

# Виявлення порушень структури подовжених об'єктів на основі час-частотних перетворень з перерозподіленням

Андрій Павлович Гвоздак, Оксана Володимирівна Довженко

Дніпропетровський національний університет, Радіофізичний факультет, вул. Наукова 13, корпус 12, м. Дніпропетровськ 49050. тел. 056-7769092. e-mail: [andrey@mail.dsu.dp.ua](mailto:andrey@mail.dsu.dp.ua), [dovzhenko@mail.dsu.dp.ua](mailto:dovzhenko@mail.dsu.dp.ua).

Час-частотні перетворення класу Кохана представляють собою один з найбільш потужних інструментів для аналізу нестационарних сигналів, причому для вирішення практичних задач найбільший інтерес представляють перетворення з перерозподіленням, оскільки основані на них алгоритми дозволяють зменшити внутрішні інтерференційні впливи компонент сигналу, що значно підвищує достовірність аналізу результуючих яркістних зображень.

Використання інших типів методів час-частотних розподілень, до котрих можна віднести короткочасні перетворення Фур'є, не забезпечує виділення необхідних компонент сигналу, що пов'язано з наявністю обмежень, обумовлених принципом Гейзенберга, і вимагає додаткової обробки та складної інтерпретації результатів.

В рамках даної роботи метод, оснований на час-частотному перетворенні з перерозподіленням, було використано для виявлення дефектів при магнітно-індукційному тестуванні гаряче катаних труб. Експериментальні дослідження, проведені для реальних сигналів, показують, що метод перерозподілення дозволяє значно підвищити чутливість аналізу форми і положення випадкових дефектів у звільненні з стандартними підходами, а також забезпечує гнучке регулювання порогу чутливості аналізу за рахунок зміни параметрів типу і розміру вікон згладження.

## 1. Вступ

Метод магнітно-індукційної дефектоскопії (МІД) [1], оснований на використанні короткочасного перетворення Фур'є (КЧПФ), які відносять до лінійних час-частотних перетворень, що належать до перетворень першого класу, не забезпечує необхідної чутливості аналізу нестационарних сигналів.

Використання час-частотного аналізу дозволяє дослідити, як функція розподілення представляє компоненти вихідного сигналу розподіленням енергії як за часом, так і за частотою. В даній роботі розглядається практична можливість застосування перетворення класу Кохана в області квадратичного час-частотного розподілення (TFD (time-frequency distribution) – ЧЧП), причому до класу Кохана відносяться всі квадратичні розподілення, що мають властивість коваріантності до зсуву як за часом, так і за частотою.

Традиційні методи, основані на час-частотних розподіленнях, не дозволяють локалізувати такі компоненти сигналу, як випадковий високочастотний сигнал, викликаний зміною структури матеріалу при динамічному тестуванні труб з використанням магнітно-індукційного методу. Використання методів перерозподілення сильно підвищує чутливість візуалізації компонент сигналів і дозволяє однозначно судити про наявність структурних змін, що можуть відноситися до дефектів.

## 2. Час-частотні перетворення класу Кохана

На відміну від лінійних час-частотних перетворень, що розкладають сигнал на елементарні компоненти, метою енергетичних перетворень є представлення енергії сигналу двома змінними – часом і частотою.

Початковим у цьому контексті поняттям є енергія сигналу  $x(t)$ , що може бути отримана як квадрат модуля, як сигналу, так і його Фур'є перетворення,

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df, \quad (1)$$

з чого ми можемо інтерпретувати  $|x(t)|^2$  і  $|X(f)|^2$  як енергетичні щільності відповідно за часом і за частотою. Поєднуючи щільності енергій, визначимо функцію  $\rho_x(t, f)$ , для котрої справедливий вираз:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) dt df, \quad (2)$$

котрий отримуємо з (1). Таким чином, енергія є квадратичною функцією сигналу, відповідно до чого і енергія час-частотного перетворення спектра також в загальному випадку має квадратичне представлення.

Енергетична щільність розподілу повинна задовольняти двом наступним маргінальним властивостям:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) dt = |X(f)|^2 \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) df = |x(t)|^2, \quad (4)$$

які позначають, що якщо інтегрувати функцію енергетичної щільноті час-частотного перетворення за одною змінною, то вийде енергетична щільність перетворення за іншою змінною.

Якщо для перетворень справедливі вирази (2), (3) і (4), можна накласти додаткові обмеження на  $\rho_x(t, f)$  таким чином, що ці перетворення будуть задовільняти іншим необхідним властивостям, серед котрих фундаментальну важливість має коваріантність до зміщення за часом і частотою. Енергетичні перетворення, що задовільняють всім вищепереліченим вимогам, відносяться до класу Кохана [4].

Базовим перетворенням для енергетичних час-частотних розподілів класу Кохана, є розподіл Вігнера-Віля (WVD-Wigner-Ville distribution-BVP), що представляється наступним чином:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (5)$$

Коваріантність за часом і за частотою представляє собою найбільш важливу характеристику час-частотного перетворення, оскільки саме вона гарантує, що якщо сигнал має затримку в часі і є модульованим, його час-частотний розподіл є зміщеним на деяку величину в частотній області. Клас енергетичних час-частотних розподілів вводить коваріантність процесів за часом і за частотою в наступному виразі:

$$C_x(t, f; q) = \iint \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi\xi(s-t)} q(\xi, \tau) x(s + \tau/2) \times \\ x^*(s - \tau/2) e^{-i2\pi f\tau} d\xi ds d\tau,$$

де  $q(\xi, \tau)$  - двовимірна функція, котра має назву параметризаційної (тобто такої, що описує фізичні процеси за допомогою параметрів моделі). Цей клас перетворень відомий як клас перетворень Кохана, і можна записати:

$$C_x(t, f; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(s - t, \xi - f) \times \\ W_x(s, \xi) ds d\xi, \quad (6)$$

де

$$\Pi(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} q(\xi, \tau) e^{-i2\pi(f\tau + \xi t)} dt df$$

є двохвимірним перетворенням Фур'є параметризаційної функції  $q(\xi, \tau)$ .

Велику кількість існуючих енергетичних час-частотних перетворень можна віднести до цього класу, серед котрих і перетворення ВВП, у якому функція  $\Pi(t, f)$  є подвоєною функцією Дірака:

$$\Pi(t, f) = \delta(t)\delta(f),$$

тобто  $q(\xi, \tau) = 1$ .

Функція згладження  $\Pi(t, f)$  має наступні характеристики:

- специфікація параметризаційної функції  $q(\xi, \tau)$  дозволяє отримувати найбільш відомі енергетичні розподілення;

- забезпечується можливість перетворення необхідних обмежень перетворень в умову припустимості параметризаційної функції;

- забезпечується можливість використовувати такі припустимі аргументи, що клас рішень формується у відповідності до заданих умов.

Клас Кохана містить у собі всі квадратичні час-частотні розподіли, що забезпечують широкий набір засобів для аналізу нестационарних сигналів.

Базова ідея класу перетворень полягає у введенні об'єднуючої за часом і частотою функції, котра описує енергетичну цільність або інтенсивність сигналу одночасно в обох областях. Найбільш важливим елементом цього класу розподілів можна вважати розподіл Вігнера-Віля, що задовільняє цілому ряду необхідних властивостей. Оскільки ці розподіли є квадратичними, вони містять взаємопливаючі компоненти в час-частотній площині, котрі можуть порушувати можливість локалізації компонент досліджуваного сигналу. Одним із способів зниження впливу інтерферентності є згладжування розподілу за часом і частотою, однак застосування згладження призводить до втрат роздільної здатності як за часом, так і за частотою.

Крім класу Кохана енергетичних розподілень існує цілий ряд розподілень, що не задовільняють властивості коваріантності, наприклад клас афінних перетворень.

### 3. Метод перерозподілення

Білінійні час-частотні перетворення забезпечують широкий діапазон методів для аналізу нестационарних сигналів. Однак проблема усунення інтерференційних компонент на етапі візуалізації результатів залишається актуальною. Розглянемо один з варіантів її вирішення, котрий має назву методу перерозподілення.

Початкова ціль методу перерозподілу [2] - підвищення чутливості візуалізації спектrogram, оскільки саме спектrogramами відбивають відношення інтерференційних і інформативних компонент сигналу.

Принцип перерозподілення ґрунтується на припущеннях, що вагове усереднення значень не розподіляється симетрично навколо точок час-частотного простору  $(t, f)$ , котрі представляють собою геометричні центри області [3]. З цієї причини усереднення повинне наблизатися до центру тяжіння області, котра представляється більш репрезентативною в розподіленні локальної енергії сигналу. В механічній аналогії локальні енергії можуть бути розглянуті як розподілення мас, а центр тяжіння – як центр абсолютної маси.

Таким чином, сам метод представляється як реалізація наближення кожного значення спектrogramми, обчисленого в  $(t, f)$ , до іншої точки  $(\hat{t}, \hat{f})$ , що є центром тяжіння розподілення енергії сигналу навколо  $(t, f)$ :

$$S_x^{(r)}(t', f'; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(t, f; h) \delta(t' - \hat{t}(x, t, f)) \times \\ \delta(f' - \hat{f}(x, t, f)) dt df. \quad (7)$$

Іншими словами, відбувається перерозподіл спектrogram в такий спосіб, що значення в будь-якій точці результуючої спектrogramи  $(t', f')$  представляє собою суму всіх значень перерозподілених до поточного центру точок.

Для практичної реалізації методу, (7) замінюється наступними виразами:

$$\hat{i}(x; t, f) = t - \Re \left\{ \frac{F_x(t, f; t \cdot h(t)) F_x^*(t, f; h)}{|F_x(t, f; h)|^2} \right\},$$

$$\hat{f}(x; t, f) = f - \Im \left\{ \frac{F_x(t, f; \frac{dh(t)}{dt}) F_x^*(t, f; h)}{|F_x(t, f; h)|^2} \right\}.$$

Така реалізація методу дозволяє уникнути високих обсягів обчислень, а відповідно, витрат ресурсів обчислювальної системи.

В якості підсумку можна зазначити, що перерозподілення спектрограм не представляє собою більшій функцією, однак задовільняє властивостям коваріаційного зсуву, збереження енергії (припускається, що  $h(t)$  представляє собою одиницю енергії) і незалежності. Це також можна довести, як перетворення Вігнера-Віля являє собою ідеальне перетворення для локалізації лінійно-частотно модульованих та імпульсних сигналів, люба перерозподілена спектрограма також відповідає цим властивостям:

$$x(t) = A e^{i(f_0 t + \alpha t^2 / 2)} \Rightarrow \hat{f} = f_0 + \alpha \hat{t},$$

$$x(t) = A \delta(t - t_0) \Rightarrow \hat{t} = t_0.$$

#### 4. Використання методу перерозподілення для контролю змін структури подовжених об'єктів

Представленний принцип перерозподілення може бути застосований для цілого ряду перетворень. Якщо розглянути загальний вираз розподілення класу Кохана як двовимірну згортку з ВВП,

$$C_x(t, f; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s, f-\xi) \times W_x(s, \xi) ds d\xi$$

замінюючи частину ядра згладження  $W_x(s, \xi)$  на довільне ядро  $\Pi(s, \xi)$ , визначимо перерозподілення для кожного члена класу Кохана:

$$\hat{i}(x; t, f) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi},$$

$$\hat{f}(x; t, f) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi},$$

$$C_x^{(r)}(t', f'; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_x(t, f; \Pi) \times \delta(t' - \hat{i}(x; t, f)) \delta(f' - \hat{f}(x; t, f)) dt df.$$

Останнє перерозподілене перетворення вигідно поєднує як властивість зменшення впливу компонент інтерференції, так і посилення концентрації інформативних компонент сигналу. Крім того, це перетворення має властивість коваріантності до зсуву за ча-

сом і частотою і проявляє високу чутливість до локалізації лінійної ЧМ і імпульсів [5].

#### 5. Експериментальна частина

Експериментальні дослідження проводилися на основі сигналів, знятих з магнітно-індукційного дефектоскопа.

В рамках експериментів було досліджено різні типи час-частотної репрезентації сигналу на основі таких перетворень класу Кохана як спектрограми Гabora, Margenau Hill розподілення, розподілення Вігнера-Віля і згладжене розподілення Вігнера-Віля. Аналіз результатів показує, що найбільш вигідним з точки зору представлення локалізацій компонентів дефекту, а також витрат обчислювальних ресурсів, є використання Margenau Hill розподілення, рівняння якого може бути представлена у наступній формі

$$MH_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (x(t+\tau) x^*(t) + x(t) x^*(t-\tau)) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

де  $x(t)$  - вхідний сигнал.

Інтерференційна структура перетворення Margenau Hill відрізняється від структури розподілення Вігнера-Віля, яка є базовою для розподілень класу Кохана: інтерференційні компоненти які локалізовані в двох точках  $(t_1, f_1)$  і  $(t_2, f_2)$ , будуть розташовані в точках з координатами  $(t_1, f_2)$  і  $(t_2, f_1)$ .

Таким чином, використання розподілення Margenau Hill для сигналів які мають багато компонент локалізованих в одному місці в часі або частоті може дати помилкові результати, тому що компоненти інтерференції будуть накладатися на компоненти сигналу. Тому метод перерозподілення дуже рідко використовується для перетворень, які не мають в ядрі функцію згладжування інтерференційних компонент сигналу. Метод перерозподілення на практиці використовується до псевдо або перетворень з поменшеною інтерференцією (Reduce Interference Distribution).

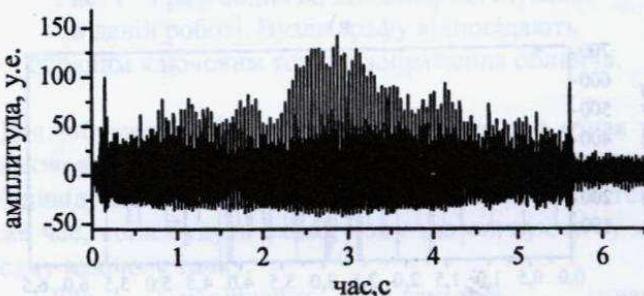


Рисунок 1. Сигнал, записаний з магнітно-індукційного дефектоскопа.

Розглянемо застосування методу перерозподілення для Margenau Hill розподілів і порівнямо результати з короткочасними перетвореннями Фур'є.

На рис.1 представлений сигнал, знятий з магнітно-індукційного дефектоскопа з частотою дискретизації 5000 Гц.

На рис. 2 а-г, відповідно, представлені розподілі КЧПФ, розподіл Margenau Hill, псевдо Margenau Hill і перерозподілений розподіл Margenau Hill. Для КЧПФ критерієм наявності дефекту є розщеплення основного компонента сигналу в час-частотній площині, для перерозподіленого Margenau Hill розподілення - локалізація компонентів сигналу дефектів, що є відображенням структури матеріалу труби на час-частотній площині при використанні вузькополосного згладжуючого вікна Hanning'a.

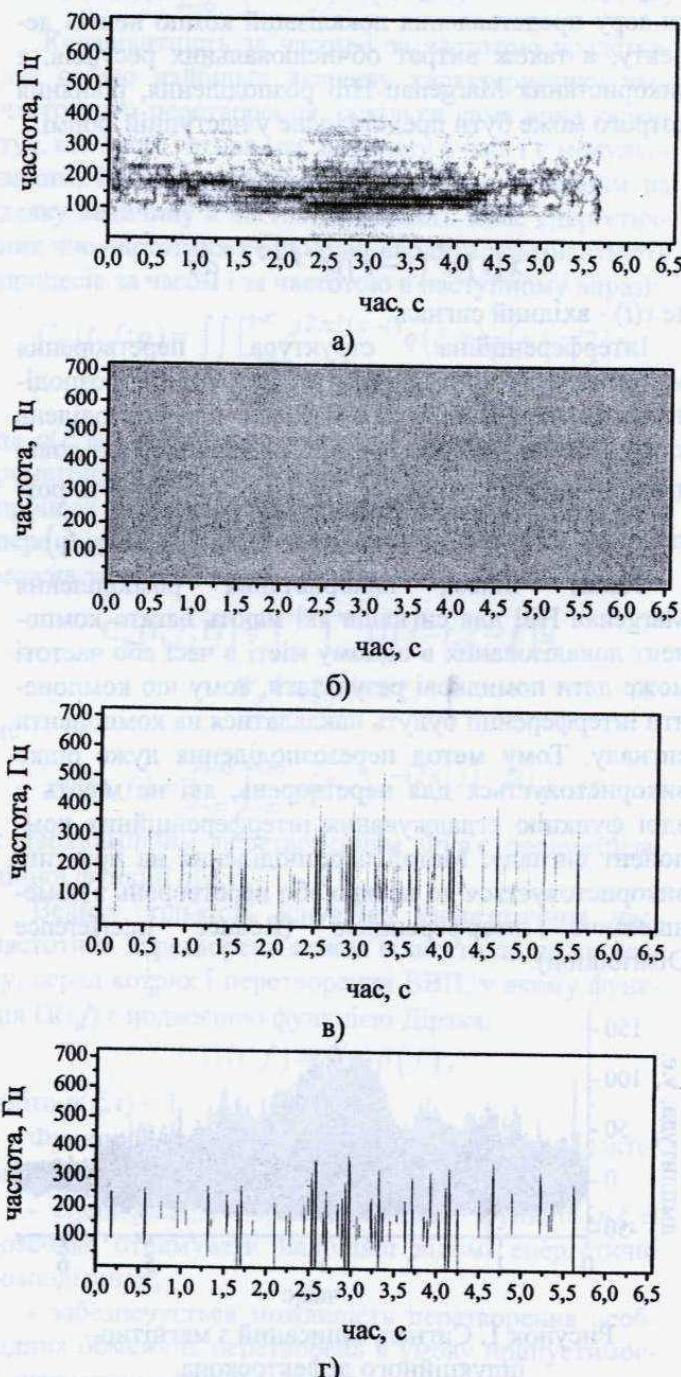


Рисунок 2. Час-частотні перетворення сигналу рис.1 з параметрами: розмір вікна 512 вибірок, крок вікна 4 вибірки, тип згладжування вікна - Hanning, розмір вікна згладжування 63 для перетворень класу Кохана: а - КЧПФ, б - розподіл Margenau Hill, в - псевдо

перетворення Margenau Hill, г- перерозподілений розподіл Margenau Hill.

Візуальний аналіз отриманих результатів дозволяє зробити однозначний висновок про переваги методу перерозподілення на основі перетворень класу Кохана для виявлення компонент дефектів в час-частотній площині у зрівнянні з традиційними підходами. Метод перезподілення (рис. 2г) дозволяє визначити положення змін структури об'єкта що тестиється. а за довжиною спектральних рисок визначити належить чи така зміна до дефекту.

## 6. Висновки

Використання методу перерозподілення на основі час-частотних перетворень класу Кохана дозволило:

- поліпшити візуалізацію компонентів сигналів у час-частотній області, у порівнянні з методом короткочасних перетворень Фур'є;
- зменшити помилки взаємопливу компонент у порівнянні з іншими типами перетворень класу Кохана;
- метод збільшує концентрацію компонентів сигналу в час-частотній області, що дозволяє збільшити співвідношення сигнал/шум;
- реалізація методу перерозподілення практично не вимагає додаткових обчислювальних можливостей, що дозволяє реалізувати метод у реальному масштабі часу;

До недоліків можна віднести наявність компонент взаємопливу в час-частотній області, що при близьких частотах може призводити до появи інтерференційних ефектів.

## Література

1. A.P. Gvozdak, V. M. Dolgov, *Time-frequency NDT in real time mode based on DSP*, Signal/Image Processing and Pattern Recognition, Proceeding, The Fourth All-Ukrainian International Conference, 19-23 October, Kiev, pp. 113-116, 1998.
2. F. Auger and P. Flandrin, *The why and how of time-frequency reassignment*, IEEE International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, pp. 197-200, USA Philadelphia 1994.
3. F. Auger and P. Flandrin, *Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by the Reassignment Method*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43(5): 1068-1089, 1995.
4. L. Cohen, *Time-Frequency Distribution – A Review*, Proceedings of the IEEE, 77(7): 941-980, 1989.
5. P. Flandrin, *On Detection-Estimation Procedures in the Time-Frequency Plane*, In International conference on acoustics, speech and signal processing, pp. 43.5.1-4, 1986.