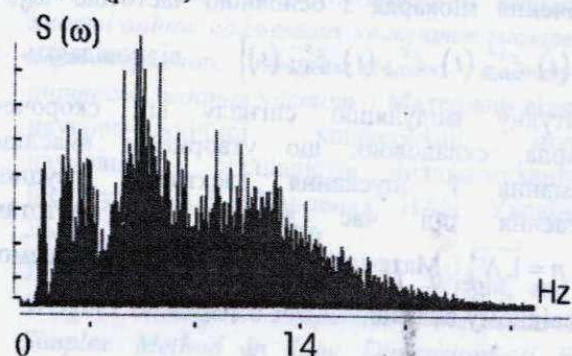


Рис. 2 Усереднений спектр ЕКГ за 100 с.

Прослідкувати зміну частотних характеристик сигналу в часі можна за допомогою частотно-часового представлення (рис. 3).

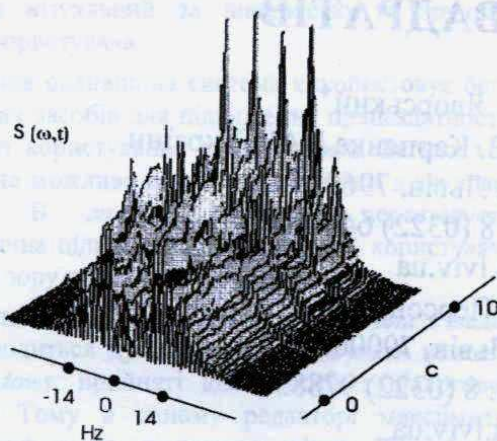


Рис. 1 Частотно-часове представлення ЕКГ людини

3. ПОБУДОВА МПКВП-МОДЕЛІ СИГНАЛУ ЕКГ

На невеликому часовому інтервалі (5-10 основних періодів) сигнал ЕКГ можна наближено представити у вигляді МПКВП

$$\begin{aligned} \xi(t) = & \xi_0(t) + \\ & + \sum_{k=1}^L \left[\xi_{0,k}^c(t) \cos k\omega_0 t + \xi_{0,k}^s(t) \sin k\omega_0 t \right] + \\ & + \sum_{k=1}^L \sum_{n=1}^N \left[\xi_{n,k}^{c+}(t) \cos(k\omega_0 + \omega_n)t + \xi_{n,k}^{s+}(t) \sin(k\omega_0 + \omega_n)t \right] \\ & + \sum_{k=1}^L \sum_{n=1}^N \left[\xi_{n,k}^{c-}(t) \cos(k\omega_0 - \omega_n)t + \xi_{n,k}^{s-}(t) \sin(k\omega_0 - \omega_n)t \right] \end{aligned}$$

де $\{\xi_0(t), \xi_{n,k}^c(t), \xi_{n,k}^s(t), \xi_{n,k}^{c+}(t), \xi_{n,k}^{s+}(t), \xi_{n,k}^{c-}(t), \xi_{n,k}^{s-}(t)\}$ - стаціонарні випадкові процеси.

Причому $\{\xi_0(t), \xi_{n,k}^c(t), \xi_{n,k}^s(t)\}$ - відповідають за скорочення міокарда з основною частотою ω_0 , а $\{\xi_{n,k}^{c+}(t), \xi_{n,k}^{s+}(t), \xi_{n,k}^{c-}(t), \xi_{n,k}^{s-}(t)\}$ - відповідають за амплітудну модуляцію сигналу від скорочень міокарда, складовою, що утворилася внаслідок підняття і опускання електродів грудного відведення під час дихання із частотами $\{\omega_n, n = \overline{1, N}\}$. Математичне сподівання запишемо у відповідному вигляді.

$$m(t) = m_0(t) + \sum_{n=1}^N m_n(t),$$

де

$$m_0(t) = m_0 + \sum_{k=1}^L \left[m_{0,k}^c \cos k\omega_0 t + m_{0,k}^s \sin k\omega_0 t \right]$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N m_n(t) = & \sum_{k=1}^L \sum_{n=1}^N \left[m_{n,k}^{c+} \cos(k\omega_0 + \omega_n)t + \right. \\ & \left. + m_{n,k}^{s+} \sin(k\omega_0 + \omega_n)t \right] + \\ & \sum_{k=1}^L \sum_{n=1}^N \left[m_{n,k}^{c-} \cos(k\omega_0 - \omega_n)t + m_{n,k}^{s-} \sin(k\omega_0 - \omega_n)t \right], \end{aligned}$$

де компоненти математичного сподівання

$$m_{(t)}^{(t)} = E \xi_{(t)}^{(t)}(t).$$

4. ОЦІНКА ЧАСТОТ МАТЕМАТИЧНОГО СПОДІВАННЯ

Частоти $\{\omega_0, \omega_n, n = \overline{1, N}\}$ шукатимемо з умови мінімуму середнього квадратичного відхилення:

$$F[\{\omega_0, \omega_n\}, \hat{m}_{(t)}^{(t)}] = \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{\theta} [\xi(t) - \hat{m}(t)]^2 dt, \quad (1)$$

де $[-\theta, \theta]$ - відрізок часу на якому задано реалізацію ЕКГ $\xi(t)$, $\hat{m}(t)$ - оцінка математичного сподівання $m(t)$, а компоненти $\hat{m}_{(t)}^{(t)}$ - оцінки компонент математичного сподівання $m_{(t)}^{(t)}$.

Згідно отриманих теоретично результатів оцінка частот математичного сподівання, отриманих шляхом мінімізації функціоналу (1), в першому наближенні є незміщена і слухна.

Для мінімізації функціоналу (1) використовувався симплекс метод [3], одним із вхідних параметрів якого є наближене значення шуканої частоти. Грубу оцінку частоти знаходили зі спектральної густини потужності, яку обчислювали використовуючи алгоритм швидкого перетворення Фур'є. Хоч дисперсія оцінки найменших квадратів частот математичного сподівання згасає пропорційно θ^{-3} , реалізації довжиною 5-10 основних періодів виявилось недостатньо для одночасного розділення усіх ритмів. Алгоритм оцінки періодів кореляції було розділено на два етапи. Спочатку було оцінено основну частоту ω_0 скорочень міокарда, і відповідні амплітуди гармонік математичного сподівання $\hat{m}_0(t): \{\hat{m}_{0,k}^{(t)}, k = \overline{1, L}\}$ ($K = 40$) (рис. 4). Фактично при цьому мінімізувавши функціонал

$$F_0[\omega_0, \hat{m}_{0,(\cdot)}^{(\cdot)}] = \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{\theta} [\xi(t) - \hat{m}_0(t)]^2 dt,$$

де $\hat{m}_0(t)$ - оцінка складової $m_0(t)$.

Щоб прискорити процедуру оптимізації функціоналу $F_0[\bullet]$ по частоті ω_0 , було враховано встановлений експериментальним шляхом факт, що основна потужність сигналу знаходиться в частотному інтервалі $[0, 20]$ Hz



Рис. 4 Компоненти математичного сподівання на $\hat{m}_0(t)$

Це дозволило при оцінюванні частоти ω_0 обмежитися $L = 20$ компонент. За початкове значення частоти ω_0 вибирали частоту, для якої спостерігався максимум спектральної густини потужності ЕКГ на частотному інтервалі $[0.9, 1.5]$ Hz

На другому етапі проводилася оцінка частот $\omega_n, n = \overline{1, N}$. Після центрування сигналу $\xi(t)$ на оцінку $\hat{m}_0(t)$

$$\xi_1(t) = \xi(t) - \hat{m}_0(t)$$

в спектрі сигналу $\xi_1(t)$ знаходили глобальний максимум на деякій частоті ω . Знаходимо початкове наближення для ω_1

$$\omega_{10} = \left| \omega_0 - \left\{ \omega, \omega_0 \right\} \right|,$$

де оператор $\left\{ \omega, \omega_0 \right\}$ - рівний остачі від ділення ω на ω_0 і знаходимо уточнене значення ω_1 з умови мінімуму функціоналу

$$F_1(\omega_1, \hat{m}_{1,(\cdot)}^{(\cdot)}) = \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{\theta} [\xi_1(t) - \hat{m}_1(t)]^2 dt, \quad (2)$$

і компоненти складової математичного сподівання $\hat{m}_1(t)$.

Аналогічно робимо і для усіх решти $\hat{m}_n(t), n = 2, 3, \dots, N$, поки потужність $\xi_N(t)$ не буде меншою за деяке порогове значення δ .

В даному випадку ітераційний процес продовжувався, поки з сигналу ЕКГ не було забрано 70% енергії $N = 4$. Оцінку математичного

сподівання, яку ми отримали при цьому, зображено на рис. 5

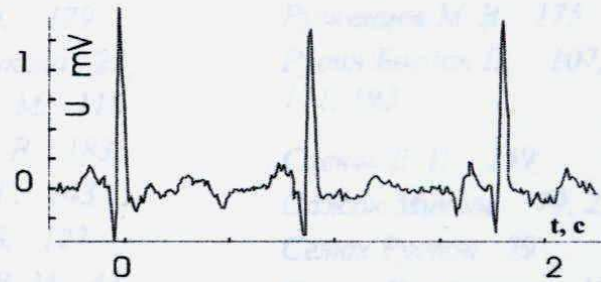


Рис.5 Оцінка математичного сподівання ЕКГ (рис.1)

5. ВИСНОВКИ

Умовне розбиття алгоритму оцінювання частот математичного сподівання сигналу ЕКГ на описані два етапи, дозволило звести процедуру оптимізації функціоналу (1) з $N+1$ нелінійним параметром, до мінімізації $N+1$ функціоналів типу (2) з одним нелінійним параметром. Це дозволило зменшити розмірність задачі, що в свою чергу покращило збіжність алгоритму оптимізації. За рахунок рознесення шуканих параметрів в частотній області на відстань кратну ω_0 в кожній ітерації нам вдалося уникнути ситуації оцінювання близьких частот, що має дуже важливе значення при обробці сигналів на короткій довжині реалізації.

Дана модифікація алгоритму оцінювання частот за методом найменших квадратів дозволяє вивчати поліритмічну структуру сигналу зі складною мультиплікативною взаємодією двох процесів. В нашому випадку такими процесами є процес скорочення серцевого м'яза і процес розширення і звукування грудної клітки під час дихання.

6. ЛІТЕРАТУРА

1. Заболотний О.В., Михайлишин В.Ю., Яворський І.М., *Метод найменших квадратів при статистичному аналізі поліритміки* // Доповіді національної академії наук 2000, №8 – с.93-101.
2. О.В.Заболотний, М.В.Михайлишин *Залежність якості оцінок найменших квадратів імовірнісних характеристик поліритмічного сигналу від точності задання частот* // Матеріали відкритої науково-технічної конференції молодих науковців і спеціалістів Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України. – Львів, 2002. – С.118-120.
3. J.C. Lagarias, J.A. Reeds, M.H. Wright, and P.E. Wright *Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions* // SIAM Journal of Optimization, Vol. 9 Number 1, pp. 112-147, 1998.

