

# САМООРГАНІЗАЦІЯ КОЛЕКТИВІВ ВИРІШУВАЛЬНИХ ПРАВИЛ В ЗАДАЧАХ РОЗПІЗНАВАННЯ

*В.І.Васильєв*

*Міжнародний науково-навчальний центр ЮНЕСКО інформаційних технологій та систем,  
просп. Акад. Глушкова, 40, Київ, МСП 680, 03680, Україна.*

*Тел. (044) 266-4187, E-mail: vas175@irtc.uran.net.ua*

## АНОТАЦІЯ

Розглянуто можливість використання колективів вирішувальних правил в задачах розпізнавання образів. Показано, що в алгоритмах, які базуються на методі граничних спрощень та методі групового врахування аргументів, можуть самоорганізуватись колективи вирішувальних правил, до яких можуть бути застосовані всі відомі правила формування колективних рішень.

## ВСТУП

До методів розпізнавання звертаються частіше всього в тих випадках, коли не вдається побудувати формальну теорію, яка б описувала досліджувані об'єкти, та використати класичні математичні методи. Досить довго переважна більшість застосувань теорії розпізнавання була пов'язана з недостатньо формалізованими областями – медициною, геологією, соціологією, хімією та інш. Для вирішення окремої задачі чи класу задач на основі правдоподібних міркувань пропонується нестрогий, але змістовно розумний метод вирішення та побудований на його основі алгоритм.

## Колективи вирішувальних правил та їх самоорганізація

Загальне захоплення проблемами розпізнавання привело до появи великої кількості евристичних алгоритмів, які з успіхом вирішували різні конкретні задачі без їх серйозного обґрунтування. При цьому стало очевидним, що поява кожного нового евристичного алгоритму

можна розглядати як деякий експеримент, а з усією множиною цих експериментів працювати як з новою для математики множиною об'єктів, тобто вивчати з допомогою строгих математичних процедур вирішення недостатньо формалізованих задач. В результаті сформувався принципово новий підхід до розв'язання задачі розпізнавання, який полягає в переході від дослідження окремих некоректних алгоритмів до дослідження принципів формування колективних рішень. В результаті виник новий метод колективного розпізнавання, в основу якого була покладена алгебраїчна теорія алгоритмів [1]. Найбільш характерним і найбільш практично важливим результатом нового підходу став той факт, що практично завжди ефективність колективного рішення виявлялась вищою від ефективності розв'язку будь-якого конкретного алгоритму із сформованого колективу.

Введення операцій над розпізнавальними операторами забезпечує можливість розширення висхідної сукупності алгоритмів, так як кожний новий оператор породжує новий алгоритм.

Розширені таким чином розпізнаючі алгоритми володіють досить сильними коректуючими властивостями [1]. Навіть у тих випадках, коли у висхідному сімействі розпізнаючих алгоритмів відсутній алгоритм, що правильно вирішує дану задачу, то при виконанні деяких, які можуть бути просто перевірені, опущень відносно висхідної навчальної інформації, алгоритм, що правильно вирішує задачу, все ж існує в

розширеному наборі, причому такий алгоритм може бути виписаний в явному вигляді.

Зустрічаються випадки, коли деякі конкретні алгоритми можуть виробляти відразу цілу множину вирішувальних правил, на базі яких можуть бути сформовані колективи. Тут будуть розглянуті два таких алгоритми: метод групового врахування аргументів (МГВА) [3] і метод граничних спрощень (МГС) [4], які можуть генерувати множини майже рівноцінних по якості, але суттєво різних по структурі, вирішувальних правил, на базі яких можуть бути організовані колективи, що приймають рішення.

В основу методу групового врахування аргументів (МГВА) покладено декілька основних принципів: неостаточність проміжних рішень та єдиність остаточного рішення. Одночасно з оптимізацією коефіцієнтів апроксимуючого поліному відбувається оптимізація його складності, що дозволяє не турбуватися про вибір його структури. Спеціальний критерій (зовнішнє доповнення) виступає перепоною на шляху переускладнення моделі, так як відкидає все, що не здатна відтворити коротка навчаюча вибірка (відкидання «сміття»). В результаті залишається тільки те, що может бути надійно підтверджено конкретною вибіркою.

В якості апроксимуючого поліному у МГВА частіше всього використовується поліном виду:

$$y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk} x_i x_j x_k + \dots, \quad (1)$$

де  $x_i$  – складова вектора, що описує об'єкт. Це зручно, так як з допомогою такого поліному можна досягти досить точної апроксимації любой дифференційованої функції.

Цей складний поліном замінюється множиною простих функцій:

$$y_1 = f(x_1, x_2); y_2 = f(x_1, x_3); \dots; y_n = f(x_{m-1}, x_m), \quad (2)$$

де  $n = C_m^2$ , причому функція  $f$  скрізь однакова.

Досить часто в якості функції  $f$  вибирається така залежність:

$$y = f(x_i, x_j) = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 x_j + \alpha_3 x_i x_j \quad (3)$$

Коефіцієнти в цих залежностях знаходять по МНК на точках навчаючої послідовності. Побудовані моделі з певними коефіцієнтами  $\alpha$  розглядаються як самостійні розпізнавачі та перевіряються на перевіірчній послідовності, яка є зовнішнім доповненням і не використовується при визначенні коефіцієнтів. В результаті цієї перевірки вибираються  $N$  кращих моделей і по них будуються більш складні моделі наступного ряду. В другому ряді розглядаються більш складні моделі такого виду:

$$z_1 = f(y_1, y_2); z_2 = f(y_1, y_3); \dots; z_{n_1} = f(y_{n_1-1}, y_n), \quad (4)$$

де  $n_1 = C_n^2$ ;

Тут функції  $f$  залишаються попередніми, тобто відповідають співвідношенню (3), але аргументами цих функцій виступають змінні  $y_i$ . Коефіцієнти цих моделей визначаються по МНК на точках тієї самої навчаючої послідовності, а потім ці моделі перевіряються на точках перевіірочної послідовності і з них вибираються  $N$  кращих, які використовуються в якості аргументів слідуєчого третього ряду. Складність поліномів зростає від ряду до ряду, незважаючи на те, що коефіцієнти цих поліномів визначаються по одних і тих же точках навчаючої послідовності. При цьому число визначених коефіцієнтів значно переважає число точок навчаючої послідовності. Якби не було зовнішнього доповнення, тобто самовідбору по перевіірчній вибірці, то алгоритми МГВА, дякуючи складності синтезуючих поліномів, могли б абсолютно точно апроксимувати розділяючу

функцію в усіх точках навчаючої вибірки, але при цьому не лишилось би ніяких гарантій задовільного розпізнавання нових точок. Зовнішнє доповнення зупиняє роботу алгоритмів відразу ж по досягненню єдиного мінімуму похибок на перевіірочній послідовності. Тим самим вибирається модель оптимальної складності, яка встановлює компроміс між складністю вирішувальної функції та об'ємом інформації, що використовується при синтезі моделі. Але в тому ряді, в якому з'являється модель, що забезпечує мінімум похибок на навчаючій послідовності, існує ще по крайній мірі  $C_n^2$  моделей, які також дають непогані результати. Якщо вибрати з них  $L$  найкращих моделей, то можна сформулювати колектив вирішувальних правил, ранг якого дорівнюватиме  $L$ . До цього колективу можна застосувати всі ті правила, які використовуються при формуванні колективних рішень, розглянутих в рамках алгебраїчного підходу.

В методі граничних спрощень (МГС) використовується принцип редукції, детально розглянутий в [4]. В основу цього принципу покладено максимальне спрощення (редуціювання) висхідної задачі, в результаті чого синтезується такий простір малої розмірності, в якому лінійне вирішувальне правило найкращим чином розділяє навчаючу вибірку досить великого об'єму. Цей простір синтезується послідовно шляхом відбору і перевірки різних комбінацій властивостей об'єктів [3]. Спочатку розглядаються всі пари із  $m$  властивостей (таких пар буде  $C_m^2$ ). Вибирається в деякому розумінні найкраща пара і до неї підлаштовуються всі інші властивості. Серед отриманих на базі кращої пари трійок, що аналізуються, знову вибирається найкраща і до неї підлаштовуються інші властивості. Такий процес продовжується аж до побудови простору, в якому навчаюча вибірка буде або безпомилково, або

найкращим чином розділятися лінійним вирішувальним правилом.

Різновидністю МГС є альфа-процедура [3], яка функціонує за наступними правилами. Розглянемо всі пари із  $m$  властивостей. Для кожної пари  $(x_i, x_j)$  та для кожної точки навчаючої послідовності

$$\tilde{x}_{ij} = \rho_{ij} \cos(\beta_{ij} + \alpha_{ij}^*), \quad (5)$$

$$\text{де } \rho_{ij} = \sqrt{x_i^2 + x_j^2}; \quad \beta_{ij} = \arctg \frac{x_j}{x_i}.$$

Кут  $\alpha_{ij}$  змінюється в інтервалі від  $0^0$  до  $180^0$  і являється змінним, що настроюється в процедурі, параметром лінійного вирішувального правила, яке діє в площині  $(x_i, x_j)$ . Вибирається оптимальне значення

$$\alpha_{ij}^* = \arg \max_s \omega_{ijs} \quad (6)$$

де  $\omega_{ijs}$  число правильно розпізнаних об'єктів при допомозі вирішувального правила, що діє в площині  $(x_i, x_j)$  при конкретному значенні  $s$ . Серед всіх пар вибирається така, в площині якої відбулось найкраще розділення. Цей формалізм практично здійснює проектування точок навчаючої послідовності на напрям  $\tilde{x}_{ij}$ , який повертається навколо початку координат на кут  $\alpha_{ij}$  і вибирається такий кут  $\alpha_{ij}^*$ , який забезпечує найкраще лінійне розділення вибірки при її проекції на напрямок  $\tilde{x}_{ij}$ .

Після цього до вибраної пари прилаштовуються послідовно всі інші властивості. Припустимо, що була вибрана пара  $x_i, x_j$ . Тоді розглядаються пари  $(\tilde{x}_{ij}, x_k)$ , де  $x_k$  – одна із властивостей, які заново випробовуються. Серед всіх пар знову вибирається така, що максимізує число правильних відповідей і вже вона визначає трійку  $x_i, x_j, x_k$ . Далі розглядаються пари  $(\tilde{x}_{ijk}, x_t)$ , де  $x_t$  – одна із властивостей, які ще лишились. Така процедура продовжується доти, поки в площині

однієї з пар не відбудеться або безпомилкове, або оптимальне розділення образів. Тут же ми відмітимо, що кінцевий результат, до якого приводить альфа-процедура, у великій мірі залежить від вибору висхідної пари властивостей. Стандартна альфа-процедура передбачає вибір початкової пари, виходячи з її оптимальності в розумінні найкращого розділення навчаючої послідовності в площині вибраної пари. Але це далеко не завжди гарантує найкращий кінцевий результат, тобто не завжди простір, в якому вперше наступить лінійне розділення, буде мінімальної розмірності при умові, що початкова пара вибрана оптимальною. А це вказує на те, що не завжди доцільно вибирати тільки одну оптимальну пару. Якщо вибрати декілька пар і на їх основі продовжити синтез простору, то буде сформовано декілька просторів різної структури, тобто з різними координатами, в яких можуть бути отримані досить хороші результати. А це означає, що вибір декількох висхідних пар приведе до того, що буде отримано цілу множину рішень однієї й тієї ж задачі, тобто буде отримано колектив вирішувальних правил, на базі якого можна буде сформувані колективні рішення. Якщо вибрати  $L$  висхідних пар, то можна побудувати колектив рангу  $L$ . Висхідні пари можна вибрати по мірі погіршення якості лінійного розділення навчаючої послідовності і тоді можна сподіватися, що серед отриманої множини рішень будуть і оптимальні. Разом з тим, колективне рішення може дати виграв навіть тоді, коли серед отриманих рішень, які увійшли до колективу, не було жодного, яке вирішувало б задачу безпомилково.

## ВИСНОВКИ

Отже, як алгоритми МГВА, так і алгоритми МГС по своїй природі такі, що можуть генерувати не одне, а цілу множину рішень. Якщо вказати тільки ранг колективу, який треба сформувати, то відбудеться самоорганізація колективу наперед вказаного рангу. Причому наперед ніхто не вказує,

якої структури вирішувальне правило повинно увійти в цей колектив. Алгоритми самі вибирають ці правила і самі формують їх структуру. Конструктор повинен вказати тільки ранг колективу.

Породжувальні при допомозі МГВА та МГС вирішувальні правила такі, що в кожному з них вирішувальна функція може бути представлена у вигляді

$$y = F(X). \quad (7)$$

Тут  $X$  – вектор, який представляє об'єкт розпізнавання. Складові цього вектора в різних алгоритмах можуть суттєво відрізнитися по своїй структурі та можуть містити складні комбінації груп висхідних складових їх множини  $(x_1, \dots, x_m)$ . До такої родини вирішувальних правил может бути в повній мірі застосована алгебраїчна теорія, а також будь-які методи прийняття колективних рішень, які дозволять істотно розширити можливості алгоритмів МГВА и МГС.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания классификации // Проблемы кибернетики: Сб.ст.М.: Наука, 1978. Вып.33.с.5-68.
2. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – Киев.: Техника: 1975. – с.311.
3. Васильев В.И. Теория редукции в проблемах экстраполяции// Проблемы управления и информатики. – 1996. №1,2. – с.239-251.