

# КОГЕРЕНТНИЙ КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ СТОХАСТИЧНИХ ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Юзефович Р.М.<sup>\*</sup>, Михайлишин В.Ю.<sup>\*\*</sup>, Яворський І.М.<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України, Львів

<sup>\*\*</sup>Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Національний університет "Львівська політехніка"

<sup>\*\*\*</sup>Інститут телекомунікації Технічно-сільськогосподарської академії, Бидгощ, Польща

МСП, вул. Наукова 5, м. Львів, 79601

Тел: 8 (0322) 65-48-80, факс: 8 (0322) 64-94-27

E-mail: abzac@ipm.lviv.ua, mykhai@ipm.lviv.ua, iavor@ipm.lviv.ua

Розглянуто властивості когерентних оцінок ймовірнісних характеристик періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП). Досліджено ймовірнісну структуру циклічних навантажень при вібрації підшипникового вузла з нерівномірним радіальним натягом.

## 1. ВСТУП

Різноманітні конструкції в процесі їх експлуатації зазнають навантажень, які здебільшого змінюються в часі стохастично. Такі навантаження зумовлені як зовнішніми чинниками (пориви вітру, акустичний шум, морське хвилювання), так і внутрішнimi (обертовий рух підшипників, валів, коліс трибових передач, приводних ременів, поступово-зворотний рух поршнів). Втому конструкційних матеріалів, яка виникає під впливом стохастичних навантажень, теж має стохастичний характер. Її можна розглядати як неспадний випадковий процес  $\xi(t)$ , характеристики якого залежать від характеристик навантажень. Для оцінки ступеня втоми конструкційних матеріалів необхідно знати ті характеристики навантажень, які найбільш істотні для розвитку втоми. Такі характеристики можуть бути обґрунтовані тільки на основі певних математичних моделей навантажень. Побудова математичних моделей навантажень є одним з основних етапів при досліженні втомних пошкоджень матеріалів [1].

Особливу роль у виникненні втомних пошкоджень відіграють так звані циклічні навантаження, під впливом яких напруження в певні моменти часу змінюють свій знак на протилежний. При традиційному підході до аналізу втоми циклічні навантаження описуються за допомогою детермінованих періодичних функцій часу. За основну характеристику ступеня втоми тоді приймається число циклів при заданій амплітуді гармонічної зміни напружень.

Детерміновані періодичні моделі в ідеалізований формі описують повторюваність навантаження, але не відображають їх стохастичності. Однією з найпростіших моделей стохастичної циклічності є періодично корельовані випадкові процеси (ПКВП) [2]. Властивості циклічних навантажень в рамках такого підходу описуються за допомогою імовірнісних характеристик даного класу нестационарних випадкових процесів. Верифікація такої моделі може бути проведена тільки на основі методів статистики ПКВП. Один з таких методів, що ґрунтуються на усередненні відліків через період корельованості ПКВП, аналізується в даній праці.

## 2. ВЛАСТИВОСТІ КОГЕРЕНТНИХ ОЦІНОК ЙМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Математичне сподівання ПКВП  $m(t) = E\xi(t)$ , де  $E$  – оператор усереднення, і кореляційна функція  $b(t, u) = E \overset{\circ}{\xi}(t) \overset{\circ}{\xi}(t+u)$ ,  $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - m(t)$  є періодичними функціями часу і можуть бути подані у вигляді рядів Фур'є:

$$m(t) = \sum_{k \in Z} m_k e^{ik\omega_0 t} = m_0 + \sum_{k \in Z} \left( m_k^c \cos k\omega_0 t + m_k^s \sin k\omega_0 t \right),$$

де  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ,

$$\begin{aligned} b(t, u) &= \sum_{k \in Z} B_k(u) e^{ik\omega_0 t} = \\ &= B_0(u) + \sum_{k \in Z} \left[ B_k^c(u) \cos k\omega_0 t + B_k^s(u) \sin k\omega_0 t \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Математичне сподівання описує регулярні цикли навантажень, дисперсія  $d(t) = b(t, 0)$  – зміну потужності флюктуацій, а кореляційна функція – зміну кореляційних зв'язків між значеннями флюктуаційних навантажень в моменти часу  $t$  і  $t+u$ .

Когерентний кореляційний аналіз ПКВП містить наступні завдання. По-перше, це оцінювання періодичного в часі математичного сподівання  $m(t)$ ,  $t \in [0, T]$ , а також коефіцієнтів Фур'є  $m_k$ , які є параметрами форми регулярної складової циклу. Подруге, це оцінювання кореляційної функції  $b(t, u)$ , яка залежить від двох аргументів: часу  $t$  і зсуву  $u$ . Особливості зміни кореляційної функції відносно  $t$  і  $u$  зумовлюють різні підходи до оцінювання характеристик цих змін. Періодичність кореляційної функції, а також математичного сподівання відносно часу  $t$  забезпечує можливість використання такого методу оцінювання, який ґрунтуються на усередненні відліків реалізації через період  $T$ . Оскільки для періодичної функції таке усереднення дає її значення в моменти часу, що відповідають точкам відліків, то є підстава сподіватися, що у випадку ПКВП, характеристики яких задовільняють певні умови, аналогічні дії будуть зменшувати вплив флюктуаційних складових. Такий метод оцінювання називають когерентним [2]. Знання значень характеристик для  $t \in [0, T]$  дає можливість оцінити компоненти  $m_k$  і  $B_k(u)$  на основі перетворень Фур'є. При такому оцінюванні зсув  $u$  вважається параметром, який можна змінювати. Вирази для оцінок компонентів тоді подібні до виразів для оцінок кореляційної функції стаціонарного випадкового процесу з тією різницею, що у випадку ПКВП при усередненні застосовують вагові функції  $\phi_n(t) = e^{-int\omega_0 t}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Можливості когерентного методу оцінювання, його ефективність, очевидно, можуть бути досліджені тільки при проведенні аналізу стохастичних властивостей оцінок з врахуванням специфічних особливостей певного типу цикліческих навантажень. Припустимо, що усереднення виконується з використанням відрізка реалізації довжиною  $\theta = NT$ ,  $N$  – натуральне число. Когерентна оцінка математичного сподівання має вигляд:

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t+nT), \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Така оцінка є незміщеною  $E\hat{m}(t) = m(t)$ , а її дисперсія визначається виразом

$$D[\hat{m}(t)] = \frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) b(t, nT). \quad (3)$$

Якщо кореляції загасають зі збільшенням зсуву  $u$

$$\lim_{|u| \rightarrow \infty} b(t, u) = 0 \quad (4)$$

то  $D[\hat{m}(t)] \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$ . Це означає, що оцінка (2) є слушною. Дисперсія  $D[\hat{m}(t)]$ , як видно з (3), є періодичною функцією часу. Тому її можна подати у вигляді:

$$D[\hat{m}(t)] = \gamma_0 + \sum_{l \in N} (\gamma_l^c \cos l\omega_0 t + \gamma_l^s \sin l\omega_0 t). \quad (5)$$

Для коефіцієнтів цього розкладу, використовуючи подане (1), отримуємо

$$\gamma_0 = \frac{1}{N} \left[ B_0(0) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) B_0(nT) \right], \quad (6)$$

$$\gamma_l^c = \frac{1}{N} \left[ B_l^c(0) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) B_l^c(nT) \right], \quad (7)$$

$$\gamma_l^s = \frac{1}{N} \left[ B_l^s(0) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) B_l^s(nT) \right]. \quad (8)$$

Як бачимо, середнє значення дисперсії (3) визначається нульовим кореляційним компонентом, а амплітуда  $L$ -их складових залежить тільки від кореляційних компонентів тих самих номерів.

На основі оцінки математичного сподівання (2) можуть бути знайдені оцінки коефіцієнтів  $\hat{m}_0$ ,

$\hat{m}_k^c$ ,  $\hat{m}_k^s$ :

$$\hat{m}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{m}(t) dt, \quad \hat{m}_k^c = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{m}(t) \cos k\omega_0 t dt, \quad (9)$$

$$\hat{m}_k^s = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{m}(t) \sin k\omega_0 t dt. \quad (10)$$

Оцінки (9)-(10) є незміщеними, а їх дисперсії виражаються через відповідні кореляційні компоненти:

$$D[\hat{m}_0] = \frac{2}{\theta} \int_0^\theta \left(1 - \frac{4}{\theta}\right) B_0(u) du, \quad (11)$$

$$D[\hat{m}_l^c] = \frac{2}{\theta} \int_0^\theta \left(1 - \frac{4}{\theta}\right) \begin{bmatrix} 2B_0(u) \cos l\omega_0 u + \\ + B_{2l}^s(u) \sin l\omega_0 u - \\ - B_{2l}^c(u) \cos l\omega_0 u \end{bmatrix} du, \quad (12)$$

$$D[\hat{m}_l^s] = \frac{2}{\theta} \int_0^\theta \left(1 - \frac{4}{\theta}\right) \begin{bmatrix} 2B_0(u) \cos l\omega_0 u - \\ - B_{2l}^s(u) \sin l\omega_0 u + \\ + B_{2l}^c(u) \cos l\omega_0 u \end{bmatrix} du. \quad (13)$$

Якщо кореляційні зв'язки ПКВП загасають зі збільшенням зсуву, то величини (11)-(13) прямують до нуля при  $\theta \rightarrow \infty$ .

Когерентну оцінку кореляційної функції запишемо у вигляді:

$$\hat{b}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t+u+nT) \xi(t+nT) - \hat{m}(t) \hat{m}(t+u). \quad (14)$$

Усереднюючи (14), для зміщення знаходимо

$$\begin{aligned}\varepsilon[\hat{b}(t, u)] &= E\hat{b}(t, u) - b(t, u) = \\ &= -\frac{1}{N} \sum_{n=-N}^N \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) b(t, u + nT).\end{aligned}$$

Цей вираз легко перетворюється до вигляду:

$$\varepsilon[\hat{b}(t, u)] = \varepsilon_0(u) + \sum_{l \in N} \left[ \varepsilon_l^c(u) \cos l\omega_0 t + \varepsilon_l^s(u) \sin l\omega_0 t \right], \quad (15)$$

$$\text{де } \varepsilon_0(u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) B_0(u + nT),$$

$$\varepsilon_l^c(u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) B_l^c(u + nT), \quad (16)$$

$$\varepsilon_l^s(u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) B_l^s(u + nT). \quad (17)$$

З отриманих формул випливає, що при виконанні умови (4) оцінка (14) є асимптотично незміщеною. Для її дисперсії, припускаючи, що процес є гаусовим, в першому наближенні маємо:

$$D[\hat{b}(t, u)] = \alpha_0(u) + \sum_{l \in N} \left[ \alpha_l^c(u) \cos l\omega_0 t + \alpha_l^s(u) \sin l\omega_0 t \right], \quad (18)$$

при цьому

$$\alpha_0(u) = \frac{1}{N} \left[ \tilde{B}_0(0, u) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \tilde{B}_0(nT, u) \right], \quad (19)$$

$$\alpha_l^c(u) = \frac{1}{N} \left[ \tilde{B}_l^c(0, u) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \tilde{B}_l^c(nT, u) \right], \quad (20)$$

$$\alpha_l^s(u) = \frac{1}{N} \left[ \tilde{B}_l^s(0, u) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \tilde{B}_l^s(nT, u) \right]. \quad (21)$$

Величини  $\tilde{B}_0(u_1, u)$  і  $\tilde{B}_l^{c,s}(u_1, u)$  є коефіцієнтами Фур'є кореляційної функції процесу  $\eta(t, u) = \xi(t) \xi(t + u)$  і виражаються через кореляційні компоненти ПКВП, тому при виконанні умови (4)  $D[\hat{b}(t, u)] \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$ .

Оцінки кореляційних компонентів знаходяться за формулами

$$\hat{B}_0(u) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) dt, \quad \hat{B}_l^c(u) = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) \cos l\omega_0 t dt,$$

$$\hat{B}_l^s(u) = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) \sin l\omega_0 t dt.$$

Зміщення цих оцінок визначаються відповідно правими частинами виразів (16)-(18), а їх дисперсії мають такий самий вигляд як вирази для дисперсій оцінок компонентів математичного сподівання з тією різницею, що кореляційні компоненти ПКВП в них замінені на коефіцієнти Фур'є кореляційної функції  $b_\eta(t, u_1, u)$ . Нульовий компонент  $\tilde{B}_0(u_1, u)$  залежить від усіх кореляційних компонентів ПКВП, тому вірогідність знаходження нульового кореляційного компонента ПКВП аж ніяк не може бути оцінена без знання вищих кореляційних компонентів. Цей факт підкреслює ту важливу роль, яку відіграє вибір моделі реального процесу при її статистичному аналізі.

### 3. ІМОВІРНІСНА СТРУКТУРА ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Провести прямі вимірювання напружень, що виникають під час циклічних навантажень, практично неможливо. Однак, припустивши, що елементи машини є пружними та ізотропними, можна прияти, що між вібраційним сигналом  $\zeta(t)$ , що вимірюється в деякій зовнішній точці, і напруженням  $\xi(t)$  у певному елементі всередині машини існує лінійна залежність  $\xi(t) = \alpha \zeta(t)$ . Коефіцієнт  $\alpha$  враховує вплив характеристик матеріалу і системи, а також геометрії, що формується діякою точкою вимірювань [2].

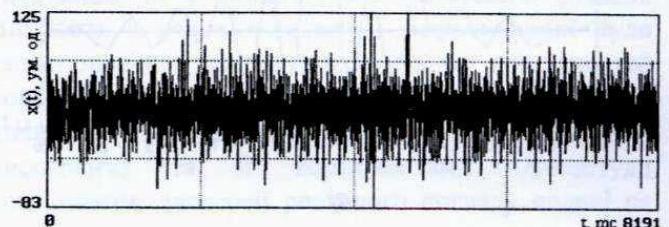


Рис.1. Сигнал осьової вібрації підшипника.

Застосувавши такий підхід, проаналізуємо структуру напружень, що виникають у підшипнику швидкохідного шпинделя машини для навивання вольфрамової спіралі електроламп, що працює в установленому режимі (рис.1). Підшипниковий вузол має дефект нерівномірного радіального натягу. Період  $T$  оцінимо застосувавши компонентний метод оцінювання [3]. Оскільки оцінка періоду  $T = 25,37$  не є цілим числом, то для оцінки імовірнісних характеристик когерентним методом необхідно змінити крок дискретизації. Для вирішення цієї задачі використаємо алгоритм інтерполяції поліномом Лагранжа 2-ого порядку [4].

Когерентні оцінки математичного сподівання і дисперсії, а також коефіцієнти Фур'є математичного сподівання подані на рис.2 та на рис.3.

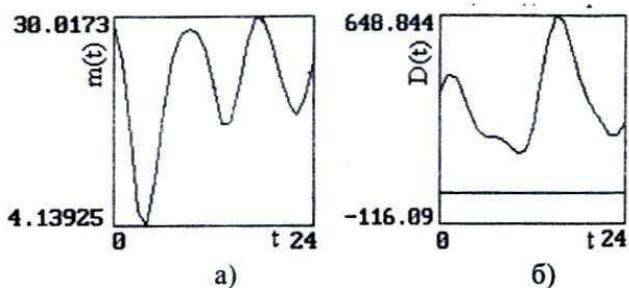


Рис.2. а) оцінка математичного сподівання;  
б) оцінка дисперсії.

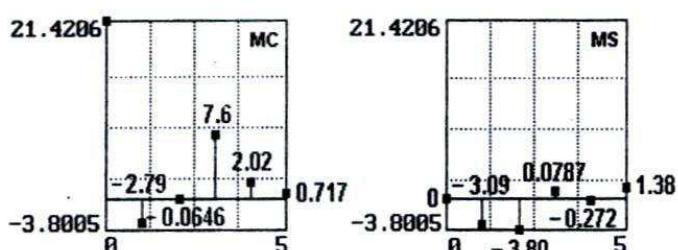


Рис.3. Компоненти математичного сподівання.

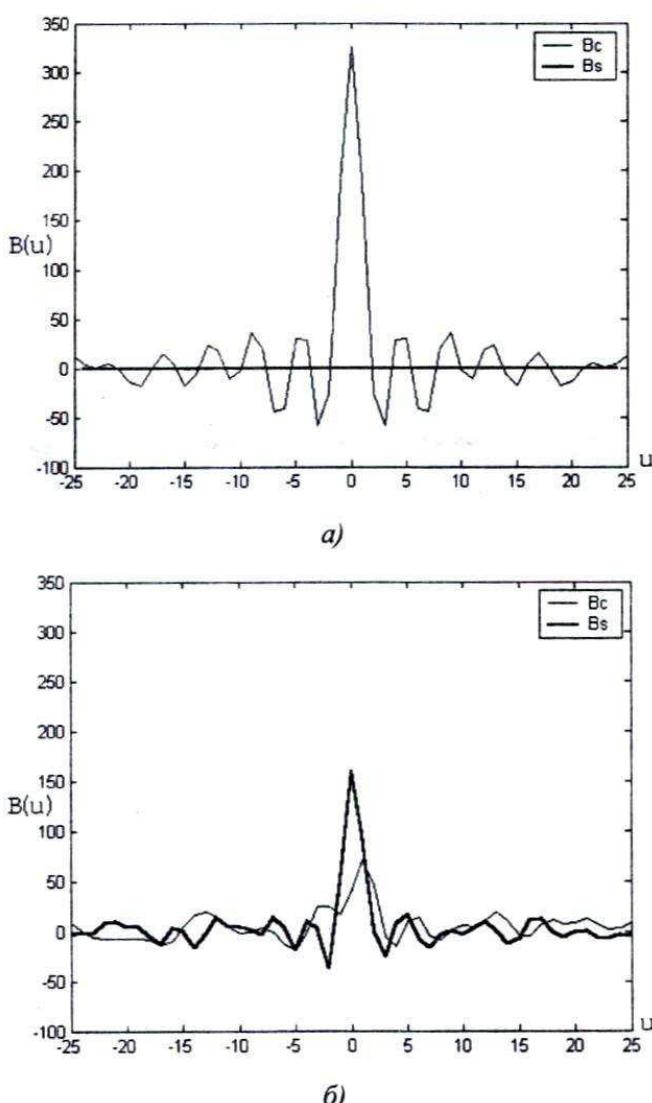


Рис.4. Когерентні оцінки кореляційних компонентів:  
а) оцінка нульового кореляційного компонента;  
б) оцінка другого кореляційного компонента.

На рис.4 показані графічні залежності від зсуву найбільш суттєвих за величиною кореляційних компонентів. Ці залежності можуть бути апроксимовані за допомогою формул:

$$B_0(u) = \frac{1}{2} \left( D_c e^{-\alpha_c |u|} + D_s e^{-\alpha_s |u|} \right) \cos \beta u \cos \omega_0 u,$$

$$B_2^c(u) = \frac{1}{2} \left( D_c e^{-\alpha_c |u|} - D_s e^{-\alpha_s |u|} \right) \cos \beta u \cos \omega_0 u + \\ + D_{cs} e^{-\alpha_{cs} |u|} \cos \beta u \sin \omega_0 u,$$

$$B_2^s(u) = \frac{1}{2} \left( D_s e^{-\alpha_s |u|} - D_c e^{-\alpha_c |u|} \right) \cos \beta u \sin \omega_0 u + \\ + D_{cs} e^{-\alpha_{cs} |u|} \cos \beta u \cos \omega_0 u.$$

З використанням цих формул та співвідношень (5)-(8), (11)-(13), (15)-(17) і (18)-(21) можуть бути обчислені конкретні значення показників якості оцінювання. Також може бути вирішена зворотня задача – вибрані такі параметри статистичної обробки, які забезпечують наперед задані показники якості оцінювання.

## 4. ВИСНОВКИ

Розглянуто та досліджено властивості когерентних оцінок ймовірнісних характеристик періодично корельованих випадкових процесів.

Методом когерентного усереднення проаналізовано структуру напружень, що виникають у підшипниковому вузлі з нерівномірним радіальним натягом.

## 5. ЛІТЕРАТУРА

1. Ксистрис, Санкар, Остигай. Оценка надежности машин по степени усталостного повреждения, накопленого вследствие случайных вибраций. // Конструирование и технология машиностроения. — 1978. — №4. — С.14-21.
2. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. — Л.:Гидрометеоиздат, 1987. — 320 с.
3. Михайличин В.Ю., Яворский И.Н. Компонентное оценивание периода стохастической повторяемости ритмических сигналов // Автоматика. — 1993. — №4. — С. 44-48.
4. Юзефович Роман. Зміна кроку дискретизації ритмічних сигналів вібрації підшипника кочення // Матеріали відкритої науково-технічної конференції молодих науковців і спеціалістів Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАН України. — Львів, 2002. — С.118-120.

# ВЛАСТИВОСТІ КОМПОНЕНТІВ ДИСПЕРСІЇ ІМОВІРНІСНОЇ МОДЕЛІ СИГНАЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ЗБУРЕННЯ РЕЙОК ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ

Igor Isaev<sup>1</sup>, Georgij Troxim<sup>1</sup>, Igor Jaworski<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України,

<sup>2</sup>Інститут Телекомунікації, Технічно-сільськогосподарська академія,  
м. Бидгощ, Польща

79601, Україна, Львів, МСП вул. Наукова, 5

телефон: 8 (0322) 63-33-55

факс: 8 (0322) 64-94-27

електронна пошта: isayev@ipm.lviv.ua, george@ipm.lviv.ua, iavor@ipm.lviv.ua

В роботі досліджуються енергетичні властивості дефектоскопічного сигналу від залізничних рейок на основі імовірнісної моделі сигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу. Аналізуються вирази для дисперсії та її компонентів розкладу в ряди Фур'є методами нестационарної статистичної обробки.

## ВСТУП

Сигнал дефектоскопії формується е.р.с., наведеною в індукційному давачі при скануванні підмагніченої рейки. Значення її як функції шляху виводяться на екран монітора персонального комп'ютера для візуального аналізу оператором. Типовий сигнал-відгук подано на рис.1.

Його періодична структура відповідає відстані між центрами шпал. В роботах [1-2] авторами були запропоновані методи аналізу такого сигналу на базі моделі нестационарних періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) [3]. Перевага нестационарного підходу полягає в можливості опису

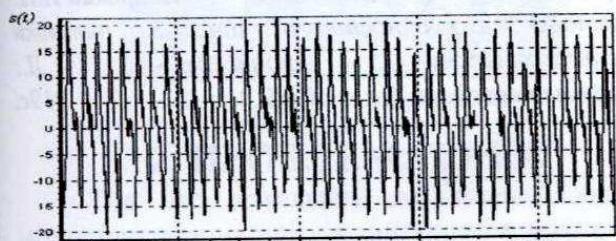


Рис. 1. Фрагмент осцилограмми сигналу відгуку «бездефектної» рейки

характеру мінливості процесу не тільки в середньому, а й в межах періоду.

## 1. СТОХАСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ СИГНАЛУ

В роботі [1] було показано, що такий сигнал в ПКВП поданні містить 2 компоненти математичного сподівання та 4 компоненти кореляційної функції. Виходячи з задач швидкісної дефектоскопії було запропоновано замість використання властивостей кореляційної функції та її компонентів обмежитись лише їх значеннями при нульовому зсуві - дисперсією та її компонентами. Амплітуди компонентів дисперсії реального сигналу подані на рис.2.

При наявності в рейці дефекта росте кількість компонентів дисперсії (рис.3). Оскільки сигнали від різних дефектів різняться між собою, різного вигляду набуватимуть амплітуди компонент дисперсії сигналу.

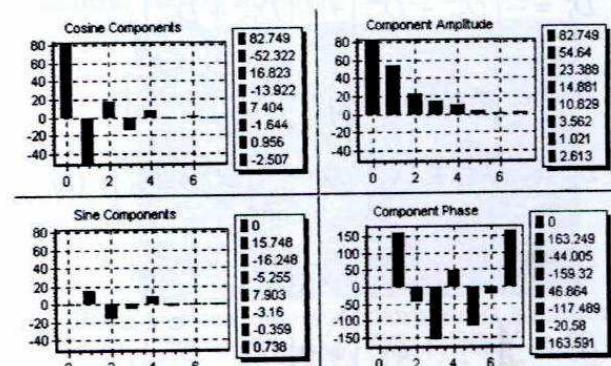


Рис.2. Компоненти дисперсії сигналу від «бездефектної» рейки.

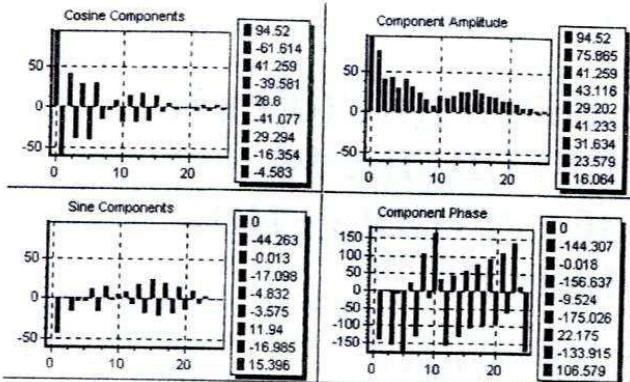


Рис.3. Компоненти дисперсії сигналу від рейки з двома дефектами

## 2. ІМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ СИГНАЛУ

В роботі [2] на основі аналізу стохастичних властивостей сигналу та розкладу ПКВП на стаціонарні стаціонарно зв'язані процеси була побудована імовірнісна модель

$$\xi(t) = \eta_1(t)e^{i\omega_0 t} + \eta_2(t)e^{i2\omega_0 t}, \quad (1)$$

де  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ,  $T$  - період корельованості,  $\eta_1(t)$  та  $\eta_2(t)$  - стаціонарні комплексні процеси. Подавши їх через парну та непарну частини  $\eta_k(t) = \frac{1}{2}[\eta_k^c(t) - i\eta_k^s(t)]$ , отримаємо

$$\begin{aligned} \xi(t) = & \eta_1^c(t) \cos \omega_0 t + \eta_1^s(t) \sin \omega_0 t + \\ & + \eta_2^c(t) \cos 2\omega_0 t + \eta_2^s(t) \sin 2\omega_0 t \end{aligned} \quad (2)$$

Дисперсія  $\xi(t)$  має вигляд:

$$\begin{aligned} D(t) = & D_0 + D_1^c \cos \omega_0 t + D_1^s \sin \omega_0 t + \\ & + D_2^c \cos 2\omega_0 t + D_2^s \sin 2\omega_0 t + D_3^c \cos 3\omega_0 t + \\ & + D_3^s \sin 3\omega_0 t + D_4^c \cos 4\omega_0 t + D_4^s \sin 4\omega_0 t, \end{aligned}$$

де

$$\left\{ \begin{aligned} D_0 &= \frac{1}{2}[D_{11}^{cc} + D_{11}^{ss}] + \frac{1}{2}[D_{22}^{cc} + D_{22}^{ss}]; \\ D_1^c &= \frac{1}{2}[D_{21}^{cc} + D_{21}^{ss}] + \frac{1}{2}[D_{12}^{cc} + D_{12}^{ss}]; \\ D_1^s &= \frac{1}{2}[-D_{21}^{cs} + D_{21}^{sc}] + \frac{1}{2}[D_{12}^{cs} - D_{12}^{sc}]; \\ D_2^c &= \frac{1}{2}[D_{11}^{cc} - D_{11}^{ss}]; D_2^s = \frac{1}{2}[D_{11}^{cs} + D_{11}^{sc}]; \\ D_3^c &= \frac{1}{2}[D_{21}^{cc} - D_{21}^{ss}] + \frac{1}{2}[D_{12}^{cc} - D_{12}^{ss}]; \\ D_3^s &= \frac{1}{2}[D_{21}^{cs} + D_{21}^{sc}] + \frac{1}{2}[D_{12}^{cs} - D_{12}^{sc}]; \\ D_4^c &= \frac{1}{2}[D_{22}^{cc} - D_{22}^{ss}]; D_4^s = \frac{1}{2}[D_{22}^{cs} + D_{22}^{sc}]. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Значення  $D_{l,k}^{cs}$  є значеннями дисперсій взаємно-кореляційних функцій формуючих ПКВП стаціонарних процесів

$$D_{l,k}(u) = \frac{1}{4}[D_{l,k}^{cc}(u) + D_{l,k}^{ss}(u) + i[D_{l,k}^{cs}(u) - D_{l,k}^{sc}(u)]]$$

$$D_{1,1}(u) = \frac{1}{4}[D_{1,1}^{cc}(u) + D_{1,1}^{ss}(u)]$$

$$D_{1,2}(u) = \frac{1}{4}[D_{1,2}^{cc}(u) + D_{1,2}^{ss}(u) + i[D_{1,2}^{cs}(u) - D_{1,2}^{sc}(u)]]$$

$$D_{2,1}(u) = \frac{1}{4}[D_{2,1}^{cc}(u) + D_{2,1}^{ss}(u) + i[D_{2,1}^{cs}(u) - D_{2,1}^{sc}(u)]]$$

$$D_{2,2}(u) = \frac{1}{4}[D_{2,2}^{cc}(u) + D_{2,2}^{ss}(u)]$$

Оскільки значення дисперсії є значеннями відповідних кореляційних функцій при нульовому зсуві і для взаємокореляційних функцій  $D_{1,2}(0) = D_{2,1}(0)$ , то звідси маємо:

$$D_{1,2}^{cc}(0) = D_{2,1}^{cc}(0) = D_{2,1}^{cc}; D_{1,2}^{ss}(0) = D_{2,1}^{ss}(0) = D_{2,1}^{ss}$$

$$D_{1,2}^{cs}(0) = D_{2,1}^{cs}(0) = D_{2,1}^{cs}; D_{1,2}^{sc}(0) = D_{2,1}^{sc}(0) = D_{2,1}^{sc}$$

## ВИСНОВКИ

Досліджуючи методами ПКВП тонку структуру рейок з дефектами і порівнюючи результати з результатами для "бездефектної" моделі можна розробити методологію пошуку, локалізації і розпізнавання дефектів при швидкій діагностиці стану рейок..

## ЛІТЕРАТУРА

- Iсаєв І.Ю., Трохим Г.Р. Властивості характеристик сигналів електромагнітного збурення бездефектних залізничних рейок // Матеріали відкритої науково-технічної конференції молодих науковців і спеціалістів «Інженерія поверхні», 22-23 березня 2001 р., С.37-40.
- Iсаєв І.Ю., Трохим Г.Р. Стохастична структура імовірності моделі сигналу електромагнітного збурення "бездефектної" залізничної рейки // Матеріали відкритої науково-технічної конференції молодих науковців і спеціалістів «КМН-2002», Львів 2002, С.114-117.
- Драган Я.П., Рожков В.А., Яворський І.Н. "Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов". - Л.: Гидрометеоиздат, 1989. - 319с.

# СЕГМЕНТАЦІЯ НАПІВТОНОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ МІКРОСТРУКТУРИ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІКИ РОСТУ КАВІТАЦІЙНИХ ТРІЩИН

R.Я. Косаревич, Б.П. Русин

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України,  
79601, м. Львів, вул. Наукова, 5, тел.: (0322) 65-45-30, e-mail: kosarevych@ipm.lviv.ua

**Анотація** У роботі розглядається проблема сегментації напівтонових зображень поверхні фрагмента матеріалу, пошкодженої кавітаційними тріщинами з метою визначення їх кількості та розмірів. Спочатку на зображення вибираються точки, які з високою вірогідністю належать тріщинам, далі на основі запропонованого критерію до цих точок приєднуються інші точки зображення. На сегментованому зображення проводиться фільтрація лінійних сегментів, які відповідають шліфам матеріалу.

## 1. ВСТУП

Багато із виникаючих проблем в матеріалознавстві сьогодні можуть бути вирішені лише з використанням автоматизованих засобів накопичення, переробки і видачі інформації про матеріали. Основним об'єктом в структурних методах дослідження матеріалів є зображення, отримані мікроскопом, на яких достатньо добре розпізнаються конструктивні елементи матеріалу. Так при визначення міцності матеріалів важливе значення має обчислення на ділянці матеріалу кількості і розмірів кавітаційних тріщин (Рис.1). Загалом ці визначення проводяться на основі візуального аналізу фотографій. Якщо автоматизувати ці дослідження, тобто проводити обробку цифрових зображень дослідних зразків, то без сумніву вдасться зменшити вплив суб'ективних чинників і суттєво скоротити часові затрати.

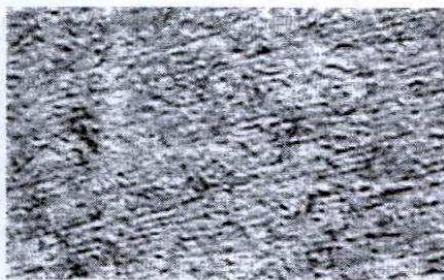


Рис.1 Вихідне зображення

## 2. ПРОБЛЕМАТИКА

Під час візуальних досліджень зображень мікроструктури матеріалів критичною є яскравість їх елементів. Чим більше вони темніші тим ймовірніше, що вони відображають тріщину, при цьому величина цих деталей не відіграє особливого значення, оскільки тріщина може бути дуже малою. Тріщина є

кавітавійною, тобто внаслідок мікrogідроудару і може з'явитись як вздовж так і поперек текстури зображення. Сама текстура і шліфи, що утворюються внаслідок обробки зразка відіграють роль шумів оскільки спотворюють ділянки зображення, де розташована тріщина. Для аналізу зразка матеріалу необхідно провести обчислення довжин тріщин декілька раз протягом часу досліджень і встановити тим самим динаміку їх росту.

Для вирішення даної задачі необхідно сегментувати цифрове зображення, тобто розділити на фон і власне тріщини. Як відомо проблема сегментації зображення може роз'язуватись різними підходами, а саме за допомогою встановлення порогу, виділення контурів, нарощування областей та ін.

## 3. СЕГМЕНТАЦІЯ

Методи вибору порогу [1,2] базуються на припущені, що суміжні точки зображення, чий рівень яскравості лежить в заданих межах, належать до одного класу. За допомогою цих методів можна отримати добре результати сегментації зображень, які включають дві компоненти. Оскільки такі методи повністю ігнорують інформацію про просторові зв'язки зображення, вони є неефективними для зображень із розмитими краями об'єктів, а також для зображень, які потрібно сегментувати на більшу кількість компонент. В нашому випадку встановлення порогу призводить до виділення великої кількості хибних об'єктів (Рис.2).

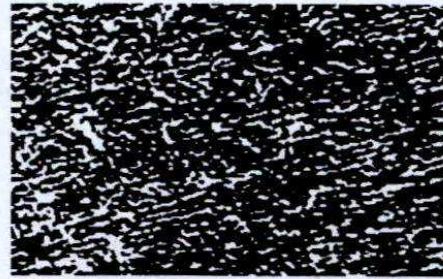


Рис.2 Сегментоване зображення за допомогою вибору порогу

Виділення контурів на зображення грунтуються на стрімкій зміні значення яскравості на межі між двома областями [3,4,5]. Детектори

країв, що використовуються при цьому або прості оператори типу Собеля, Робертса, або більш складні, такі як Канні оператор. Але результатом детекторів краю, в більшості випадків, не є чітка замкнена лінія, а деяка сукупність точок, яка містить розриви і надлишкові точки (Рис.3). Тому після застосування таких детекторів необхідна додаткова обробка, яка включає прослідковування контурів, заповнення розривів, потоншення ліній, що вимагає додаткових затрат часу. Цих часових затрат можна уникнути якщо інтегрувати підходи на основі виділення контурів і нарощування областей.

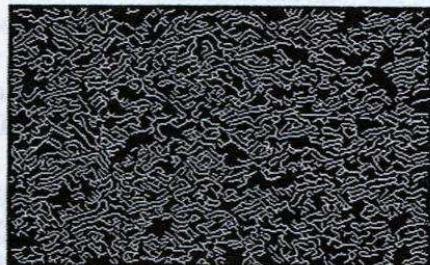


Рис.3 Виділення контурів

Методи, що полягають у нарощуванні областей [6,7,8] використовують припущення, що суміжні піксели, які належать одній області мають подібні візуальні характеристики такі як рівень напівтону, колір, текстуру. Ефективність цього підходу сильно залежить від вибраного критерію однорідності. На відміну від вибору параметрів однорідності техніка нарощування початкових областей (НПО) обмежується кількістю цих областей. Задавши їх кількість методи НПО намагаються знайти таку сегментацію зображення на області, при якій кожна звязана компонента області містить одну з початкових областей.

Вибір того чи іншого підходу до сегментації зображення диктується апріорною інформацією про об'єкти дослідження. Серед згаданих вище підходів методи НПО можуть дати найбільш задовільні результати, оскільки вихідні зображення є малоконтрасними і необхідно проводити їх локальний аналіз.

Як вже вказувалось методи НПО полягають у виборі наперед заданої кількості, початкових областей  $S_1, \dots, S_n$ , які можуть бути точками і приєднання до цих початкових областей інших точок зображення на основі деякого критерію. Кількість початкових областей може визначатися, наприклад, кількістю об'єктів, які потрібно виділити на зображенні.

### 3.1 Вибір початкових точок

В нашому випадку, коли кількість тріщин на зображені наперед не відома, початкові точки будуть вибиратись, виходячи із значень їх яскравостей, за декілька етапів. Спочатку, оскільки відомо, що тріщинам відповідають темніші ділянки зображення, вибираються точки рівень яскравості яких менший за середній рівень зображення і в околі розміром  $3 \times 3$  яких всі точки мають більшу або таку ж

яскравість. На основі середнього рівня яскравості, відібраних на попередньому кроці точок, відкидаються ті, значення яких більше. Крім того для відбору точок використовується різниця значень середніх яскравостей двох різних за розмірами околів  $O_1$  та  $O_2$ , центри яких розташовані в одній і тій же точці (Рис.4). Якщо різниця цих значень менша за деякий поріг, то ця точка відкидається. За поріг вибирається значення дисперсії елементів меншого околу  $O_2$ . Критерій відбору виражається як  $A(i,j) \in S \Leftrightarrow C(O_1(A(i,j)), O_2(A(i,j))) > \sigma(O_2(A(i,j)))$ , де  $A(i,j)$  – точка відібрана на першому  $n$  етапі,  $S = \bigcup_{i=1}^n S_i, \sigma(\cdot)$  - середньоквадратичне відхилення елементів околу.

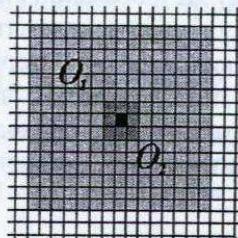


Рис.4 Околи аналізу відібраних точок

Діапазон значень величин тріщин є наперед відомим, тому розмір околів  $O_1$  та  $O_2$  вибирається так щоб розмір більшого був співмірним з величиною тріщини. Використання такого критерію можна пояснити наступним чином. Якщо центр обох околів  $O_1$  та  $O_2$  припадає на область, де розташована тріщина, то різниця середніх рівнів яскравості буде більшою за рахунок того, що в квадратному околі  $O_1$  більша частина пікселів буде мати яскравість вищу ніж яскравість елементів тріщини. В той же час в околі  $O_2$  всі елементи будуть належати тріщині і середнє значення буде малим. Якщо ж центр околів припадає на область, в якій немає тріщини, то середні значення яскравості в обох околах будуть приблизно одинаковими і їх різниця буде меншою за поріг. Значення порогу є змінним оскільки рівень яскравості елементів не є сталим для різних тріщин.

### 3.2. Критерій приєднання точок

Кожній з початкових точок присвоюється деяке число, мітка – її порядковий номер. На рис.5 для тестового зображення показано вибір початкових точок.



Рис. 5 Приклад виділення початкових точок

Після вибору початкових точок необхідно задати критерій приєднання до них інших точок зображення. Запропонований нами критерій також

базується на використанні двох околів різних розмірів. За цим критерієм кожній точці  $B(i,j)$  з  $3 \times 3$  околу початкової точки  $A(i,j)$  присвоюється її мітка, якщо різниця значень їх яскравостей менша ніж різниця середніх значень яскравостей двох околів з центром у цій точці.

$$m(B(i,j)) = m(A(i,j)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |br(B(i,j)) - br(A(i,j))| < C(O_3(B(i,j)), O_4(B(i,j)))$$

, де  $m(B(i,j))$  – мітка точки  $B(i,j)$ ,  $br(B(i,j))$  – яскравість в точці  $B(i,j)$ . В цьому випадку розміри околів  $O_3$  та  $O_4$  вибираються так, щоб не перевищували розмір тріщини. Такий критерій дозволяє ефективно відбирати точки оскільки для тих, що поблизу початкової і належать тріщині різниця яскравостей невелика так як і для середніх значень в околах  $O_3$  та  $O_4$ , а для точок які розташовані на краях тріщини різниця їх яскравостей із яскравістю початкової точки зростає але в той же час зростає і різниця середніх значень, оскільки околи містять більше точок із вищим значенням яскравості. У випадку коли точка не належить тріщині різниця яскравостей буде більшою за різницю середніх рівнів в околах, оскільки за межами тріщини ці рівні будуть приблизно однаковими для околів  $O_3$  та  $O_4$ .

### 3.3. Формування зв'язних множин міток

Результатом двох вищеописаних етапів сегментації є присвоєння окремим точкам зображення міток. Можливий випадок, як видно на рис.5, коли для одного об'єкта визначається декілька початкових точок, що мають різні мітки. Тому наступним кроком є присвоєння всім точкам, що належать одному об'єкту одакової мітки. Ми виходимо з того, що тріщина - об'єкт, для елементів якого властива невелика дисперсія яскравостей (критерій НПО). Тому навіть у випадку, коли для одного об'єкта є декілька початкових точок, за вибраним критерієм приєднані точки мають формувати звязну множину. Отже вибираючи по черзі початкові точки об'єкта, і перенумеруючи для всіх приєднаних до неї їх 4-ох або 8-ми суміжних сусідів, ми всім точкам об'єкта присвоємо однакову мітку (Рис. 6).

Рис. 6 Присвоєння міток: (а) початкові мітки, (б) результат перенумерації за критерієм зв'язності

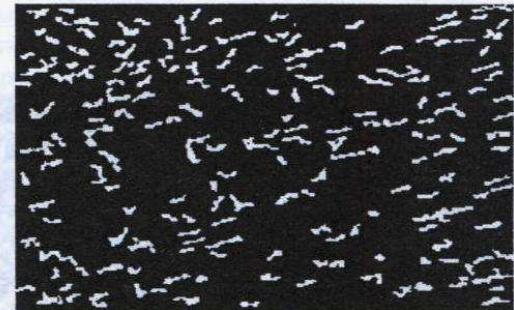
### 3.4. Фільтрація лінійних сегментів

Приєднання однакових міток елементам на основі їх зв'язності дозволяє сформувати множини, які відповідають тріщинам на зображені. Як вже вказувалось на зображені присутні також текстура матеріалу і шліфи, як наслідок обробки матеріалу. Яскравість елементів зображення, що відповідають шліфам, дуже близька до яскравості тріщини, а свою форму вони подібні до прямолінійних сегментів розташованих під одним кутом для цілого зображення. Завдяки своїм ознакам шліфи можуть спотворити загальну інформацію про кількість тріщин дослідного зразка, тому необхідне їх вилучення з вже сегментованого зображення.

Для цього можна скористатись максимальною відстанню між точками множини і прямою, що з'єднує дві найбільш віддалені точки множини як критерієм фільтрації (Рис. 7) [9]. Якщо максимальна відстань не перевищує заданий поріг, то вважається, що ця множина лінійний сегмент. Вибір правильного порогу в цьому випадку є важливим, бо як легко зауважити з рис.8 лише за таким критерієм можна відкинути значну кількість об'єктів, які хоч і мають форму близьку до лінійного сегмента, але не є шліфами.



Рис.7 Фільтрація лінійних сегментів



a)



б) Рис.8. Фільтрація лінійних сегментів з використанням різних порогів:  
а) поріг рівний 1, б) поріг рівний 3.

Тому у цьому випадку слід враховувати також відомості про орієнтацію шліфів на зображені.

## 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Як вже вказувалось на початку, сегментація зображення кавітаційних тріщин проводиться з метою визначення динаміки росту. На сегментованому зображенні підраховувались кількості кавітаційних тріщин (ККТ) трьох діапазонів довжин:  $0\text{--}3 \cdot 10^{-6}\text{м.}$ ,  $3\text{--}5 \cdot 10^{-6}\text{м.}$  та  $5\text{--}10 \cdot 10^{-6}\text{м.}$ . Довжина тріщини апроксимувалась величиною, що є сумою відстані між двома найбільш віддаленими точками множини та максимальною серед відстаней точок множини до цієї прямої. На рис.9 і рис. 9е показано результати підрахунків ККТ для одного зразка з різним часом експозиції рис.9а та рис.9б. Отримані результати добре узгоджуються з реальними спостереженнями.

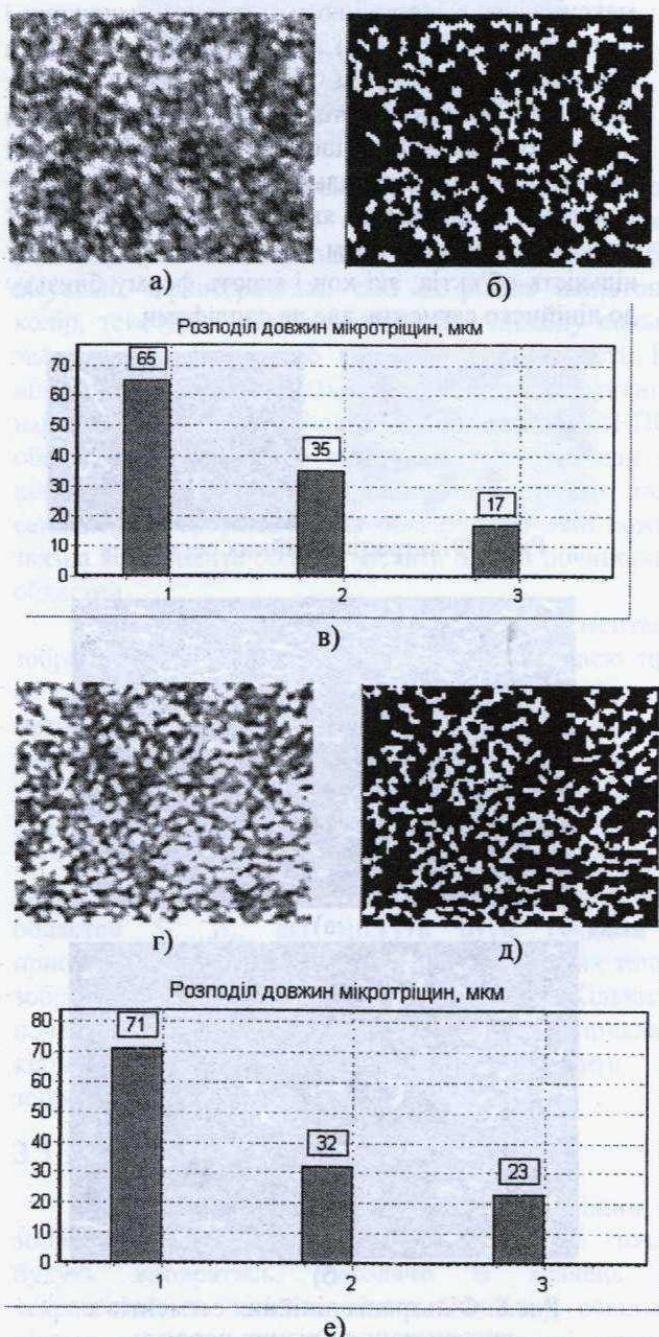


Рис. 9 Результати визначення довжин мікротріщин

## ВИСНОВКИ

Адаптація відомих та розробка нових методів обробки зображень дозволяють покращити достовірність та скоротити часові затрати при аналізі просторово - часової структури матеріалів.

Запропоновані критерії виділення початкових областей та приєднання суміжних точок дозволяють ефективно проводити виділення кавітаційних тріщин на напівтонових зображеннях мікроструктури матеріалів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. H.D. Cheng, C.H. Chen, H.H. Chiu and Huijuan Xu *Fuzzy homogeneity approach to multilevel thresholding* // IEEE Trans. on Image Processing. - No 7. - 1998. - P. 1084-1088.
2. Francis H.Y. Chan, F.K. Lam, and Hui Zhu *Adaptive thresholding by variation method* // IEEE Trans. on Image Processing. - No 7. - 1998. - P. 468-474.
3. Chao Han, Thomas S. Hatsuhami, Jeng-Neng Hwang *A fast minimal path active contour model* // IEEE Trans. on Image Processing. - No.6. - 2001. - P. 865-872.
4. Andrew P. Paplinski *Directional filtering in edge detection* // IEEE Trans. on Image Processing. - No. 4. - 1998. - P. 611-615.
5. S. Ando *Image field categorization and edge/corner detection from gradient covariance* / IEEE Trans. on PAMI. - No.2. - 2000. - P. 179-190.
6. J. Fan, K.Y. Yau, Ahmed K. Elmagarmid Walid G. Aref *Automatic image segmentation by integrating color-edge extraction and seeded region growing* // IEEE Trans. on Image Processing. - No.10. - 2001. - P. 1454-1466.
7. Andre Bleau, L. J. Leon *Watershed-based segmentation and region merging* // Comp. Vision and Imag. Underst. - 2000. - P. 317-370.
8. F. Moscheni, S. Bhattacharjee, Murat Kunt *Spatiotemporal segmentation based on region merging* // IEEE Trans. on PAMI. - No.9. - 1998. - P. 897-915.
9. Teh C.H. and Chin R.T., *On the detection of dominant points on digital curves* // IEEE Trans. PAMI. - 1989. - No. 8. - P. 859-872

# СТИСНЕННЯ ДАНИХ ПРИ ФОРМУВАННІ ПРОСТОРУ ДІАГНОСТИЧНИХ ОЗНАК НА ОСНОВІ НЕЛІНІЙНИХ НЕПАРАМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄКТІВ КОНТРОЛЮ

В.Д.Павленко, О.О.Фомін

Одеський національний політехнічний університет

65044, пр. Шевченко 1, Одеса, Україна

тел. (048) 746 72 29, e-mail: pavlenko\_vitalij@mail.ru

Пропонується метод модельної діагностики, заснований на непараметричній ідентифікації об'єктів контролю з використанням інтегро-ступневих рядів Вольтерра. Досліджується за допомогою методів статистичної класифікації інформативність діагностичних параметрів, що формуються на основі таких моделей: евристичних ознак, моментів багатомірний вагових функцій, а також ознак, виділених з використанням методу стиснення, заснованого на Wavelet-перетворенні.

## ВСТУП

В цей час в технічній діагностиці розвивається напрям, заснований на відновленні моделі (оператора) об'єкта, що діагностується [1]. Звичайно передбачається, що несправності змінюють тільки параметри моделі об'єкта, які при діагностуванні оцінюються методами параметричної ідентифікації. Однак часто, наприклад, при виробництві виробів електронної техніки, більшість дефектів приводить до зміни не тільки параметрів моделі об'єкта, але і її структури, що обумовлює застосування методів непараметричної ідентифікації для побудови математичної моделі об'єкта контролю на основі даних експеримента "вхід - вихід".

У модельній діагностиці процедура діагностування виконується в два етапи. На першому отримують початкову (первинну) інформацію про об'єкт у вигляді сигналів відгуків на пробні впливи. На другому етапі ця інформація обробляється для виділення діагностичних ознак і рішення про належність даного об'єкта до певного класу за фізичним (технічним) станом. Для побудови діагностуючого правила використовують методи статистичної класифікації (розділивання образів) [2].

Існуючі методики модельної діагностики, засновані на використанні динамічних характеристик, обмежуються тільки лінійними моделями, а методики, засновані на обліку ефектів нелінійності, використовують інформацію тільки про властивості статичних характеристик. Реальні об'єкти, як правило, одночасно володіють і нелінійними і динамічними властивостями. Формально будь-який нелінійний динамічний об'єкт може бути описаний рядом Вольтерра [2, 3].

У даній роботі пропонується метод модельної діагностики, заснований на непараметричній ідентифікації об'єктів контролю з використанням рядів Вольтерра, досліджується за допомогою методів статистичної класифікації інформативність діагностичних параметрів, що формуються на основі таких моделей.

## 1. НЕЛІНІЙНІ НЕПАРАМЕТРИЧНІ ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ

В якості інформативного опису об'єктів контролю пропонується використовувати нелінійні непараметричні динамічні моделі у вигляді рядів Вольтерра

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_i \quad (1)$$

де  $w_1(\tau), w_2(\tau_1, \tau_2), \dots, w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$  - багатомірні вагові функції або ядра Вольтерра (ЯВ),  $x(t)$  - вхідний вплив, а  $y(t)$  - відгук об'єкта при нульових початкових умовах.

При цьому сукупність багатомірних ЯВ повністю характеризує і нелінійні і динамічні властивості, отже, технічний стан об'єктів контролю. Застосування моделей на основі рядів Вольтерра дозволяє більш повно і точно врахувати нелінійні і інерційні властивості об'єктів контролю, робити процедуру модельної діагностики більш універсальною, підвищуючи надійність діагнозу.

Діагностична процедура в цьому випадку зводиться до визначення ЯВ за даними експеримента "вхід - вихід" [3] і побудові на основі отриманих ядер діагностичної системи ознак, в просторі яких будеться вирішальне (діагностичне) правило оптимальної класифікації [4].

Необхідно зазначити, що в задачах модельної діагностики адекватність моделі об'єкту контролю потрібно розуміти не в значенні точності опису відгуку об'єкта, а в значенні інформативності її з точки зору достовірного (надійного) розпізнавання технічного стану. Тому у разі застосування ЯВ при формуванні вхідного опису нелінійних динамічних

об'єктів контролю в діагностичних дослідженнях необхідно забезпечити насамперед високу точність оцінки перетинів багатомірний ЯВ малих порядків, що часто на практиці виявляється достатнім для побудови ефективної системи розпізнавання.

Застосування методів теорії розпізнавання образів для рішення задач технічної діагностики з використанням непараметрических динаміческих моделей об'єктів контролю у вигляді рядів Вольтерра засноване на наступних передумовах:

1. Існує об'єктивний (але неявний) зв'язок між багатомірними ЯВ, що характеризують структуру об'єкта контролю і його технічним станом, іншими словами, існує деяка функція  $F(H, S)$ , зв'язуюча стан  $S$  з ЯВ  $H = \{h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)\}_{n=1}^N$ .

2. Функція  $F(H, S)$ , відновлена на основі ЯВ досліджених об'єктів, може бути екстрапольована на об'єкти з невідомими властивостями.

3. Структура об'єкта контролю може бути адекватно представлена за допомогою ЯВ.

Можливі різні підходи до рішення задач технічної діагностики, відмінні засобами вибору інформативних ознак і алгоритмами відновлення функції  $F(H, S)$  [2,4].

Ефективність застосування методів розпізнавання образів для діагностування в основному залежить від інформативності сукупності параметрів, що використовується. Якщо вибрані параметри, що досить повно характеризують внутрішню структуру об'єкта діагностування, то основна маса об'єктів, будучи ідентичною по структурі, відобразиться в просторі цих параметрів у вигляді щільної множини точок. Об'єктам з особливостями структури (дефектним) будуть відповідати точки, що відхиляються від цієї щільної множини і розташовані значно рідше в зв'язку з різноманітністю дефектів у таких об'єктів і їх відносної нечисленності (якщо діагностуються високонадійні прилади, наприклад, інтегральні мікросхеми).

## 2. ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРУ ОЗНАК

Вибір сукупності діагностичних ознак (задача формування простору інформативних ознак) впливає вирішальним чином на точність розпізнавання технічного стану об'єктів діагностування.

Математично задача вибору діагностичних ознак формулюється таким чином. Нехай заданий початковий простір ознак  $X$ , розмірністю  $p$ . Необхідно знайти перетворений простір  $Y$ , елементами якого є  $q$ -мірні вектори, притому  $q < p$ . Формально така задача полягає у визначенні відображення  $A: X \rightarrow Y$ , яке початковому простору  $X$  ставить у відповідність шуканий простір  $Y$ . Рішення цієї задачі може бути досягнуто двома шляхами.

Перший з них заснований на зважуванні тим або іншим засобом різних систем ознак з метою оцінки

їх інформативності (корисність) при розпізнаванні. У даній роботі, ефективність вибраного набору ознак оцінювалась за результатами рішення задачі класифікації об'єктів екзаменаційної вибірки за допомогою побудованого одним з алгоритмів навчання вирішального правила. Набори ознак, для яких вірогідність правильного розпізнавання мала, відкидаються і як діагностична система ознак вибирається набір, для якого додання будь-якої нової ознаки не збільшує або збільшує не набагато його інформативність. Якщо параметри статистично незалежні, то діагностичну систему ознак можна сформувати шляхом оцінки інформативності кожного параметра і відкидання деякої кількості найменш інформативних з них. При такій процедурі формування ознакового простору значення самих ознак не змінюються, а тільки зменшується їх кількість.

Інший шлях вирішення задачі стиснення діагностичної інформації при розпізнаванні станів об'єктів контролю полягає в відпукуванні оптимального в деякому розумінні перетворення початкового простору векторів вимірювань в простір зображень меншої розмірності. Процедура розпізнавання станів об'єкта в редуцированому просторі ознак виявляється більш простою, оскільки обсяг діагностичної інформації, що обробляється зменшується. Зменшення розмірності ознакового простору дозволяє використати більш складні нелінійні вирішальні правила, що підвищують якість розпізнавання. Однак на відміну від описаного вище методу вибору діагностичних ознак цей метод не передбачає скорочення кількості вимірювань. У цьому випадку нові ознаки виявляються відрівненими від конкретного фізичного змісту і мають тільки абстрактне інформаційне значення.

Для опису об'єкта контролю на вході системи, що розпізнає у вигляді вектора первинних ознак  $\bar{x}$  можна використати або кінцевий набір значень відліків перетинів багатомірних ЯВ, або коефіцієнти розкладання ЯВ за деякою системою функцій. У ряді випадків можна сформувати деякі евристичні характеристики, які можуть входити як компоненти у вектор ознак. В якості таких характеристик можна вибрати максимальне по модулю значення і відповідний йому час, площу головного перетину ЯВ, крутість його в точці  $t=0$ , час переходного процесу. Застосування таких евристичних ознак часто дозволяє значно скоротити розмірність вектора ознак початкового опису.

Більш універсальний підхід при формуванні вектора інформативних параметрів складається у використанні так званих моментів ЯВ об'єктів контролю, які обчислюються за формулою

$$\mu_{ij..k}^r = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \tau_1^i \tau_2^j \dots \tau_n^k w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2)$$

тут  $i, j, \dots, k = 0, 1, \dots, \infty$ .

Представляє також інтерес використання методу стиснення діагностичної інформації за допомогою перетворення сплесків (Wavelet-перетворення) [5].

### 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАТИВНОСТІ ОЗНАК

Для дослідження засобів стиснення даних при формуванні простору діагностичних ознак був обраний об'єкт, який описується нелінійним диференціальним рівнянням вигляду

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha \cdot y(t) + \beta \cdot y^2(t) = x(t), \quad (3)$$

де  $\alpha$  і  $\beta$  - постійні коефіцієнти (параметри), недоступні для вимірювань. Для такого об'єкта модель у вигляді двох членів ряду Вольтерра при нульових початкових умовах має вигляд

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \\ + \int_0^t \int w_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \quad (4)$$

тут  $x(t)$  і  $y(t)$  - сигнали, що вимірюються відповідно на вході і виході об'єкта контролю;

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha \tau_1},$$

$$w_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-\alpha \tau_1} e^{-\alpha \tau_2} - e^{-\alpha \tau_2}), \tau_1 \leq \tau_2. \quad (5)$$

Звісно видно, що для діагностики станів такого об'єкта по параметрах  $\alpha$  і  $\beta$  цілком досить використати ЯВ другого порядку при формуванні вектора інформативних параметрів-ознак. Як початковий опис об'єкта контролю тут використовується головний перетин ЯВ при  $\tau_1 = \tau_2 = t$

$$w_2(t, t) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}). \quad (6)$$

Побудова моделі об'єкта (6) за даними експеримента "вхід - вихід" здійснюється одним з методів активної ідентифікації [1,3].

Ефективність виділених діагностичних ознак оцінюється за результатами рішення задачі класифікації об'єктів повчальної вибірки за допомогою побудованого на основі методу статистичних рішень діагностичного правила.

Ефективність виділених діагностичних ознак оцінювалася за результатами рішення задачі класифікації об'єктів екзаменаційної вибірки за допомогою побудованого на основі даних повчальної вибірки методом статистичних рішень діагностичного правила [2,4]. Для оцінки

достовірності діагностування використовувався відсоток правильного розпізнавання (ВПР):

$$P = \sum_{i=1}^m l_i \cdot \left( \sum_{i=1}^m L_i \right)^{-1} \cdot 100 \quad (7)$$

де  $l_i$  - кількість правильно класифікованих елементів  $i$ -го класу в екзаменаційній вибірці;  $L_i$  - кількість елементів  $i$ -го класу в екзаменаційній вибірці;  $m$  - кількість класів.

Реалізації об'єктів з різними значеннями параметрів  $\alpha$  і  $\beta$  генерувалися коштами імітаційного моделювання в середовищі MATLAB. Повчальна і екзаменаційна вибірки формувалися на основі дискретних значень функцій (6) для об'єктів чотирьох класів: 1-й клас складають об'єкти умовно прецездатні (параметри  $\alpha$  і  $\beta$  змінюються в межах  $\pm 5\%$  від номінальних значень  $\alpha_n$  і  $\beta_n$ ); 2-й клас - об'єкти умовно непрецездатні по параметру  $\alpha$  (параметр  $\beta$  змінюється в межах  $\pm 5\%\beta_n$ , а параметр  $\alpha \in (-1.1\alpha_n, -1.05\alpha_n) \cup (1.05\alpha_n, 1.1\alpha_n)$ ); 3-й клас - об'єкти умовно непрецездатні по параметру  $\beta$  (параметр  $\alpha$  змінюється в межах  $\pm 5\%\alpha_n$ , а параметр  $\beta \in (-1.1\beta_n, -1.05\beta_n) \cup (1.05\beta_n, 1.1\beta_n)$ ); 4-й клас - непрецездатні об'єкти по  $\alpha$  та  $\beta$  одночасно.

Таким чином для розділення цих класів знаходилися три вирішальних функції  $d_1(x)$ ,  $d_2(x)$ ,  $d_3(x)$ . Вирішальна функція  $d_1(x)$  відділяє об'єкти 1-го класу від 2-го, 3-го і 4-го;  $d_2(x)$  - відділяє об'єкти 2-го класу від 3-го і 4-го;  $d_3(x)$  - розділяє об'єкти 3-го і 4-го класів.

Досліджувалася інформативність наступних евристичних ознак, виділених на основі функцій (6): 1- экстремум функції, 2-час экстремума; 3-похідна функції в точці  $t=0$ , 4-інтеграл від функції, 5-час перехідного процесу. Найкращі результати досліджень інформативності окремих ознак і їх сукупностей у вигляді отриманих значень ВПР для трьох вирішальних правил приведені в таблиці 1.

Таблиця 1.

Ознаки	$d_1(x)$	$d_2(x)$	$d_3(x)$
4	73.03	98.91	48.69
1,4	96.73	99.78	99.67
1,2,4	96.24	99.12	99.67

Найбільш високі ВПР досягаються для поєднання двох ознак {1,4}: экстремума і інтеграла від функції (6). Для сполучень ознак з трьох і вище ВПР істотно нижче.

При стисненні за допомогою моментів функцій (6) досліджувалася інформативність чотирьох моментів: 0-го, 1-го, 2-го і 3-го порядків. Відповідні номери цих ознак при дослідженнях: 1,2,3 і 4. Найкращі з отриманих результатів ВПР приведені в таблиці 2.

Таблиця 2.

Ознаки	$d_1(x)$	$d_2(x)$	$d_3(x)$
4	85,83	88,66	100.00
2,3	97,16	100.00	100.00
1,2,3	95,83	100.00	100.00
1,3,4	95,16	100.00	100.00

При використанні перетворення сплесків (Wavelet-перетворення) від функцій (6) виділялися в якості ознак наступні характерні точки: 1 - максимум функції (по модулю); 2 - час, при якому досягається максимум функції; 3 - значення функції в момент часу  $t=0$ ; 4 - різниця між значенням функції в момент часу  $t=0$  і значенням максимума функції; 5 - інтеграл від функції. Найкращі з отриманих результатів досліджень у вигляді ВПР приведені в таблиці 3.

Таблиця 3.

Ознаки	$d_1(x)$	$d_2(x)$	$d_3(x)$
3	91,11	90,06	94,71
1,4	98,80	100	98,08
1,3,4	98,80	100	98,08
1,3,4,5	98,56	100	98,08

Крім того, досліджувалися на інформативність ознак, що являють собою значення Wavelet-образів, взяті через рівні проміжки часу на інтервалі, де сконцентрована вся енергія перетворених функцій. При дослідженнях таких ознак вибрано п'ять: 1,2,...,5. Отимані результати ВПР приведені в таблиці 4.

Таблиця 4.

Ознаки	$d_1(x)$	$D_2(x)$	$d_3(x)$
3	82,83	91,77	100
2,4	97,66	100	100
2,3,4	92,83	100	100
1,2,3,4,5	94,83	100	100

З таблиць 3 і 4 видно, що інформативність ознак, виділених на Wavelet-образах ЯВ вище, ніж інформативність ознак виділених в характерних точках ЯВ (таблиця 1).

## ВИСНОВКИ

Запропонований в роботі метод діагностичного контролю, заснований на використанні для опису не лінійних об'єктів контролю багатомірний вагових функцій (ЯВ) і стисненні діагностичної інформації,

досліджений експериментально за допомогою імітаційного моделювання. Отримані результати показують ефективність методу при розпізнаванні чотирьох класів станів для розглянутого тестового не лінійного об'єкта контролю.

Аналіз діагностичної цінності сукупностей ознак, що формуються, показав, що найбільш висока інформативність ознак досягається при стисненні діагностичної інформації за допомогою Wavelet перетворення.

## ЛІТЕРАТУРА

- Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С. Теория нелинейных электрических цепей. - Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. - 256 с.
- Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. / Пер. с англ. Под ред. Ю.И.Журавлева. - М.: Мир, 1978. - 411 с.
- Апарцин А.С., Солодуша С.В. О математическом моделировании нелинейных динамических систем рядами Вольтерры. - Электронное моделирование, 1999, №2, с.3-12.
- Павленко В.Д., Фомин А.А. Комбинированный метод построения решающего правила статистической классификации. - Электронное моделирование, 2001, №4, с.34-39.
- Лотоцький Р.В. Методи стискання даних за допомогою перетворення сплесків.-У зб.: Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів: Праці 5-ої Всеукраїнської міжнародної конференції УкрОБРАЗ'2000, Київ, 27 листопада -1 грудня 2000 р., с.63-66.

# ФОРМУВАННЯ ФУНКЦІЇ ПРОСТОРОВОГО РОЗРІЗНЕННЯ РОЗПОДІЛЕНОЇ МЕРЕЖІ ДАТЧИКІВ У СИСТЕМІ НЕРУЙНУЮЧОГО КОНТРОЛЮ

*В.Ф. Миргород, І.М. Гвоздєва, С.М. Ковешніков*

Одеський національний політехнічний університет, Україна, 65044, м. Одеса, пр. Шевченка, 1;

тел.: +380 482 250-104, факс: +380 482 343-848; e-mail: acrobat@eurocom.od.ua

<http://www.eurocom.od.ua/~acrobat/> тел.: (0482) 288-847, 288-227, 344-233

Одеський державний екологічний університет, Україна, 65016, м. Одеса, вул. Львівська, 15;

<http://www.ogmi.farlep.odessa.ua>

На основі апроксимації бажаної функції просторового розрізнення усіченим рядом Фур'є-Бесселя запропонована методика структурного і параметричного синтезу сигнал-процесора розподіленої віссиметричної мережі датчиків для систем ультразвукового неруйнуючого контролю.

## ВСТУП

Для неруйнуючого контролю різноманітного технологічного устаткування в енергетиці і двигунобудуванні широко використовується метод високочастотного акустичного зондування. Виявлення і класифікація мікродефектів при такому зондуванні вимагає одержання високої розрізнювальної здатності як у подовжньому (по глибині зондування), так і в поперечному (по куту) напрямках. Наприклад, при контролі корпусних стінок використовуються робочі частоти порядку 2,25 МГц, що дозволяє одержати найкраще розрізнення по дистанції (3...5) мм, однак досяжне поперечне розрізнення у кілька разів гірше за

розрізнення по глибині [1]. Встановлені в даний час стандарти вимагають проведення зондування при декількох різних кутах падіння пучка, тому функціонально необхідним є використання розподіленої мережі датчиків, організованої у фазовані антенні грата (ФАГ) при прийомі ультразвуку. Класичні аддитивні алгоритми обробки сигналів у таких гратах дозволяють одержати кутову розрізнювальну здатність, обмежену, як відомо [1], критерієм Релея. Подальше підвищення кутової розрізнювальної здатності у класі лінійних алгоритмів можливо лише шляхом збільшення розмірів ФАГ, що на практиці не завжди можливо.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Висока просторова когерентність вторинного акустичного поля може бути ефективно використана для підвищення розрізнення в поперечному напрямку шляхом нелінійної обробки вихідних сигналів, наприклад, мультиплікативної, однак дотепер не було запропоновано досить загального підходу до синтезу таких алгоритмів. Для

багатомірних поліномів другого порядку синтез алгоритмів просторової обробки в одномірних ФАГ може бути здійснений на основі апроксимації бажаної функції просторового розрізнення поліномами Чебишева, а в конформних нееквідістантних ФАГ — шляхом розкладання в ряд Фур'є по просторових гармоніках [2, 3]. У даній роботі отримані раніше результати узагальнені на мережу датчиків, що має циліндричну симетрію.

Вихідний сигнал мультиплікативних кільцевих ФАГ з  $N$  датчиків за аналогією з [2] може бути представлений у вигляді:

$$U = \int_0^T \vec{x}(t) W \vec{x} dt, \quad (1)$$

де  $W$  — деяка позитивно визначена симетрична матриця;

$\vec{x}(t)$  — вектор сигналів датчиків, що складається з компонентів вигляду

$$x_m(t) = X \cos \left[ \omega t + ka \sin \gamma \cos \left( \frac{2\pi m}{N} - \phi \right) \right];$$

$k = 2\pi / \lambda$  — хвильове число;

$\lambda$  — довжина хвилі вузькосмугового прийнятого сигналу;

$\gamma, \phi$  — кути спостереження у вертикальній і горизонтальній площині відповідно;

$T$  — інтервал усереднення,  $T \gg 2\pi / \lambda$ ;

$a$  — радіус ФАГ;

$X$  — амплітуда сигналу.

Матриця  $W$  визначає структуру сигнал-процесора мультиплікативних ФАГ, що містить у загальному випадку  $(N^2 - N)/2$  каналів, оскільки квадратичні компоненти в (1) є неінформативними. Виділимо для ілюстрації в (1)  $N$  каналів і після інтегрування одержимо:

$$U(\gamma, \phi) = X^2 \cdot \sum_{m=0}^{N-1} b_m \cos \left[ 2ka \sin \gamma \cos \left( \frac{2\pi m}{N} - \phi \right) \right], \quad (2)$$

де  $b_m$  — коефіцієнти передачі по каналах ФАГ.

Розкладаючи (2) у ряд по функціях Бесселя, діаграмоформуючу формулу для мультиплікативних ФАГ можна представити у вигляді:

$$U(\gamma, \phi) = NX^2 J_0(2ka \sin \gamma) + 2X^2 \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v J_{2v}(2ka \sin \gamma) \cdot \sum_{m=0}^{N-1} b_m \cos \left( \frac{2\pi m}{N} - \phi \right). \quad (3)$$

Співвідношення (3) є вихідним для синтезу різноманітних конфігурацій ФАГ з просторово розподіленої мережі датчиків з циліндричною симетрією. Важливим частковим випадком є кільцеві грати з простим перемножуванням сигналів діаметрально розташованих датчиків з наступним підсумовуванням і усередненням. Вихідний сигнал таких ФАГ має вигляд:

$$U(\gamma, \phi) = \frac{N}{2} X^2 J_0(2ka \sin \gamma) + NX^2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{iN/2} J_{iN}(2ka \sin \gamma) \cos iN\phi. \quad (4)$$

З огляду на властивості функцій Бесселя з великим індексом, при виконанні умови

$$2ka \sin \gamma < N \quad (5)$$

у розкладанні (4) досить враховувати тільки перший член ряду. У порівнянні з аддитивною обробкою розрізнювальна здатність, що досягається, може бути поліпшена не менш, ніж у 2 рази, тому що ширина основного лепестка функції просторового

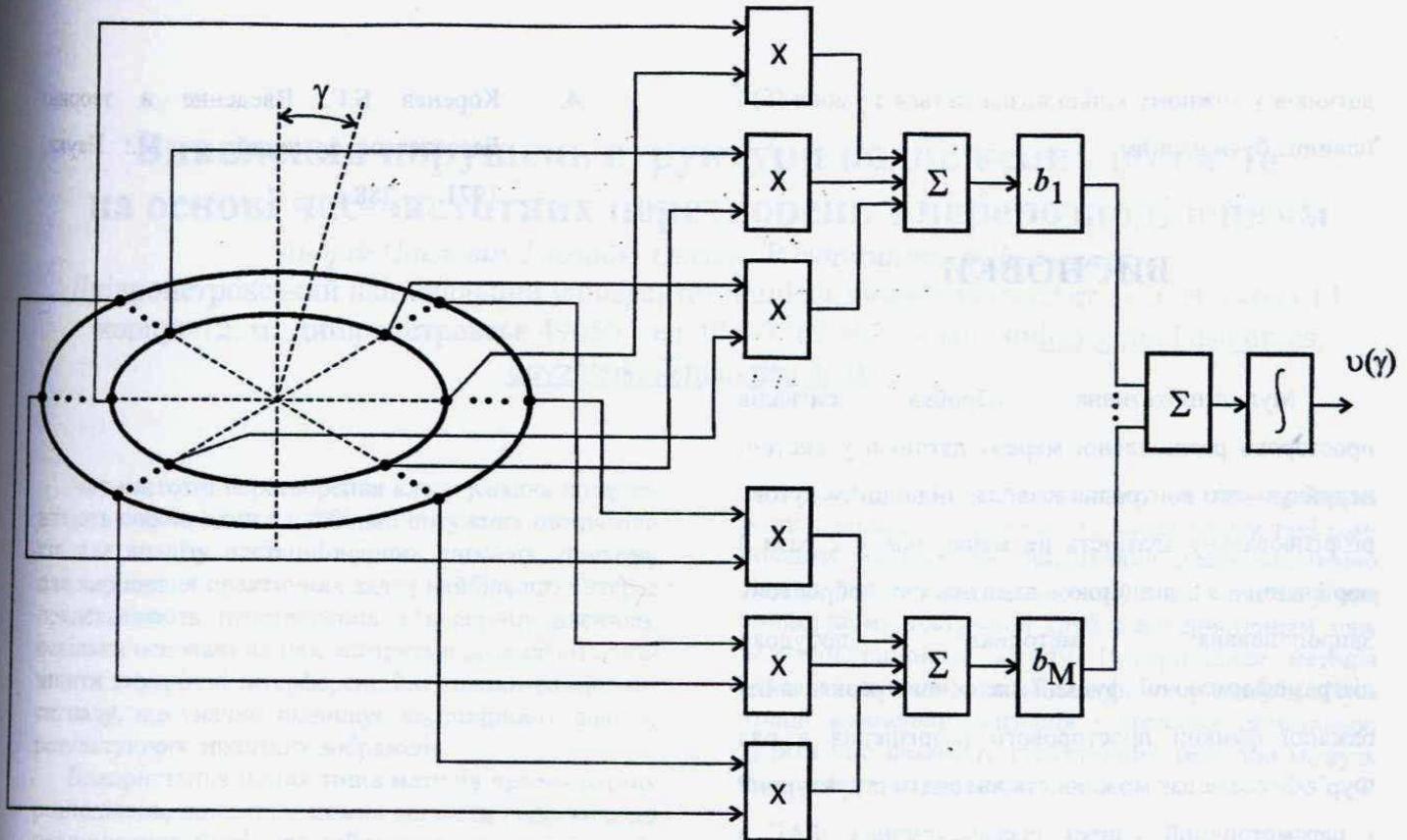


Рис 1. Мультиплікативні ФАГ з кільцевою структурою

розділення визначається співвідношенням

$$\gamma_0 = 2 \arcsin(2,405 / 2ka).$$

Подальше підвищення розрізнюальної здатності досягається об'єднанням мережі датчиків у концентричні кільця з аддитивним зважуванням (рис. 1), вихідний сигнал якої має вигляд:

$$U(\gamma) = \rho_0 \sum_{k=1}^M b_k J_0(\rho_k x), \quad (6)$$

де  $x = (2ka \sin \gamma) / \mu_1$ ;

$$\rho_k = a_k / a_1;$$

$a_k$  — радіус  $k$ -го кільця,

$M$  — кількість кілець ФАГ,

$\rho_0$  — коефіцієнт нормування,

$b_k$  — коефіцієнти зважування.

Якщо  $f(x)$  — бажана функція просторового розрізнення, то при досить загальних припущеннях її можна представити у вигляді розкладання в ряд Фур'є-Бесселя [4]

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k J_0(\mu_k x), \quad (7)$$

де  $\mu_k$  — позитивні нулі функції  $J_0$ , розташовані в порядку зростання,

$z_k$  — коефіцієнти розкладання,

$$z_k = \frac{2}{[J_1(\mu_k)]^2} \int_0^1 sf(s) J_0(\mu_k s) ds$$

Зіставляючи (6) і (7), методика синтезу мультиплікативних ФАГ зводиться до апроксимації бажаної функції просторового розрізнення усіченим рядом вигляду (7) з необхідною точністю. Число членів ряду, необхідне для досягнення необхідної точності апроксимації, визначає число кілець ФАГ, а коефіцієнти отриманого розкладання — коефіцієнти передачі по каналах підсумовування. При цьому радіуси кілець повинні співвідноситися між собою, як співвідносяться позитивні нулі функції  $J_0$ . Число

датчиків у кожному кільці визначається з умови (5) і повинне бути парним.

4. Коренев Б.Г. Введение в теорию Бесселевых функций. — М.: Наука, 1971. — 288 с.

## ВИСНОВКИ

Мультиплікативна обробка сигналів просторово розподіленої мережі датчиків у системі неруйнівного контролю дозволяє підвищити кутову розрізнювальну здатність не менш, ніж у 2 рази в порівнянні з лінійною аддитивною обробкою. Запропонована методика побудови діаграмоформуючої функції на основі розкладання бажаної функції просторового розрізнення в ряд Фур'є-Бесселя дає можливість виконати структурний і параметричний синтез осесиметричних ФАГ з наперед заданою точністю.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Кайно Г. Акустические волны: Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов / Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 656 с.
2. Миргород В.Ф., Гвоздева И.М. Формирование акустических изображений при неразрушающем контроле технологического холодильного оборудования // Холодильная техника и технология. — 1999, вып. 64 — с. 126—129.
3. Гвоздева И.М., Миргород В.Ф. Алгоритм параметрического синтеза процессоров пространственно-временной обработки сигналов конформных антенных решеток. // Электронное моделирование. — 2002. — т. 24. — № 3. — с. 61—66.
4. Коренев Б.Г. Введение в теорию Бесселевых функций. — М.: Наука, 1971. — 288 с.

# Виявлення порушень структури подовжених об'єктів на основі час-частотних перетворень з перерозподіленням

Андрій Павлович Гвоздак, Оксана Володимирівна Довженко

Дніпропетровський національний університет, Радіофізичний факультет, вул. Наукова 13, корпус 12, м. Дніпропетровськ 49050. тел. 056-7769092. e-mail: [andrey@mail.dsu.dp.ua](mailto:andrey@mail.dsu.dp.ua), [dovzhenko@mail.dsu.dp.ua](mailto:dovzhenko@mail.dsu.dp.ua).

Час-частотні перетворення класу Кохана представляють собою один з найбільш потужних інструментів для аналізу нестационарних сигналів, причому для вирішення практичних задач найбільший інтерес представляють перетворення з перерозподіленням, оскільки основані на них алгоритми дозволяють зменшити внутрішні інтерференційні впливи компонент сигналу, що значно підвищує достовірність аналізу результуючих яркістних зображень.

Використання інших типів методів час-частотних розподілень, до котрих можна віднести короткочасні перетворення Фур'є, не забезпечує виділення необхідних компонент сигналу, що пов'язано з наявністю обмежень, обумовлених принципом Гейзенберга, і вимагає додаткової обробки та складної інтерпретації результатів.

В рамках даної роботи метод, оснований на час-частотному перетворенні з перерозподіленням, було використано для виявлення дефектів при магнітно-індукційному тестуванні гаряче катаних труб. Експериментальні дослідження, проведені для реальних сигналів, показують, що метод перерозподілення дозволяє значно підвищити чутливість аналізу форми і положення випадкових дефектів у звільненні з стандартними підходами, а також забезпечує гнучке регулювання порогу чутливості аналізу за рахунок зміни параметрів типу і розміру вікон згладження.

## 1. Вступ

Метод магнітно-індукційної дефектоскопії (МІД) [1], оснований на використанні короткочасного перетворення Фур'є (КЧПФ), які відносять до лінійних час-частотних перетворень, що належать до перетворень першого класу, не забезпечує необхідної чутливості аналізу нестационарних сигналів.

Використання час-частотного аналізу дозволяє дослідити, як функція розподілення представляє компоненти вихідного сигналу розподіленням енергії як за часом, так і за частотою. В даній роботі розглядається практична можливість застосування перетворення класу Кохана в області квадратичного час-частотного розподілення (TFD (time-frequency distribution) – ЧЧП), причому до класу Кохана відносяться всі квадратичні розподілення, що мають властивість коваріантності до зсуву як за часом, так і за частотою.

Традиційні методи, основані на час-частотних розподіленнях, не дозволяють локалізувати такі компоненти сигналу, як випадковий високочастотний сигнал, викликаний зміною структури матеріалу при динамічному тестуванні труб з використанням магнітно-індукційного методу. Використання методів перерозподілення сильно підвищує чутливість візуалізації компонент сигналів і дозволяє однозначно судити про наявність структурних змін, що можуть відноситися до дефектів.

## 2. Час-частотні перетворення класу Кохана

На відміну від лінійних час-частотних перетворень, що розкладають сигнал на елементарні компоненти, метою енергетичних перетворень є представлення енергії сигналу двома змінними – часом і частотою.

Початковим у цьому контексті поняттям є енергія сигналу  $x(t)$ , що може бути отримана як квадрат модуля, як сигналу, так і його Фур'є перетворення,

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df, \quad (1)$$

з чого ми можемо інтерпретувати  $|x(t)|^2$  і  $|X(f)|^2$  як енергетичні щільності відповідно за часом і за частотою. Поєднуючи щільності енергій, визначимо функцію  $\rho_x(t, f)$ , для котрої справедливий вираз:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) dt df, \quad (2)$$

котрий отримуємо з (1). Таким чином, енергія є квадратичною функцією сигналу, відповідно до чого і енергія час-частотного перетворення спектра також в загальному випадку має квадратичне представлення.

Енергетична щільність розподілу повинна задовольняти двом наступним маргінальним властивостям:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) dt = |X(f)|^2 \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, f) df = |x(t)|^2, \quad (4)$$

які позначають, що якщо інтегрувати функцію енергетичної щільноті час-частотного перетворення за одною змінною, то вийде енергетична щільність перетворення за іншою змінною.

Якщо для перетворень справедливі вирази (2), (3) і (4), можна накласти додаткові обмеження на  $\rho_x(t, f)$  таким чином, що ці перетворення будуть задовільняти іншим необхідним властивостям, серед котрих фундаментальну важливість має коваріантність до зміщення за часом і частотою. Енергетичні перетворення, що задовільняють всім вищепереліченим вимогам, відносяться до класу Кохана [4].

Базовим перетворенням для енергетичних час-частотних розподілів класу Кохана, є розподіл Вігнера-Віля (WVD-Wigner-Ville distribution-BVP), що представляється наступним чином:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (5)$$

Коваріантність за часом і за частотою представляє собою найбільш важливу характеристику час-частотного перетворення, оскільки саме вона гарантує, що якщо сигнал має затримку в часі і є модульованим, його час-частотний розподіл є зміщеним на деяку величину в частотній області. Клас енергетичних час-частотних розподілів вводить коваріантність процесів за часом і за частотою в наступному виразі:

$$C_x(t, f; q) = \iint \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi\xi(s-t)} q(\xi, \tau) x(s + \tau/2) \times \\ x^*(s - \tau/2) e^{-i2\pi f\tau} d\xi ds d\tau,$$

де  $q(\xi, \tau)$  - двовимірна функція, котра має назву параметризаційної (тобто такої, що описує фізичні процеси за допомогою параметрів моделі). Цей клас перетворень відомий як клас перетворень Кохана, і можна записати:

$$C_x(t, f; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(s - t, \xi - f) \times \\ W_x(s, \xi) ds d\xi, \quad (6)$$

де

$$\Pi(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} q(\xi, \tau) e^{-i2\pi(f\tau + \xi t)} dt df$$

є двохвимірним перетворенням Фур'є параметризаційної функції  $q(\xi, \tau)$ .

Велику кількість існуючих енергетичних час-частотних перетворень можна віднести до цього класу, серед котрих і перетворення ВВП, у якому функція  $\Pi(t, f)$  є подвоєною функцією Дірака:

$$\Pi(t, f) = \delta(t)\delta(f),$$

тобто  $q(\xi, \tau) = 1$ .

Функція згладження  $\Pi(t, f)$  має наступні характеристики:

- специфікація параметризаційної функції  $q(\xi, \tau)$  дозволяє отримувати найбільш відомі енергетичні розподілення;

- забезпечується можливість перетворення необхідних обмежень перетворень в умову припустимості параметризаційної функції;

- забезпечується можливість використовувати такі припустимі аргументи, що клас рішень формується у відповідності до заданих умов.

Клас Кохана містить у собі всі квадратичні час-частотні розподіли, що забезпечують широкий набір засобів для аналізу нестационарних сигналів.

Базова ідея класу перетворень полягає у введенні об'єднуючої за часом і частотою функції, котра описує енергетичну цільність або інтенсивність сигналу одночасно в обох областях. Найбільш важливим елементом цього класу розподілів можна вважати розподіл Вігнера-Віля, що задовільняє цілому ряду необхідних властивостей. Оскільки ці розподіли є квадратичними, вони містять взаємопливаючі компоненти в час-частотній площині, котрі можуть порушувати можливість локалізації компонент досліджуваного сигналу. Одним із способів зниження впливу інтерферентності є згладжування розподілу за часом і частотою, однак застосування згладження призводить до втрат роздільної здатності як за часом, так і за частотою.

Крім класу Кохана енергетичних розподілень існує цілий ряд розподілень, що не задовільняють властивості коваріантності, наприклад клас афінних перетворень.

### 3. Метод перерозподілення

Білінійні час-частотні перетворення забезпечують широкий діапазон методів для аналізу нестационарних сигналів. Однак проблема усунення інтерференційних компонент на етапі візуалізації результатів залишається актуальною. Розглянемо один з варіантів її вирішення, котрий має назву методу перерозподілення.

Початкова ціль методу перерозподілу [2] - підвищення чутливості візуалізації спектrogram, оскільки саме спектrogramами відбивають відношення інтерференційних і інформативних компонент сигналу.

Принцип перерозподілення ґрунтується на припущеннях, що вагове усереднення значень не розподіляється симетрично навколо точок час-частотного простору  $(t, f)$ , котрі представляють собою геометричні центри області [3]. З цієї причини усереднення повинне наблизатися до центру тяжіння області, котра представляється більш репрезентативною в розподіленні локальної енергії сигналу. В механічній аналогії локальні енергії можуть бути розглянуті як розподілення мас, а центр тяжіння – як центр абсолютної маси.

Таким чином, сам метод представляється як реалізація наближення кожного значення спектrogramми, обчисленого в  $(t, f)$ , до іншої точки  $(\hat{t}, \hat{f})$ , що є центром тяжіння розподілення енергії сигналу навколо  $(t, f)$ :

$$S_x^{(r)}(t', f'; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(t, f; h) \delta(t' - \hat{t}(x, t, f)) \times \\ \delta(f' - \hat{f}(x, t, f)) dt df. \quad (7)$$

Іншими словами, відбувається перерозподіл спектrogram в такий спосіб, що значення в будь-якій точці результуючої спектrogramи  $(t', f')$  представляє собою суму всіх значень перерозподілених до поточного центру точок.

Для практичної реалізації методу, (7) замінюється наступними виразами:

$$\hat{i}(x; t, f) = t - \Re \left\{ \frac{F_x(t, f; t \cdot h(t)) F_x^*(t, f; h)}{|F_x(t, f; h)|^2} \right\},$$

$$\hat{f}(x; t, f) = f - \Im \left\{ \frac{F_x(t, f; \frac{dh(t)}{dt}) F_x^*(t, f; h)}{|F_x(t, f; h)|^2} \right\}.$$

Така реалізація методу дозволяє уникнути високих обсягів обчислень, а відповідно, витрат ресурсів обчислювальної системи.

В якості підсумку можна зазначити, що перерозподілення спектрограм не представляє собою більшій функцією, однак задовільняє властивостям коваріаційного зсуву, збереження енергії (припускається, що  $h(t)$  представляє собою одиницю енергії) і незалежності. Це також можна довести, як перетворення Вігнера-Віля являє собою ідеальне перетворення для локалізації лінійно-частотно модульованих та імпульсних сигналів, люба перерозподілена спектрограма також відповідає цим властивостям:

$$x(t) = A e^{i(f_0 t + \alpha t^2 / 2)} \Rightarrow \hat{f} = f_0 + \alpha \hat{t},$$

$$x(t) = A \delta(t - t_0) \Rightarrow \hat{t} = t_0.$$

#### 4. Використання методу перерозподілення для контролю змін структури подовжених об'єктів

Представленний принцип перерозподілення може бути застосований для цілого ряду перетворень. Якщо розглянути загальний вираз розподілення класу Кохана як двовимірну згортку з ВВП,

$$C_x(t, f; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s, f-\xi) \times W_x(s, \xi) ds d\xi,$$

замінюючи частину ядра згладження  $W_x(s, \xi)$  на довільне ядро  $\Pi(s, \xi)$ , визначимо перерозподілення для кожного члена класу Кохана:

$$\hat{i}(x; t, f) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi},$$

$$\hat{f}(x; t, f) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s, f-\xi) W_x(s, \xi) ds d\xi},$$

$$C_x^{(r)}(t', f'; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_x(t, f; \Pi) \times \delta(t' - \hat{i}(x; t, f)) \delta(f' - \hat{f}(x; t, f)) dt df.$$

Останнє перерозподілене перетворення вигідно поєднує як властивість зменшення впливу компонент інтерференції, так і посилення концентрації інформативних компонент сигналу. Крім того, це перетворення має властивість коваріантності до зсуву за ча-

сом і частотою і проявляє високу чутливість до локалізації лінійної ЧМ і імпульсів [5].

#### 5. Експериментальна частина

Експериментальні дослідження проводилися на основі сигналів, знятих з магнітно-індукційного дефектоскопа.

В рамках експериментів було досліджено різні типи час-частотної репрезентації сигналу на основі таких перетворень класу Кохана як спектрограми Гabora, Margenau Hill розподілення, розподілення Вігнера-Віля і згладжене розподілення Вігнера-Віля. Аналіз результатів показує, що найбільш вигідним з точки зору представлення локалізацій компонентів дефекту, а також витрат обчислювальних ресурсів, є використання Margenau Hill розподілення, рівняння якого може бути представлене у наступній формі

$$MH_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} (x(t+\tau) x^*(t) + x(t) x^*(t-\tau)) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

де  $x(t)$  - вхідний сигнал.

Інтерференційна структура перетворення Margenau Hill відрізняється від структури розподілення Вігнера-Віля, яка є базовою для розподілень класу Кохана: інтерференційні компоненти які локалізовані в двох точках  $(t_1, f_1)$  і  $(t_2, f_2)$ , будуть розташовані в точках з координатами  $(t_1, f_2)$  і  $(t_2, f_1)$ .

Таким чином, використання розподілення Margenau Hill для сигналів які мають багато компонент локалізованих в одному місці в часі або частоті може дати помилкові результати, тому що компоненти інтерференції будуть накладатися на компоненти сигналу. Тому метод перерозподілення дуже рідко використовується для перетворень, які не мають в ядрі функцію згладжування інтерференційних компонент сигналу. Метод перерозподілення на практиці використовується до псевдо або перетворень з поменшеною інтерференцією (Reduce Interference Distribution).

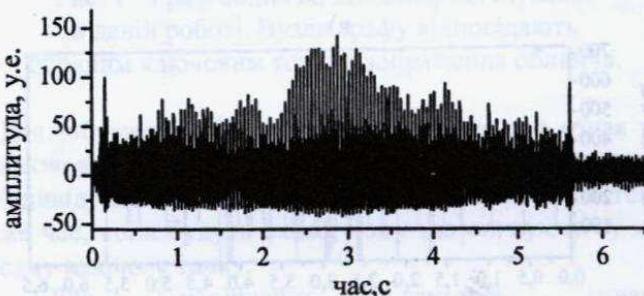


Рисунок 1. Сигнал, записаний з магнітно-індукційного дефектоскопа.

Розглянемо застосування методу перерозподілення для Margenau Hill розподілів і порівнямо результати з короткочасними перетвореннями Фур'є.

На рис.1 представлений сигнал, знятий з магнітно-індукційного дефектоскопа з частотою дискретизації 5000 Гц.

На рис. 2 а-г, відповідно, представлені розподілі КЧПФ, розподіл Margenau Hill, псевдо Margenau Hill і перерозподілений розподіл Margenau Hill. Для КЧПФ критерієм наявності дефекту є розщеплення основного компонента сигналу в час-частотній площині, для перерозподіленого Margenau Hill розподілення - локалізація компонентів сигналу дефектів, що є відображенням структури матеріалу труби на час-частотній площині при використанні вузькополосного згладжуючого вікна Hanning'a.

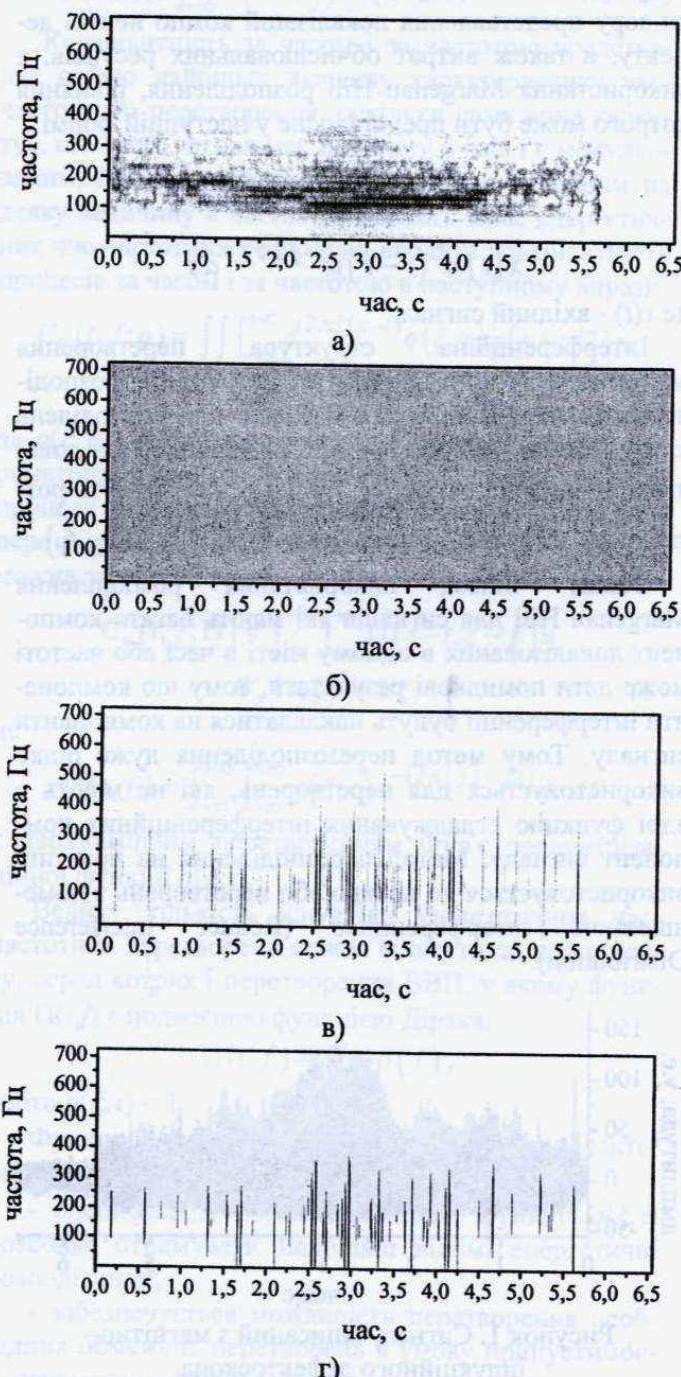


Рисунок 2. Час-частотні перетворення сигналу рис.1 з параметрами: розмір вікна 512 вибірок, крок вікна 4 вибірки, тип згладжування вікна - Hanning, розмір вікна згладжування 63 для перетворень класу Кохана: а - КЧПФ, б - розподіл Margenau Hill, в - псевдо

перетворення Margenau Hill, г- перерозподілений розподіл Margenau Hill.

Візуальний аналіз отриманих результатів дозволяє зробити однозначний висновок про переваги методу перерозподілення на основі перетворень класу Кохана для виявлення компонент дефектів в час-частотній площині у зрівнянні з традиційними підходами. Метод перезподілення (рис. 2г) дозволяє визначити положення змін структури об'єкта що тестиється. а за довжиною спектральних рисок визначити належить чи така зміна до дефекту.

## 6. Висновки

Використання методу перерозподілення на основі час-частотних перетворень класу Кохана дозволило:

- поліпшити візуалізацію компонентів сигналів у час-частотній області, у порівнянні з методом короткочасних перетворень Фур'є;
- зменшити помилки взаємопливу компонент у порівнянні з іншими типами перетворень класу Кохана;
- метод збільшує концентрацію компонентів сигналу в час-частотній області, що дозволяє збільшити співвідношення сигнал/шум;
- реалізація методу перерозподілення практично не вимагає додаткових обчислювальних можливостей, що дозволяє реалізувати метод у реальному масштабі часу;

До недоліків можна віднести наявність компонент взаємопливу в час-частотній області, що при близьких частотах може призводити до появи інтерференційних ефектів.

## Література

1. A.P. Gvozdak, V. M. Dolgov, *Time-frequency NDT in real time mode based on DSP*, Signal/Image Processing and Pattern Recognition, Proceeding, The Fourth All-Ukrainian International Conference, 19-23 October, Kiev, pp. 113-116, 1998.
2. F. Auger and P. Flandrin, *The why and how of time-frequency reassignment*, IEEE International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, pp. 197-200, USA Philadelphia 1994.
3. F. Auger and P. Flandrin, *Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by the Reassignment Method*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43(5): 1068-1089, 1995.
4. L. Cohen, *Time-Frequency Distribution – A Review*, Proceedings of the IEEE, 77(7): 941-980, 1989.
5. P. Flandrin, *On Detection-Estimation Procedures in the Time-Frequency Plane*, In International conference on acoustics, speech and signal processing, pp. 43.5.1-4, 1986.