

# СЕГМЕНТАЦІЯ НИЗЬКОКОНТРАСТНИХ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ МЕТОДУ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОЇ ДЕКОМПОЗИЦІЇ

Ахметшин О.М. Киргизов І.О.

Дніпропетровський національний університет, Україна, 49050,  
м. Дніпропетровськ, пр. Науковий 13.  
Електронна пошта: akhm@mail.dsu.dp.ua

Наведені короткі теоретичні відомості, що стосуються поняття фрактал – множини з дробовою розмірністю Хаусдорфа-Безіковича. Показано метод та результати обчислення локальної фрактальної розмірності растрового зображення та застосування методу мультифрактальної декомпозиції текстур і низькоконтрастних зображень.

## 1. ВСТУП

Однією з головних задач розпізнавання образів є виділення об'єктів. Особливо гостро і актуально ця проблема існує при сегментації низькоконтрастних зображень.

Кожний об'єкт на зображенні, який потрібно виділити, має властиві йому і тільки йому деякі характеристики. Точки зображення, що мають спільні характеристики відносяться до одного об'єкту, а точки з іншими характеристиками – до інших об'єктів.

Одним із простих методів сегментації зображення є його квантування. Тоді точки з однаковими рівнями інтенсивності об'єднують в один клас або сегмент даних. Зрозуміло, що цей метод занадто тривіальний, оскільки, багато різних об'єктів можуть мати одну і ту ж саму інтенсивність і навпаки, один об'єкт може мати різні рівні інтенсивності. Але об'єкти можуть відрізнятися не тільки рівнями інтенсивності, а й своєю формою.

Деякі методи використовують знаходження краю (грані) для того, щоб знайти контури об'єкта. Одним із недоліків таких методів є те, що вони дають небажані грані при дослідженні складних об'єктів або текстур.

Застосування фрактального аналізу для сегментації та класифікації об'єктів дозволяє уникнути вищезгаданих проблем.

Фракталом називають структуру, складену з частин, які в деякому сенсі подібні цілому. Фрактал має однаковий вигляд, незалежно від масштабу спостереження [1]. Прикладом фракталів є гілки або кора дерева, морозний візерунок на склі. Структури з такою геометрією є самоподібними і їх можна

класифікувати таким критерієм, як фрактальна розмірність  $D$ .

Відомо, що просторово ізотропні поверхні дають зображення, інтенсивність яких є фрактальною функцією тієї ж дробної розмірності, що і початкова поверхня. Це дозволяє, вимірюючи характеристики зображення, проводити аналіз самої поверхні.

## 2. ФРАКТАЛЬНА РОЗМІРНІСТЬ

Фрактали можна розглядати як множину точок, вкладених у простір. Множина точок, що утворюють площину в евклідовому просторі має топологічну розмірність  $D_1=2$ . Евклідова розмірність простору  $E=3$ . Для визначення розмірності Хаусдорфа-Безіковича (фрактальної розмірності  $D$ ) потрібно визначити поняття відстань між точками в просторі. Потрібно визначити величину множини точок  $\mathcal{Z}$  у просторі. Один із засобів виміряти площу поверхні полягає в тому, щоб розділити простір на невеликі куби із стороною  $\delta$ . Якщо помістити центр куба в деякій точці множини, то всі точки в кубі будуть покриті цим кубом. Підраховуючи число кубів, необхідних для покриття множини точок, ми отримуємо міру величини множини. Площу кривої можна визначити як число кубів  $N(\delta)$ . Продовжуючи підрахунок і, знайшовши  $N(\delta)$  при менших значеннях  $\delta$ . Для фрактальних поверхонь буде виконуватись співвідношення:

$$N(\delta) \equiv \frac{1}{\delta^D} \quad (1)$$

Звідси, фрактальна розмірність  $D$  визначається:

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln(N(\delta))}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)} \quad (2)$$

Тобто,  $D$  – кутовий коефіцієнт графіка  $\ln N(\delta)$  як функції від  $\ln(\delta)$ .

Розмірність  $D$ , яка визначається по формулі (2)

через підрахунок кількості кубів, необхідних для покриття множини  $\mathfrak{Z}$  в залежності від розміру куба, називають клітковою розмірністю.

Кожен об'єкт (підмножина  $\mathfrak{Z}_i$ ) зображення  $\mathfrak{Z}$  характеризується своєю фрактальною розмірністю  $D_i$  і множина точок  $\mathfrak{Z}$  є мультифрактал та являє собою об'єднання підмножин  $\mathfrak{Z}_i$  [1]:

$$\mathfrak{Z} = \bigcup_i \mathfrak{Z}_i \quad (3)$$

Суть розробленого методу мультифрактальної декомпозиції полягає в обчисленні  $D_i$  та в об'єднанні (групуванні) точок в підмножини  $\mathfrak{Z}_i$ .

## 2. РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ

### 2.1. ОПИС ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ

Спочатку дамо опис даних, над якими буде проводитись дослідження.

- 1) Зображення – це двовимірна матриця значень інтенсивності;
- 2) Зображення представляється в градаціях сірого: інтенсивність має значення цілого числа в інтервалі  $[0, 255]$ , де 0 – чорний, а 255 – білий.
- 3) Координати пікселя (ряд, стовбець). Початок координат точка  $(0, 0)$  – верхній лівий кут;
- 4) Точка матриці  $I$  з координатами  $(i, j)$  –  $I[i, j]$ .

### 2.2. АЛГОРИТМ

Структура методу полягає в наступному. В зображенні для кожного пікселя  $(i, j)$  обчислюється локальна фрактальна розмірність  $D_{i,j}$  для деякого невеликого вікна  $P$ . Псевдокод алгоритму методу має вид:

1.  $I$  – це матриця розміром  $[m, n]$  інтенсивностей.
2.  $ID$  – матриця фрактальних розмірностей для кожного пікселя матриці  $I$ .
3. Для кожного пікселя  $I[i, j]$ :
  - 3.1.  $P$  – невелике вікно розміром  $[k, k]$ , що проходить по зображенню  $I[i, j]$ .
  - 3.2. Обчислюється фрактальна розмірність  $D$  для вікна  $P$ .
  - 3.3. Назначаємо  $D \rightarrow ID[i, j]$ .
4. Отримуємо розподілення розмірностей  $ID$  і кожній групі назначаємо свій колір. Проводимо

сегментацію зображення  $I[i, j]$ , оскільки, кожній точці зображення  $I[i, j]$  відповідає точка  $ID[i, j]$ .

### 2.3. АЛГОРИТМ ОБЧИСЛЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ

Особливу увагу потрібно звернути на крок 3.2. Оскільки, фрактальна розмірність є тільки апроксимацією на наших дискретних даних.

Розмір квадратного вікна  $P$  вибираємо  $[k, k]$ , де  $k$ -число степені 2 або  $k=2^v$ , для деяких цілих чисел  $v$ . Слід звернути увагу на те, що розмір вікна є парним, отже немає центрального пікселя якому можна поставити у відповідність обчислене значення фрактальної розмірності. Оскільки, вікно пробігає всі піксели по черзі, то обчислене значення розмірності присвоюється лівому верхньому пікселю вікна  $P$ .

Ідея обчислення фрактальної розмірності для вікна  $P$  базується на покритті множини точок зображення цим вікном та визначенні діапазону інтенсивності, що займають піксели у вікні. Далі, розбиваючи вікно на дрібніші підвікна, проводимо ті ж обчислення. Потім будуюмо залежність  $\ln(N(\delta))$ -кількість зайнятого діапазону від  $\ln(1/\delta)$ -масштабу та, використовуючи метод найменшого квадрата (МНК), визначаємо кут нахилу даної прямої, яка являє собою фрактальну розмірність вікна.

Вибір розміру вікна рівний числу степені 2 пояснюється зручністю розбиття вікна  $P$  на менші підвікна однакового розміру. Наприклад, вікно розміром  $P[16,16]$  можна розбити на 4 підвікна розміром  $[8, 8]$ , на 16 підвікон розміром  $[4,4]$  і т.д.

Алгоритм:

1. Для різних значень дробового числа  $h \in (0, 1]$ 
    - 1.1. Ділимо вікно  $P$  на  $(1/h)^2$  квадратів.
    - 1.2. Розділяємо рівні інтенсивності зображення  $[0, 255]$  на  $1/h$  рівнів. Нумеруємо ці рівні від 1 до  $1/h$ .
    - 1.3. Для кожного підвікна  $(a,b) \in P$  виконуємо:
      - 1.3.1. Позначаємо  $u$  та  $w$  мінімальний та максимальний рівні інтенсивності  $(1..1/h)$  відповідно в даному підвікні.
      - 1.3.2. Записуємо  $w-u+1 \rightarrow n_{a,b}(h)$ .
  2. Будуємо залежність  $\ln[N(h)]$  та  $\ln(h)$  і використовуючи (МНК) знаходимо фрактальну розмірність пікселя для покриваючого множини вікна  $P$ .
- Вікно  $P[k \times k]$  розбивається на підвікна наступним чином  $[(k \cdot h) \times (k \cdot h)]$ . Для розбиття вікна  $P$   $h$  приймає значення  $h=1, 1/2, 1/4, \dots, (1/h)^v$ . Де параметр  $v$  потрібен для визначення розміру вікна в пікселях  $2^v$ .

Для отримання фрактальної розмірності виконуємо підбір параметрів лінійної функції  $y=ax+b$  методом найменших квадратів [5], де  $x=\ln[1/h]$ ,  $y=\ln[N(h)]$ , а параметр  $a=-D$ . Отже,

$$a = \frac{K_{xy}}{D_x}; \quad (4)$$

де  $K_{xy}$  – кореляційний момент,  $D_x$  – дисперсія

$$K_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{n}; \quad (5)$$

$$D_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n}. \quad (6)$$

$m_x$  та  $m_y$  – математичне очікування

$$m_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (7)$$

$$m_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}. \quad (8)$$

## 2.4. РЕЗУЛЬТАТИ

Описані вище алгоритми дозволяють отримати оцінку фрактальної розмірності зображення з різними її значеннями та на цій основі проводити сегментацію і класифікацію зображень.

Але не визначеним питанням є те, яким слід вибирати розмір вікна для покриття множини, по якому буде знаходитись фрактальна розмірність. Оскільки до розміру ставляться зовсім протилежні вимоги:

- для більш точного визначення границь між різними текстурами необхідно зменшувати розмір вікна;
- для підвищення точності обчислення фрактальної розмірності необхідно його збільшувати.

Вибір розміру вікна робиться емпірично при задовільних результатах виділення контурів та сегментації текстур.

Для сегментації були вибрані чотири різних за своєю структурою текстур (рис.1).

На рис.2. представлена карта фрактальних розмірностей – фрактальні розмірності кожної точки текстури.

Заключною стадією є сегментація. З рис.3. видно, що після цієї операції кожен сегмент має декілька точок іншого сегмента. Цей результат можна пояснити тим, що в текстарах зустрічаються подібні по своїй структурі частини зображення.

Однією з переваг такого метода є те, що сегментація текстур не залежить від інтенсивності (кольору) текстури, а залежить тільки від її форми.

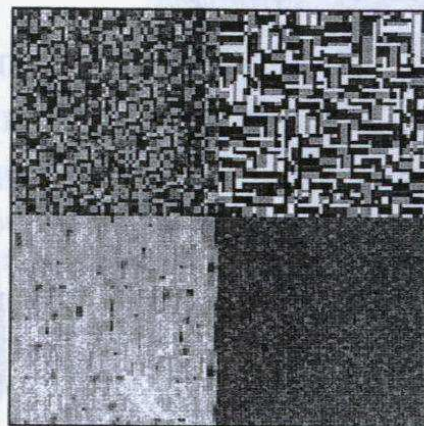


Рис. 1. Об'єднання текстур.  
Розмір 120 x 120.

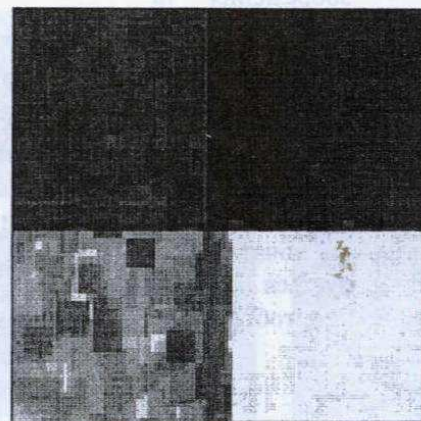


Рис. 2. Карта фрактальних розмірностей текстури

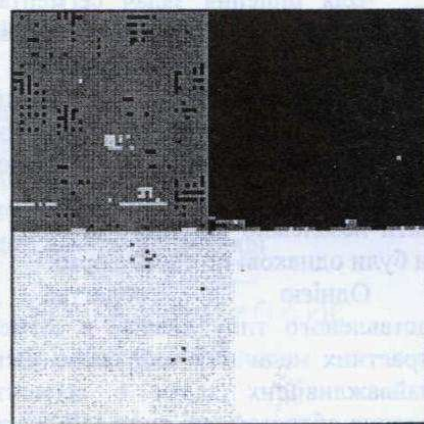


Рис. 3. Результат сегментації текстур.



Рис. 4. Низькоконтрастне зображення



Рис. 5. Карта фрактальних розмірностей



Рис. 6. Результат сегментації

По низькоконтрастному зображенню (рис. 4) було обчислено фрактальні розмірності (рис. 5) на основі яких зроблено сегментацію зображення (рис. 6). На рис. 7 чітко виділені групи розмірностей. Бачимо, що початкове зображення є множина, яка характеризується набором фрактальних розмірностей, тобто є мультифракталом.

## ВИСНОВОК

В цій статті був розроблений метод мультифрактальної декомпозиції з допомогою якого була проведена сегментація текстур та низькоконтрастних зображень.

Для рішення задач сегментації зображень застосовується багато різних методів, але тільки з допомогою фрактального аналізу, застосовуючи метод мультифрактальної декомпозиції, при сегментації зображення та класифікації об'єктів, буде враховуватись їх структура (геометрія).

Даний метод відносить до одного класу об'єкти незалежно від його кольору, головне, щоб вони були однакові по своїй формі.

Однією з областей застосування представленого типу аналізу є сегментація низькоконтрастних медичних зображень. Оскільки одними з найважливіших задач є сегментація пухлин, виявлення областей, які вони займають та виділення країв цих областей.

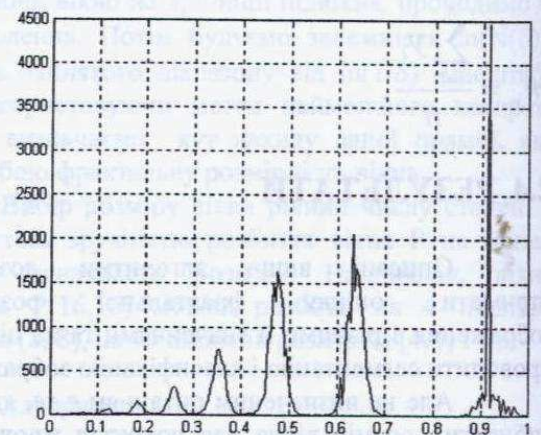


Рис. 7. Розподіл фрактальних розмірностей, розбитих в діапазоні [0..1]

## ЛІТЕРАТУРА

1. Федер Е. "Фракталы": Пер. с англ.-М.; Мир, 1991.-254 с.
2. Горобець Ю.І., Кучко А.М. "Вступ до фізики фрактальних структур".-Київ; 2000.
3. Потапов А.А. Герман А.А. // "Радиотехника и электроника".-М.; 2000. Т.-45 N8, с 946-953.
4. Kenkel N.C. Walker D.J."Fractal in the biological sciences"
5. Вентцель Е.С. "Теория вероятностей".-М.;1969.-576 с.
6. Chen, C. C., J. S. Daponte, and M. D. Fox, "Fractal Feature Analysis and Classification in Medical Imaging" IEEE Transactions on Medical Imaging, 8, pp. 133-142, 1989.
7. Коваленкова Н.В.// "Оптика механическая промышленность".-1991.-N4 с.42-46.