

ЗАСТОСУВАННЯ ТОМОГРАФІЧНОГО ПІДХОДУ В ЗАДАЧАХ ВІДНОВЛЕННЯ РАДІОЗОБРАЖЕНЬ КОСМІЧНИХ РАДІОДЖЕРЕЛ

В.В. Кошовий, А.Б. Лозинський, Б.А. Лозинський

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів 79053, вул. Наукова 5, тел. (0322) 65-48-74, факс (0322) 64-94-27, E-mail: Lozynsky@ah.ipm.lviv.ua

В роботі показується, що задача відновлення радіозображень може бути зведена до класичної томографічної задачі відновлення функції двох змінних по її радонівському образу. На відміну від вимоги квазімонохроматичності при відновленні радіозображень на основі вимірювання поперечної кореляційної функції, запропонований підхід дозволяє використовувати широкі смуги приймальних трактів.

Слід очікувати, що методи відновлення зображень на основі поздовжньої кореляційної функції будуть більш стійкі до перекручень та впливу завад, якими так багаті низькочастотні радіодіапазони.

1. ВСТУП

Сучасна томографія для отримання інформації використовує випромінювання найрізноманітнішої природи. Це і ультразвук, і радіо- та оптичні сигнали, рентгенівські та гама-промені, різного роду корпускулярне випромінювання та ін. Для кожного виду випромінювання характерні свої специфічні особливості, які проявляються в постановці томографічного експерименту та в його апаратній реалізації.

Дана робота присвячена огляду потенційних можливостей застосування томографічного підходу в радіоастрономічних задачах відновлення зображень космічних радіоджерел.

Традиційно в радіоастрономії при вирішенні задачі відновлення зображень космічних радіоджерел використовується теорема Ван Ціттерта-Церніке, яка пов'язує Фур'є-перетворенням кутовий розподіл радіояскравості джерела з поперечною кореляційною функцією [1]. Застосування цього методу в радіоінтерферометрії з наддовгою базою (РНДБ), особливо в декаметровому (ДМ) діапазоні, наштовхується на великі труднощі, пов'язані зі значними фазовими спотвореннями при проходженні радіохвиль через

іоносферу Землі – так звану “фазову проблему”.

Разом з тим, існує реальна можливість відновлення радіозображення вимірюючи часову взаємну кореляційну функцію для двох рознесених у просторі точок (поздовжня кореляційна функція) і система РНДБ добре вписується в рамки такого підходу [2].

Зауважимо, що радіоастрономічну науку цікавлять в першу чергу космічні об'єкти, відстань до яких дуже велика. Тому під відновленням радіозображення розуміється визначення кутового розподілу радіояскравості випромінювання, яке надходить з різних ділянок неба. Це зручно інтерпретувати як розміщення зображень космічних радіоджерел на поверхні сфери з одиничним радіусом – небесної сфери.

Далі будемо дотримуватись наступних домовленостей, які визначаються специфікою поставленої задачі, спростують виклад, але зовсім не виключають можливості узагальнення:

– з уваги на віддалі, з якими маємо справу в радіоастрономії, вважаємо, що хвиля, яка падає на радіоінтерферометричну систему є плоскою;

– більшість цікавих для радіоастрономії джерел є некогерентними (випромінювання будь-якої пари світних елементів є некорельованим) і випромінюють в широкому спектрі частот. Реєструємо ж ми випромінювання в настільки вузькій (але відмінній від нуля) частотній смузі, що можна вважати спектр прийнятого сигналу плоским, однаковим як для всіх елементів джерела так і для джерела в цілому, а дисперсією в середовищі поширення можна знехтувати.

2. ПРОЕКЦІЙНІ ДАНІ

Будемо розглядати проекцію однієї з небесних півсфер на площину екватора – в радіоастрономії її прийнято називати площиною $u'v'$ [1]. Розглянемо радіоінтерферометр, утворений двома антенами, рознесеними у напрямку схід-захід. Зрозуміло, що при обертанні Землі вектор бази

радіоінтерферометра також обертається відносно нерухомих зір, причому не виходячи з площини, в якій описує коло. Ця площина паралельна площині екватора, за згаданого наближення плоскої хвилі їх можна сумістити. Геометрична затримка τ радіоінтерферометра при поширенні хвилі до двох антен однакова для всіх тих напрямків, які складають кут φ до вектора бази, і рівна $\frac{D}{c} \cos(\varphi)$ (рис. 1).

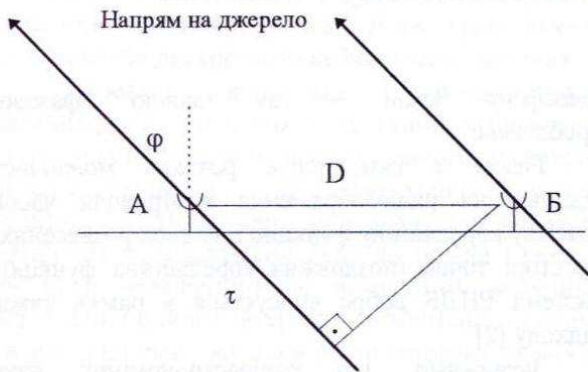


Рис. 1. Геометрична схема радіоінтерферометра.

Разом з тим, сукупність напрямків, які складають один і той же кут до певної осі, утворює конус (рис. 2). В нашому випадку вісь конуса співпадає з вектором бази, а лінія перетину конуса з небесною сферою є колом, центр якого лежить на продовженні вектора бази. Проекція цього кола на $u'v'$ -площину є прямою, перпендикулярною вектору бази. Кожному куту розкриття конуса відповідає своя проекційна пряма.

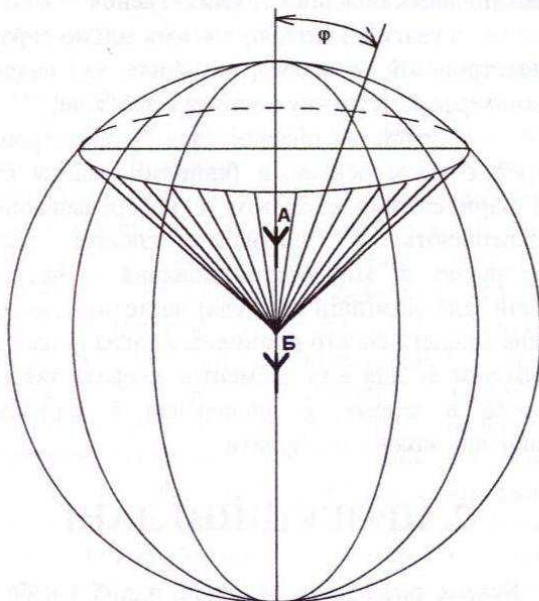


Рис. 2. Небесна сфера і конус, який відповідає певному значенню затримки τ .

Розглянемо тепер поздовжню кореляційну функцію – відгук інтерферометра АБ. Допустимо,

що випромінювання елементів джерела, а, тим більше, різних джерел, є δ -корельованим [1, 3]. Тоді

$$R_{AB}(t) = \int X_A(t) X_B(t-t) dt,$$

тобто значення $R_{AB}(\tau)$ для конкретного значення τ можна отримати, як інтегральну інтенсивність випромінювання небесної сфери вздовж лінії, геометрична затримка для елементів якої становить τ . Оскільки геометрична затримка однозначно визначається кутом, утвореним вектором бази і напрямом на елемент випромінювання, ця лінія є колом – результатом перетину конуса з поверхнею кулі, коли вісь конуса проходить через центр кулі (рис. 2). Перейшовши до проекції на площину $u'v'$ та врахувавши поворот вектора бази інтерферометра при обертанні Землі, відгук інтерферометра можна представити у вигляді

$$R_{AB}(\tau, T) = \int f(\tau \cos T - y \sin T, \tau \sin T - y \cos T) dy,$$

що являє собою проекцію функції розподілу радіояскравості $f(u', v')$ на пряму, яка відповідає годинному куту T . Таке проектування співпадає по своїй структурі з перетворенням Радона [3], а тому можна для відновлення функції $f(\alpha, \delta)$ на основі відомої $R(\tau, T)$ скористатися томографічними методами.

Підкреслимо, що ми ніяк не обмежували смугу частот приймального тракту інтерферометра. Якщо ж прийняти, що реєстрований спектр випромінювання по площі зображення джерела у всіх його точках однаковий, то поздовжня кореляційна функція є згортокою нормованої автокореляційної функції випромінювання елемента джерела з проекцією кутового розподілу яскравості на продовження вектора бази. Тому при переході від Радонівського до Фур'є-образу зображення отримується широкий трек, ширина якого пропорційна відношенню ширини смуги частот приймальної системи до центральної частоти прийому. При квазімонохроматичному наближенні такий трек вироджується в лінію – відповідає теоремі Ван Ціттерта-Церніке, а при нескінченно широкій смузі частот для відновлення зображення було б досить вимірювань на одній базі.

Опираючись на теорему про центральний переріз [4] можна представити взаємозв'язок поперечної та поздовжньої кореляційних функцій, місце томографічних методів у відновленні радіозображень. Як видно, якщо вимірювання поперечної кореляційної функції переводять зображення в Фур'є-простір, то поздовжньої – в простір Радона. Використання можливості відновлення зображення, крім очевидного – через Фур'є простір, зворотнім проектуванням, тобто з використанням сумарного зображення, представляє інтерес у плані пошуку можливостей подолання фазової проблеми. В Радонівському просторі вплив середовища поширення проявляється, в першу

чергу, у спотворенні параметра геометричної затримки τ , яке, при спробі перейти у простір Фур'є, відразу ж згубно позначається на фазі по причині її циклічності. Проаналізуємо можливості відновлення зображень іншими методами в умовах завад.

Враховуючи значне перекручення фази при малих амплітудних спотвореннях [1] можна запропонувати наступну модель реєстрованих даних

$$R_B(\tau, T) = R_{AB}(\tau + n(T), T),$$

де $n(T)$ - випадкова функція.

Тоді сумарне зображення

$$S(u', v') = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi R_{AB}(u' \cos T + v' \sin T + n(T), T) dT.$$

Очевидно, що з таких проєкційних даних точне відновлення функції $f(x, y)$ здійснити неможливо. Тоді природньо задачу реконструкції переформулювати наступним чином: вимагається по наближених проєкційних даних знайти наближену функцію $f_B(x, y)$, яка в певному розумінні добре описувала б шукану функцію $f(x, y)$.

Для цього зауважимо, що випадкові зміщення проєкційних даних приводять до розсіювання точки в сумарному зображенні. При представленні вихідного зображення у вигляді суми світних точок, образ кожної буде аналогічно розсіяний в сумарному зображенні, тобто сумарне зображення буде згорнуте з функцією розсіювання точки, яка залежить від кореляційних характеристик спотворюючого середовища, в нашому випадку – іоносфери, і може бути врахована.

Таким чином, випадкові зміщення проєкційних даних вздовж координати τ еквівалентні просторовій фільтрації сумарного зображення фільтром з випадковим імпульсним відгуком $H(u', v')$. Цей факт підкреслює інтуїтивно відчутну можливість проведення самокалібрування, коли на шуканому зображенні є зосереджена яскрава деталь, як квазар у випадку, наприклад, Крабовидної туманності.

Накопичення сумарних зображень приводить до підвищення ваги регулярної і зниження ваги випадкової компоненти імпульсного відгуку $H(u', v')$, що дозволяє відновлювати наближення шуканого зображення шляхом фільтрації просторовим фільтром з імпульсним відгуком $\frac{1}{H(u', v')}$.

Отже, використання для задач відновлення радіозображень поздовжньої кореляційної функції дозволяє отримати проєкційні дані – Радонівський образ проєкції шуканого зображення на $u'v'$ -площину. Застосування томографічних методів відновлення зображень дозволяє використати накопичення вхідних даних і понизити чутливість вимірювань до спотворення в середовищі поширення хвиль.

Принциповим обмеженням можливих областей застосування томографічного підходу є допущення про однаковий спектр випромінювання елементів джерела. У випадку вирішення радіоастрономічних задач це означає відновлення радіозображень об'єктів з достатньо рівномірним розподілом спектрального індекса. В іншому разі згадане допущення буде вимагати вибору такої ширини смуги пропускання приймальних трактів радіоінтерферометричної системи, щоб нерівномірністю спектру випромінювання по площі радіоджерела можна було б знехтувати. Враховуючи, що зі зміною частоти в рамках одного діапазону зображення радіоджерел змінюється повільно, таке обмеження не буде суттєво відбиватись на можливостях вибору об'єкта спостережень.

В загальному випадку під задачею відновлення радіозображення розуміється побудова зображення по вимірених значеннях двовимірного Фур'є-спектру просторових частот для різних баз. У випадку орієнтації бази радіоінтерферометра Схід-Захід використання обертання Землі дозволяє отримати значення просторового спектру вздовж дуги еліпса на площині баз. Вибираючи значення просторового спектру для різних довжин баз для певної взаємної орієнтації інтерферометра і джерела отримаємо центральний переріз Фур'є-образу шуканого зображення, який, згідно теореми про центральний переріз, пов'язаний одновимірним перетворенням Фур'є з відповідною паралельною проєкцією зображення в радонівському просторі. Кожен такий переріз дозволяє знайти одну проєкцію, а знаходження однієї проєкції представляє собою одновимірний випадок відновлення, який і розглянемо докладніше.

3. ОДНОВИМІРНИЙ ВИПАДОК

Розглянемо задачу визначення кутового розподілу яскравості випромінювання джерела $f_k(\varphi)$ в одновимірному випадку. Представимо $f_k(\varphi)$ у вигляді розбиття на дрібні елементи, випромінювання від яких є некорельованим. Кожна з антен приймає сумарний сигнал від усіх елементів, причому для кожного елемента зі своєю різницею ходу до антен. Тоді взаємна поздовжня кореляційна функція являтиме собою суму автокореляційних функцій випромінювання елементів розбиття $f_k(\varphi)$.

Перейдемо від дискретного до неперервного представлення $f_k(\varphi)$. Сформулюємо та доведемо важливу теорему.

Теорема.

В одновимірному випадку поздовжня кореляційна функція є згорткою нормованої автокореляційної функції випромінювання

елемента джерела з функцією кутового розподілу яскравості.

Доведення.

Виходячи з геометрії задачі, аналогічно з вищеприведеними міркуваннями представимо функцію кутового розподілу $f_k(\varphi)$ у зручнішому для нас вигляді $f(\tau)$. Потужність випромінювання елемента джерела e_i з координатою τ_{ei} і розміром $\Delta\tau_{ei}$ можна записати так: $f(\tau_{ei})\Delta\tau_{ei}$. Позначимо через $r(\tau)$ нормовану автокореляційну функцію (однакову для всіх елементів). Тоді, можна записати:

$$R_{AB}(\tau) = \lim_{\Delta\tau_{ei} \rightarrow 0} \sum_i R_{ii}(\tau - \tau_{ei}) = \\ = \lim_{\Delta\tau_{ei} \rightarrow 0} \sum_i r(\tau - \tau_{ei}) f(\tau_{ei}) \Delta\tau_{ei},$$

або при переході до інтегралу:

$$R_{AB}(\tau) = \int_{\text{джерело}} r(\tau - \tau_e) f(\tau_e) d\tau_e. \quad (1)$$

Оскільки функція $f(\tau)$ визначена тільки в принципово обмеженій $\pm\tau_{max}=D/c$ (з геометричних міркувань) області, покладемо, що $f(\tau)$ рівна нулю за її межами, що дозволить розширити межі інтегрування до $\pm\infty$. Легко зауважити, що в цьому випадку інтеграл в (1) являє собою згортку

$$R_{AB}(\tau) = r(\tau) ** f(\tau), \quad (2)$$

що і треба було довести.

Наслідок.

Використовуючи сформульовану теорему про згортку з *поздовжньої кореляційної функції можна визначити кутовий розподіл яскравості $f_k(\varphi)$* (через $f(\tau)$).

Позначимо $R_{AB}(\tau) \Leftrightarrow G(\omega)$, $r(\tau) \Leftrightarrow g(\omega)$ та $f(\tau) \Leftrightarrow F(\omega)$, де знак \Leftrightarrow означає Фур'є-перетворення, причому зауважимо, що $R_{AB}(\tau)$ – вимірювана функція, $r(\tau)$ і $g(\tau)$ – наперед відомі. Тоді на підставі (2) можна записати:

$$G(\omega) = g(\omega)F(\omega), \\ F(\omega) = \frac{G(\omega)}{g(\omega)}. \quad (3)$$

Залишається тільки отримати $f(\tau)$ з її Фур'є-образу $F(\omega)$ і задача розв'язана. Слід зауважити, що дана задача відноситься до класу некоректних обернених задач і при практичній реалізації розв'язку (3) необхідно застосовувати методи регуляризації.

Розглянемо деякі випадки різного вигляду $r(\tau)$.

1. Випадок нескінчено широкого рівномірного спектру випромінювання. В цьому разі кореляційна функція являє собою дельта-імпульс $r(\tau)=\delta(\tau)$ і $R_{AB}(\tau)=\delta(\tau)**f(\tau)=f(\tau)$, тобто тривіальний випадок, вимірювана поздовжня кореляційна функція власне і є шуканою $f(\tau)$.

2. Випадок квазімонохроматичного наближення. Тоді $r(\tau) = \cos(\omega_0\tau)$, а $g(\omega) = \delta(\omega_0)$, де ω_0

визначається відношенням бази інтерферометра до довжини хвилі. В результаті застосування (3) можливо визначити тільки одну гармоніку $F(\omega_0)$ для однієї бази на одній частоті – по своїй суті це теорема ван Ціттерта-Церніке. Для відновлення зображення потрібні вимірювання на наборі баз.

3. Випадок, коли $r(\tau)$ – гаусівська крива, тоді $g(\omega)$ теж буде мати форму гаусівської кривої і, чим ширший спектр, то тим далше від центру значення $G(\omega)$ можна ділити на $g(\omega)$ без втрати точності – ілюстрація (еквівалент) обмеження роздільної здатності – вищі просторові частоти несуть інформацію про дрібніші деталі зображення.

4. ВИСНОВКИ

Тоді як задача відновлення зображення на основі поперечної кореляційної функції вимагає переходу до квазімонохроматичного наближення, тобто принципово не є точною, в термінах поздовжньої кореляційної функції можна точно оперувати інформацією в частотному континуумі.

На відміну від вимоги квазімонохроматичності при відновленні радіозображень на основі вимірювання поперечної кореляційної функції, запропонований підхід дозволяє використовувати широкі смуги приймальних трактів. Чим ширший спектр реєстрованого сигналу, тим вищу можна отримати роздільчу здатність і, що особливо важливо в радіоастрономії, тим вищу чутливість. Крім того цей метод вигідний можливістю компенсувати недостатню кількість баз інтерферометрів розширенням частотної смуги прийому. В принципі для відновлення радіозображення достатньо однієї довжини бази при використанні апертурного синтезу за рахунок обертання Землі.

Тому слід очікувати, що методи відновлення зображень на основі поздовжньої кореляційної функції будуть більш стійкі до перекручень та впливу завад, якими так багаті низькочастотні радіодіапазони.

ЛІТЕРАТУРА.

1. Томпсон Р., Моран Дж., Свенсон Дж. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии: Пер. с англ. - М.: Мир, 1989. - 568 с.
2. Кошовий В.В., Лозинський А.Б. Відновлення радіозображень космічних радіоджерел на основі поздовжньої кореляційної функції // Відбір і обробка інформації. - 1998. - №12. - С. 37-41.
3. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин. Введение в статистическую радиофизику и оптику. - М.: Наука, 1981. - 640 с.
4. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии. - М.: Радио и связь, 1989. - 240 с.