

# ПІДХОДИ ДО ОПИСУ І СИНТЕЗУ СИМЕТРИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Олег Березький

ТАНГ, 46016, м.Тернопіль, Львівська 11, тел. 33-08-30, e-mail ob@tanet.edu.te.ua

**Анотація.** В доповіді обгрунтовано необхідність опису і синтезу зображень, виходячи із генеративної моделі розпізнавання при побудові образних комп'ютерів. Розглянуто клас симетричних зображень (зображень-орнаментів) на смузі і площині. Запропоновано мову опису, матричну і рекурсивну моделі синтезу складних симетричних зображень.

## ВСТУП

Широке розповсюдження сучасних інформаційних технологій вимагає розробки нових методів відбору, оброблення та передачі інформації. Це приводить до необхідності комплексного розв'язання проблем інформаційних технологій та обчислювальної техніки.

Одним із перспективних напрямків розвитку обчислювальної техніки є створення принципово нових комп'ютерів [1], яким властиве образне мислення (розуміння людської мови, просторових сцен, зображень, рукописних текстів тощо). Комп'ютера, який має такі властивості, називають образним (ОК). ОК містить декілька каналів сприйняття інформації, серед яких є зоровий. Завдяки цьому каналу, ОК сприймає і розпізнає тексти, аналізує зображення і сцени.

В основі побудови алгоритмів розпізнавання зображень автори проекту ОК пропонують генеративну модель, яка полягає в початковому відтворенні зображень даного класу і подальшому автоматичному порівнянні досліджуваного зображення із згенерованим. Але для цього необхідно структурувати і описати досліджуваний клас зображень. У доповіді розглянуто клас симетричних зображень і запропоновано мову опису та алгоритми синтезу зображень даного класу.

Класи зображень, наділених симетричною структурою, широко представлені в природі, мистецтві та інших галузях людського життя. Важливе дослідження класів складних зображень, наділених симетричною структурою, належить наукам: математиці, фізиці, кристалографії, хімії, біології та ін. Особливо широкі класи таких зображень зустрічаються в науково-технічних розробках при побудові систем штучного інтелекту, в представленні, описі, обробці та розпізнаванні образів.

Ці класи зображень відображають великі обсяги різних природних об'єктів та реалізованих фізичних і технічних процесів - одновимірних, двовимірних і трьохвимірних. Прагнення якомога ширше охопити вивчення зображень, наділених складною структурою, привело до створення різних підходів, теорій опису, представлення, моделювання, синтезу різних класів об'єктів та процесів в науково-технічних розробках, пов'язаних з розпізнаванням образів та побудовою систем штучного інтелекту.

Велика кількість плоских зображень-орнаментів на площині описується сімнадцятьма групами, структури яких описуються двомірними федорівськими групами та на смузі відповідно сімома півторамерними групами [2].

Зображення-орнамент складається з ритмічно впорядкованих однакових елементів, тобто володіє певною симетричною структурою (рис.1) [3]. В її основі лежать наступні структурні складові: орнамент, підорнамент, рапорт та мінімальний рисунок. Для орнаменту і його складових буде дійсною схема, де  $N$  - кількість підорнаментів в орнаменті,  $K, \dots, L$  - кількість рапортів в підорнаментах,  $m, p,$  - кількість мінімальних рисунків в рапорті.

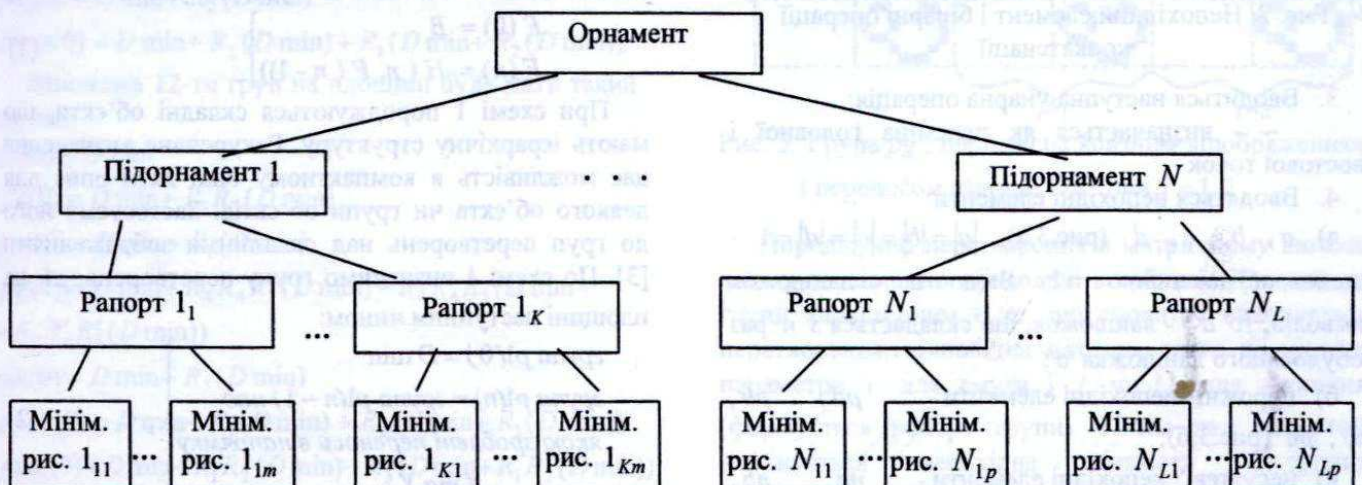


Рис. 1. Структура орнаменту



## МОВА ОПИСУ ЗОБРАЖЕНЬ

Для представлення мінімального рисунку запропоновано мову опису зображень[3]

1. Кожен непохідний елемент помічається в двох різних точках - головній  $z$  і хвостовій  $x$  (рис.2,а). Причому непохідні елементи дотикаються і накладаються тільки в головних чи хвостових точках.

2. Вводяться бінарні операції конкатенації (з'єднання):

- Операція  $a + b$  (рис.2,б - головна точка "а" дотикається до хвостової точки "b").

- Операція  $a \oplus b$  (рис.2,в - головна точка "а" співпадає з хвостовою точкою "b").

- Операція  $a \times b$  (рис.2,г - хвостова точка "а" дотикається до хвостової точки "b").

- Операція  $a \otimes b$  (рис.2,д - хвостова точка "а" співпадає з хвостовою точкою "b").

- Операція  $a - b$  (рис.2,е - головна точка "а" дотикається до головної точки "b").

- Операція  $a \ominus b$  (рис.2,є - головна точка "а" співпадає з головною точкою "b").

- Операція  $a * b$  (рис.2,ж - головна точка "а" дотикається до головної точки "b" і хвостова точка "а" дотикається до хвостової точки "b").

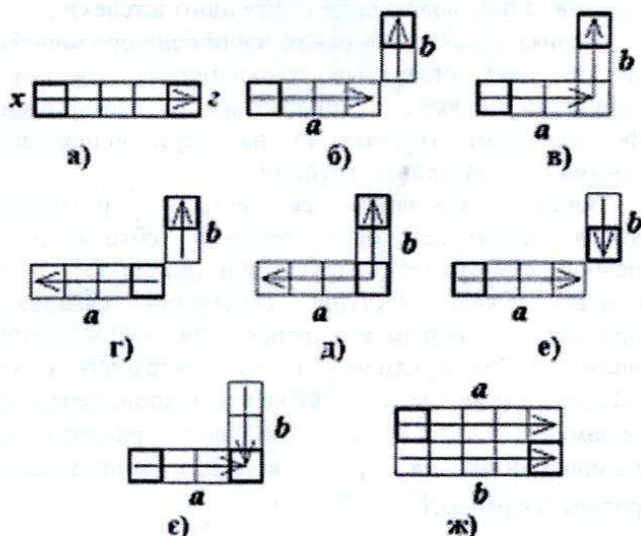


Рис. 2. Непохідний елемент і бінарні операції конкатенації

3. Вводиться наступна унарна операція:

$\sim$  - визначається як переміна головної і хвостової точок

4. Вводяться непохідні елементи:

а)  $a, b, c, d$  (рис.3,а).  $|a|=|b|=|c|=|d|=1$  - ланцюжки довжиною =1. Якщо  $a$  - ланцюжок символів, то  $a^n$  - ланцюжок, що складається з  $n$  раз побудованого ланцюжка  $a$ ;

б) "порожні" непохідні елементи -  $pa, pb, pc, pd$  (рис.3,б);

в) "несуттєві" непохідні елементи -  $na, nb, nc, nd$  (рис.3,в)

Непохідні елементи "порожній" і "несуттєвий" з'єднують непохідні елементи, що не пересікаються і досить корисні для опису простих геометричних зв'язків. "Порожній" використовується при обривах і є з'єднуючим "простором" між образами. Коли необхідно описати зв'язок між непохідними елементами, що не перетинаються, а вони є розділені іншими об'єктами, то ці останні об'єкти визначають як несуттєві елементи.

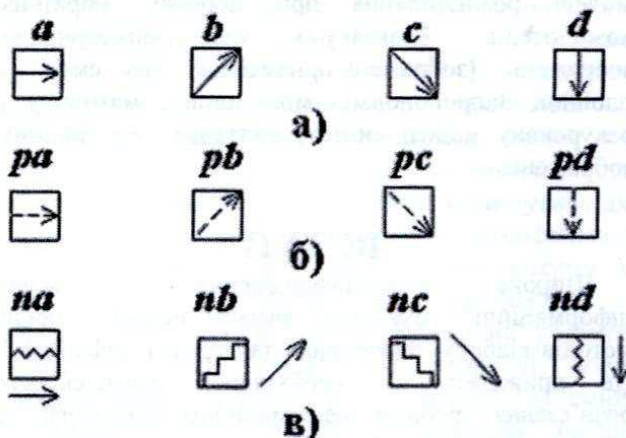


Рис. 3. Непохідні елементи: а)основні; б)«порожні»; в)«несуттєві»

## РЕКУРСИВНА МОДЕЛЬ

Для отримання рекурсивних моделей використаємо рекурсивну схему [4]:

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= b \\ f(n) &= h(n, f(n-1)) \end{aligned} \right\}$$

де  $b$  - натуральне число;  $f, h$  - функції, значення яких також є натуральними числами.

Побудуємо схему не тільки для числових функцій, а й для об'єктів іншої природи. Нехай  $B$  - довільний об'єкт класу  $\Psi$ ,  $B \in \Psi$ ,  $F$  - функція чи оператор, аргументом якої є натуральне число, а результатом - об'єкт з  $\Psi$ ;  $H$  - функція 2-х аргументів натурального числа і об'єкту з  $\Psi$ , а результатом - об'єкт з  $\Psi$ , тоді рекурсивним визначенням  $F$  на класі  $\Psi$  буде наступне:

$$\left. \begin{aligned} F(0) &= B \\ F(n) &= H(n, F(n-1)) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При схемі 1 породжуються складні об'єкти, що мають ієрархічну структуру. Рекурсивне визначення дає можливість в компактному виді дати опис для деякого об'єкта чи групи об'єктів. Застосуємо його до груп перетворень над складними зображеннями [3]. По схемі 1 визначимо групу перетворень  $p1$  на площині наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} \text{група } p1(0) &= D \text{ min} \\ \text{група } p1(n) &= \text{група } p1(n-1) \text{ над} \\ &\text{якою зроблені переноси в напрямку} \\ &X \text{ та } Y \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

а групи смуги таким чином:



$$\left. \begin{aligned} \text{група } p1(0) &= D \min \\ \text{група } p1(n) &= \text{група } p1(n-1) \text{ над} \\ \text{якою зроблено перенос в напрямку } X \end{aligned} \right\} (3)$$

Оператор  $H$  (комбінація відображень (рис.4)  $R_1R'_1$  та  $R_2R'_2$  - у схемі 2 і  $R_1R'_1$  - у схемі 3 дає можливість за один такт рекурсії на  $n$ -му кроці проходити декілька елементарних змін в об'єкті  $F(n-1)$ .

Приведемо кожен з груп площини і смуги до схем 2 і 3. Тобто покажемо, що кожна з них є підгрупою  $p1$ , домовившись, що знак "+" означає об'єднання зображень,  $R_1, R'_1, R_2, R'_2, R_3, R'_3, R_4, R'_4$ , (рис. 4) - відображення у сторонах і діагоналях прямокутника і паралельних до діагоналей прямих,  $D \min$  - мінімальний рисунок. Надалі приводимо лише першу тотожність рекурсивних схем (рапорт), друга буде для всіх груп аналогічною.

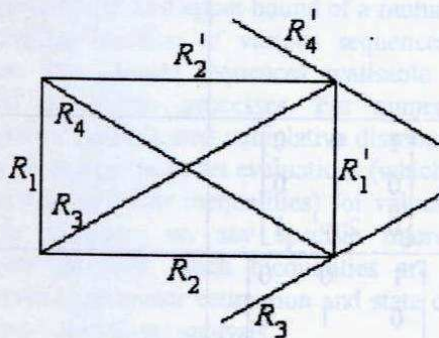


Рис. 4. Представлення осей відображень

Тоді множина 7-и груп на смугі буде представлятися таким чином:

$$\begin{aligned} p1(0) &= D \min \\ pg(0) &= D \min + R_1R'_1R_2(D \min) \\ p1m(0) &= D \min + R_1(D \min) \\ p2(0) &= D \min + R_1R_2(D \min) \\ pmg(0) &= D \min + R_1(D \min) + R_1R_2(D \min + R_1(D \min)) \\ pm(0) &= D \min + R_2(D \min) \\ pmt(0) &= D \min + R_2(D \min) + R_1(D \min + R_2(D \min)). \end{aligned}$$

Множина 12-ти груп на площині буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} p1(0) &= D \min \\ p2(0) &= D \min + R_1R_2(D \min) \\ pm(0) &= D \min + R_1(D \min) \\ pg(0) &= D \min + R_4R'_4R'_3(D \min) + R_4R'_4R_3(D \min + \\ &+ R_4R'_4R'_3(D \min)) \\ cm(0) &= D \min + R_3(D \min) \\ pmt(0) &= D \min + R_1(D \min) + R_2(D \min + R_1(D \min)) \\ pmg(0) &= D \min + R_1R_2(D \min) + R_3(D \min + R_1R_2(D \min)) \\ pgg(0) &= D \min + R_1R'_1R_2(D \min) + R_2R'_2R'_1(D \min + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ R_1R'_1R_2(D \min)) \\ cm(0) &= D \min + R_3(D \min) + R_4(D \min + R_3(D \min)) \\ p4(0) &= D \min + R_3R'_2(D \min) + R_1R_2(D \min + \\ &+ R_3R'_2(D \min)) \\ p4m(0) &= D \min + R_3(D \min) + R_1(D \min + R_3(D \min)) + \\ &+ R_2(D \min + R_3(D \min) + R_1(D \min + R_3(D \min))) \\ p4g(0) &= D \min + R_3(D \min) + R_3R'_2(D \min + \\ &+ R_3(D \min)) + R_1R_2(D \min + R_3(D \min) + R_3R'_2(D \min + \\ &+ R_3(D \min))). \end{aligned}$$

## МАТРИЧНА МОДЕЛЬ

Матриця перетворень порядку  $3 \times 3$  в загальному випадку, має вигляд  $\begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ m & n & s \end{bmatrix}$ , де  $a, b, c$  і  $d$

здійснюють відповідно відображення, поворот;  $m$  і  $n$  виконують зміщення, а  $p$  і  $q$  - одержання проекцій. Елемент  $s$  проводить повну зміну масштабу. Розглянемо групу  $pg$ , яка формується здійсненням ковзного відображення (його проводимо у 2 етапи: 1) відображення відносно  $OX$ ; 2) перенос на відстань  $x'$ ) [3]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x' & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ x' & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

і необхідної кількості, яка задається параметром  $i$ , переносів цих зображень вздовж осі  $OX$  (рис.5):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Параметр  $i$  приймає цілі значення.

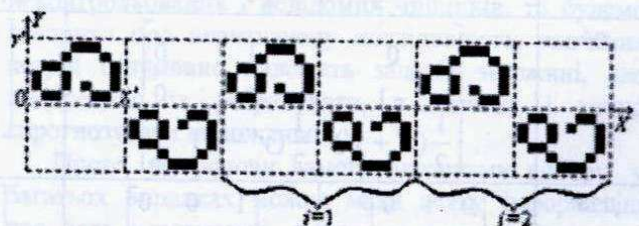


Рис. 5. Група  $pg$ , породжена ковзним відображенням і переносом вздовж  $OX$  при  $i=1, 2$ .

Породжуючі перетворення в матричному вигляді для груп площини приведені в таблиці. Для кожної групи характерним є те, що спочатку виконується перетворення, відповідна матриця якого не містить параметра  $i$  для смуги і  $i$  чи  $j$  для площини (формується рапорт групи). Потім над рапортом виконується необхідна кількість наступних перетворень.



Назва групи	Породжуючі перетворення в матричному вигляді				
	I	II	III	IV	V
<i>p1</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & jy' & 1 \end{bmatrix}$			
<i>p2</i>	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ x' & y' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & jy' & 1 \end{bmatrix}$		
<i>pm</i>	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & jy' & 1 \end{bmatrix}$		
<i>pg</i>	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ x' & \frac{1}{2}(y' - x') & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & iy' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ jx' & -jy' & 1 \end{bmatrix}$		
<i>cm</i>	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & jy' & 1 \end{bmatrix}$		
<i>pmm</i>	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2jy' & 1 \end{bmatrix}$	
<i>pmg</i>	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2x' & y' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & iy' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ jx' & -jy' & 1 \end{bmatrix}$	
<i>pgg</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ x' & y' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2x' & 2y' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2jy' & 1 \end{bmatrix}$	
<i>cmm</i>	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ y' & y' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & jy' & 1 \end{bmatrix}$	
<i>p4</i>	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(x' + y') & \frac{1}{2}(y' - x') & 1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ x' & y' & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & jy' & 1 \end{bmatrix}$
<i>p4m</i>	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2x' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2ix' & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2jy' & 1 \end{bmatrix}$

## ВИСНОВОК

У роботі проведено структурування, опис та синтез класу симетричних зображень-орнаментів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вінчок Т.К. Образний комп'ютер: концепції, методологія, підходи // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. - 2001. - №1. - С.125-139.
2. Федоров Е.С. Симметрия и структура кристаллов: Основные работы. - М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1949. - 631 с.
3. Грицик В.В., Березька К.М., Березький О.М. Моделивання та синтез складних симетричних зображень // Інформаційні технології і системи. - 1999. - Т.2., №1. - С. 84-100.
4. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. - М.: Наука, 1986. - 367 с.