# РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ З САМОНАВЧАННЯМ ЗА ДОПОМОГОЮ ДЕТЕРМІНОВАНОЇ ФРАКТАЛЬНОЇ МОДЕЛІ

*Г.М. Востров, М.В. Полякова, В.В. Любченко*
ОДПУ, 65044, Україна, Одеса, пр. Шевченка, 1, (0482) 288-478, (0482) 685-152,
vvl@lmpo.ospu.odessa.ua

У представленій доповіді розглядається такий аспект структурного аналізу як спосіб побудови компонент алгоритмів автоматичної класифікації. Ми пропонуємо в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації використати отримані при рішенні задачі фрактального стиснення сигналу коефіцієнти систем ітерованих функцій.

## 1. ВСТУП

Останнім часом нарівні з Фур'є-аналізом широке поширення отримали методи, засновані на масштабних властивостях відліків часового ряду або його приростів, зокрема, циклічний аналіз, фрактальні методи і вейвлет-аналіз. Це пов'язано з тим, що спектральний аналіз часто використовується для знаходження домінуючих частот часового ряду, що розглядаються як гармонічні сигнали в сумі з випадковим шумом, який, як передбачається, має безперервний спектр. Однак, в реальних даних часто скрутно відділити гладкий сигнал від шуму, отриманим гармонікам не завжди можна дати змістовну інтерпретацію, а шум в реальних даних часто можна охарактеризувати масштабною інваріантністю над деяким інтервалом масштабів.

Однією з часто виникаючих прикладних задач є задача структурного аналізу випадкового процесу, під якою тут мається на увазі задача автоматичної класифікації станів випадкового процесу. У основу структурного аналізу випадкових процесів покладемо припущення, що якщо випадкова величина $x$ на $i$-ом і $j$-ом інтервалах породжується одним і тим же комплексом умов, то відповідні ним два вектори стану відносно деякої метрики в початковому просторі будуть більш близькими, ніж в тому випадку, коли вони породжувалися двома різними комплексами умов. Звідси слідує, що задача структурного аналізу може бути зведена до задачі автоматичної класифікації станів випадкового процесу. У цьому випадку якість результатів, що отримуються, істотно залежить від вибору метрики, формалізації поняття класу і способу побудови компонент алгоритмів автоматичної класифікації.

У даній роботі розвивається останній аспект рішення задачі автоматичної класифікації. Ми пропонуємо використати отримані при рішенні задачі стиснення коефіцієнти систем ітерованих функцій (СІФ) в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації.

При фрактальному стисненні більшість СІФ використовують афіні перетворення. Однак, використання неафіних стискаючих відображень, наприклад, лінійного вейвлет-перетворення [2], дозволило досягнути кращого в порівнянні з афінними якості без істотного погіршення міри стиснення, та, отже, кращої концентрації енергії сигналу. Тому в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації пропонується використати коефіцієнти СІФ на основі вейвлет-розкладання, лінійного або нелінійного.

## 2. ПОБУДОВА СІФ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-МОДЕЛЕЙ

Згідно з теорією фрактального стиснення [1] часовий ряд представляють як фіксовану точку кінцевої множини стискаючих відображень СІФ в просторі непустих компактних підмножин евклідового простору. Часовий ряд розділяють на непересічні блоки, дочірні, і більші за розміром, можливо пересічні, батьківські. Відображення будуються між батьківським блоком після усереднення або децимації його до розмірів дочірнього і дочірніми. Об'єднання цих відображень називають образом. Можливість фрактальної апроксимації влаштовується в теоремі про образ [1], яка виражає реальну помилку декодування в термінах помилки образу (кодування).

У загальному випадку відображення часового ряду у вигляді даних являє собою множину точок вигляду $\{(x_i, F_i)\in R^2, i=0, 1, ..., N_s\}$, де $x_0<x_1<...<x_{N_s}$, $N_s$ $\{(x_i, F_i)\in R^2, i=0, 1, ..., N_s\}$, де $x_0<x_1<...<x_{N_s}$, $N_s$ — кількість відліків. Інтерполяційна функція, відповідна даній множині точок, безперервна функція $f$: $[x_0, x_{N_s}]\to R$ така, що $f(x_i)=F_i$ для $i=0, 1, ..., N_s$. Маючи множину $\{(x_i,F_i)\in R^2, i=0, 1, ..., N_s\}$, можна побудувати СІФ на $R^2$, атрактор якої — графік безперервної функції $f$, яка інтерполює відліки вхідних даних.

Нехай $f$ визначена на відрізку $I=[0,1]$. $f$: $I\to R$, вважаємо, $f\in L^2(I)$. Метричний простір $L^2(I)$ з метрикою $d_{rms}(f,g)=(\int_I (f(x)-g(x))^2 dx)^{1/2}=\|f-g\|_2$, де $f$, $g$ —

елементи простору $L^2(I)$, повне, отже, задовольняє умові принципу стискаючих відображень. Будемо вважати областю значень $f$ інтервал $I$, тому передусім $f$ перетворюємо на [0,1] з використанням афінного перетворення.

Звичайно фрактальний оператор являє собою композицію геометричного перетворення між координатами $x$ і власне фрактальної інтерполяційної функції між значеннями $f$. Согласно теоремі про образ, фрактальний оператор повинен задовольняти умові стисливості, а композиція двох відображень є стискаючим відображенням, якщо кожне вхідне в неї відображення є стискаючим. Тому геометричні перетворення і фрактальна інтерполяційна функція будуються таким чином, щоб вони були стискаючими. Область визначення $f$ розіб'ємо на $M$ неперетинних дочірніх сегментів. Визначимо геометричні перетворення між батьківським і $m$-им дочірнім сегментом $w_m(x)=\alpha_m x+\beta_m$ з параметрами $\alpha_m$, $\beta_m$, $m=1, \ldots, M$, які децимують батьківський сегмент до розміру дочірнього. Щоб $w_m(x)$ були стискаючими, $\alpha_m$ вибираються з (0,1), $m=1, \ldots, M$.

Основні математичні моделі, що використовуються в даній роботі для представлення часового ряду — лінійна і нелінійна вейвлет-моделі. Представлення часового ряду у вигляді

$$f(x)=\sum_{k}<f,\varphi_{j_0,k}>\varphi_{j_0,k}(x)+\sum_{j,k}<f,\psi_{j,k}>\psi_{j,k}(x), \tag{1}$$

будемо називати лінійною вейвлет-моделлю часового ряду. Відмінність нелінійної вейвлет-апроксимації від лінійної полягає в тому, що нелінійна вейвлет-апроксимація являє собою суму тільки тих базисних функцій з розкладання (1), коефіцієнти при яких вносять найбільший внесок в $\|f\|_{L^2}$, тобто мають найбільший модуль [3].

У загальному випадку вейвлет-розкладання містить нескінченне число рівнів (масштабів), яке при практичному застосуванні повинне бути обмежене. Нехай $j_0$ та $j_{max}$ — мінімальний і максимальний рівні вейвлет-апроксимації. Зазначимо, що в основу запропонованої фрактальної інтерполяційної функції належить розкладання по ортонормованому вейвлет-базису $\{e_n\}$ на $R$. Для того, щоб визначити, які функції базису будуть мати ненульові коефіцієнти в розкладанні, необхідно знати область визначення $f$. При виборі у якості області визначення сегмента $I$ ненульові коефіцієнти будуть мати тільки елементи базису, що належать множині $S=\{e_n: \mathrm{supp}(e_n)\cap(0,1)\neq 0\}$. Тут під supp розуміється носій, у разі вибору вейвлет-базису з компактним носієм, та $\delta$-носій, у разі вибору вейвлет-базису з швидким розпадом. В дослідженні використовувалися вейвлети Добеші з мінімальною фазою 2-го і 3-го порядків [4]. В цьому випадку $S=\{\varphi_{j_0,k}: -2n+2\leq k\leq 2^{j_0}-1\}\cup\{\psi_{j,k}: j_0\leq j\leq j_{max}, -2n+2\leq k\leq 2^j-1\}$, где $n$ — порядок вейвлету, функції $\varphi_{j_0,k}$ та $\psi_{j,k}$ отримані з стандартної скейлінгової функції $\varphi$ і вейвлет-функції $\psi$ з використанням співвідношення $f_{j,k}=2^{j/2}f(2^j\ .\ -k)$ [4]. Як фрактальну інтерполяційну функцію $T_m$, $m=1, \ldots, M$, для $g\in L^2(I)$ можна використати одну з апроксимацій

$$T_m(g(x))=\sum_{k}\alpha_{j_0,k}\varphi_{j_0,k}(g(x)), \tag{2}$$

$$T_m(g(x))=\sum_{k\in E_N}\alpha_{j_0,k}\varphi_{j_0,k}(g(x))+\sum_{k\in E_N}\beta_{j,k}\psi_{j,k}(g(x)), \tag{3}$$

де (2) — СІФ на основі лінійної вейвлет-апроксимації скейлінговими функціями [2];

(3) — СІФ на основі нелінійної вейвлет-апроксимації [5];

$E_N$ — множина індексів $N$ найбільших по модулю коефіцієнтів в розкладанні по вейвлет-базису.

Нехай

$$\tilde{g}_m(x)=g(w_m^{-1}(x))\,\chi_{A_m}(x) \text{ и } g_m(x)=g(x)\,\chi_{A_m}(x),$$

де $A_m$ — $m$-ий дочірній сегмент, $m=1, \ldots, M;$

$\tilde{g}_m$ — $g$ після геометричного перетворення (децимації) з носієм $A_m$;

$g_m$ — обмеження $g$ до $A_m$;

$\chi_A(x)$ — характеристична функція множини $A$.

Тоді оператор $T(g(x))=\sum_{m=1}^{M}T_m(\tilde{g}(x))$ — апроксимація функції $g$, що дає множину відповідних коефіцієнтів стискаючого оператора $T$. Коеффіцієнти фрактальної інтерполяційної функції будемо шукати шляхом мінімізації $d(g,T(g))$, де $d$ — метрика (наприклад, $d_{rms}$), при умові, що $T(g)$ — оператор стиснення (щоб задовольнити теоремі про образ [1]). Цю задачу можна звести до задачі знаходження коефіцієнтів функції $T_m(g)$ шляхом мінімізації $d(g,T_m(g))$ по відношенню до відповідних параметрів при умові стисливості оператора $T_m$.

Отримані коефіцієнти фрактальної інтерполяційної функції пропонується використати в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації при рішенні прикладних задач.

# 3. АВТОМАТИЧНЕ РОЗДІЛЕННЯ СИГНАЛУ ПРО СТАН МОРСЬКОЇ ПОВЕРХНІ

## 3.1. Опис об'єкта дослідження і початкових даних

У цей час основним способом отримання інформації про стан морської середи є використання методів радіолокації. У проведеному дослідженні використовувалися дані, сформовані в двовимірний (дальність, час (азимут)) масив комплексних огинаючих (квадратурних сигналів) адитивної суміші відображень від об'єктів, що досліджуються, які залежать від метеорологічних умов і параметрів радіолокаційних сигналів.

Метою розділення такого радіолокаційного сигналу про стан морської поверхні є виявлення формацій, характерних для об'єктів, що розрізнюються. Характерною особливістю радіолокаційний портрета є та обставина, що доступна для спостереження інформація реєструється одночасно по декількох каналах і може бути представлена лише у вигляді багатомірний експериментальної кривої. Структурні особливості радіолокаційний портрета як багатомірної кривої відображають положення кордонів між окремими об'єктами морської поверхні. У процесі обробки сигналу ми будемо спиратися на два основних припущення.

Перше полягає в тому, що залежність між потоками випадкових подій на окремих компонентах багатомірної кривої найбільш яскраво виражена на сусідніх компонентах і слабшає по мірі збільшення абсолютної величини різниці їх індексів. Друге припущення торкається характеру реакції кожної компоненти на чергову подію. Ми обмежимося тут найпростішою моделлю реакції на подію, розглядаючи кожну криву в інтервалі між двома подіями як однорідні випадкові процеси, зв'язуючи характер коливань з подією, що відкриває інтервал. Якщо умовно інтерпретувати значення сигналу як яскравість відповідних пікселів площини, то прийняті припущення дозволяють розглядати експериментальну криву як плоске зображення огинаючих відображених сигналів з кольоровим кодуванням амплітуди або фази.

Вейвлет-аналіз на площині досить складений як з математичної точки зору, так і з точки зору обчислювальної реалізації. Тому можна використати підхід, заснований на розгляді кожної радіолокаційної траси. Однак необхідно враховувати і наявність поперечної залежності відліків від комплексів умов, що визначають події. Тому виникає необхідність у використанні спеціальних механізмів, що дозволяють розглядати всі радіолокаційний траси одночасно. Один з можливих варіантів рішення — використання методів перетворення двовимірних полів даних в одновимірні. Якщо прочитати радіолокаційний портрет в ОЗП ЕОМ інформаційно-вимірювальної системи з файла в порядку зростання адресу, то буде отримана телевізійна розгортка по дальності. Тому при реалізації алгоритму розділення сигналу будемо використати розгортку цього типу.

## 3.2. Перевірка адекватності моделі реальним даним

Алгоритми фрактального стиснення засновуються при використанні довгострокових кореляцій між відліками сигналу. У контексті фрактального стиснення ці кореляції являють собою часткові самоподібності (можливо, узагальнені), які виникають через те, що фрагменти початкового сигналу можуть бути знайдені з використанням функціональної залежності між відліками цього сигналу. Відомо, що у разі хаотичної динаміки, коли можлива фрактальна апроксимація процесу, кореляції всередині процесу приводять до того, що експериментальна вибірка формує деяку множину розмірності меншої, ніж розмірність всього початкового простору. На цих фактах побудоване визначення фрактальної і інформаційної розмірності, що описує властивість масштабної інваріантності моменту першого порядку для приростів випадкового процесу

$$\mathrm{E}[|X(t,\Delta t)|^q]=c(q)\,\Delta t^{\tau(q)+1},$$

де $X(t)$ — початковий випадковий процес на інтервалі $[0,T]$, $X(t,\Delta t)=X(t+\Delta t)-X(t)$, $q$ вибирається з околиці одиниці.

Якщо дані задовольняють наступним вимогам: прирости стаціонарні і задовольняють властивості масштабної інваріантності принаймні для моменту першого порядку, то вони можуть бути описані за допомогою стохастичної фрактальної моделі, перевірка адекватності якої описується в [6]. Таким чином, для того, щоб можна було виконати фрактальну апроксимацію процесу, він повинен задовольняти вимогам стохастичної фрактальної моделі принаймні першого порядку. Отже, виходячи з цих емпіричних міркувань, перевірка адекватності детермінованих фрактальних моделей алгоритмів фрактального стиснення може бути виконана за допомогою процедури перевірки адекватності стохастичної фрактальної моделі для моменту першого порядку. Приведемо її короткий опис. Передбачаючи, що початковий випадковий процес $X(t)$ заданий на інтервалі $[0,T]$, розділимо його на $N$ інтервалів довжини $\Delta t$ і обчислимо

$$\mathrm{S_q}(\mathrm{T},\Delta t)=\sum_{i=0}^{N-1}|X(i\Delta t,\Delta t)\Delta t|^q\,. \qquad (4)$$

Щоб перевірити (4), будуємо графіки залежності $\log S_q(T,\Delta t)$ від $\log\Delta t$ для різних $q$ з околиці одиниці. Наприклад, ми вибирали $q$ з інтервалу [0.5, 1.5] з кроком 0.2. Лінійність цих графіків для різних $q$ і є тестом адекватності моделі. В нашому дослідженні лінійність оцінювалася за допомогою коефіцієнта детермінації. Для даних, що використовуються, він виявився в межах 0.87 — 0.99, що свідчить про адекватність моделі початковим даним.

## 3.3. Побудова компонент алгоритмів класифікації

Для рішення задачі автоматичного розділення сигналу про стан морської поверхні необхідно передусім виконати сегментацію сигналу на однорідні сегменти. Особливості в рішенні визначаються тим, що, по-перше, початкові дані представлені у вигляді векторної експериментальної кривої, і, по-друге, результат представляє матрицю (а не вектор) сегментації. Це приводить до необхідності введення підготовчого і заключного етапів. На підготовчому етапі виконується перетворення двовимірного радіолокаційного портрету в одновимірну експериментальну криву. На заключному етапі вектор сегментації перетворюється в двовимірну матрицю. Відомо, що експериментальна крива являє собою нестаціонарний процес, що повільно міняється. Оскільки часто зустрічаємою особливістю сигналу є короткочасні високочастотні сплески (списи), найбільш ефективним на наш погляд для сегментації даних буде використання модифікації вейвлет-методу виявлення змін властивостей, описаної нами в [7]. Основна ідея методу полягає в застосуванні порога в процентах від початкової дисперсії сигналу до коефіцієнтів дискретного вейвлет-перетворення.

Перевага віддається вейвлет-методам виявлення змін виходячи з наступних міркувань. При використанні в основі фрактального оператора вейвлет-апроксимації для задоволення умовам стисливості [2,5] бажано, щоб значущих вейвлет-коефіцієнтів в розкладанні було як можна менше і вони були невеликими по абсолютній величині. Отже, відліки одного інтервалу сегментації повинні бути однорідними, оскільки якщо інтервал включає в себе особливість, з'явиться велике число значущих коефіцієнтів, які будуть нести інформацію про цю особливість. Таким чином, ефективне кодування при використанні вейвлет-моделей досягається у разі однорідності даних.

Вейвлет-методи визначення моментів зміни властивостей допускають швидкі обчислювальні алгоритми і є адаптивними. Вони володіють також деякою універсальністю, дозволяючи виявляти зміни декількох характеристик одночасно при досить загальних припущеннях відносно властивостей випадкового процесу, а також добре реагують на несподівані сінгулярності. Саме такими властивостями повинен володіти алгоритм сегментації часового ряду при рішенні задачі фрактального аналізу.

Внаслідок застосування вейвлет-методів визначення моментів зміни властивостей віипадкового процесу отримуємо сегментацію сигналу на однорідні дільниці різної довжини. Якщо використати в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації безпосередньо ці сегменти, це приведе до необхідності виконувати класифікацію в просторі змінної метрики. Щоб цього уникнути, в якості компонент алгоритмів класифікації можна використати коефіцієнти фрактальних інтерполяційних функцій на основі лінійної або нелінійної вейвлет-апроксимації. Побудова фрактальної інтерполяційної функції детально розглядається в [2,5] і стисло характеризувалася у другому розділі. Кількість коефіцієнтів фрактальних інтерполяційних функцій для сегментів різної довжини буде однаковою, якщо використати для кожного сегмента одні і ті к рівні вейвлет-апроксимації. У разі нелінійної вейвлет-апроксимації коефіцієнти функцій, що не входять в розкладання, покладаються рівними нулю. Отримані вектора коефіцієнтів, що характеризують кожний сегмент часового ряду, класифікуємо відомими методами. Ми використали, наприклад, спочатку алгоритм "Спектр" для попередньої класифікації, а потім відомий алгоритм *k*-середніх [8].

# 4. ВИСНОВКИ

Застосування запропонованого підходу до радіолокаційних даних про стан морської поверхні підтвердило його працездатність на реальних даних, однак, нами отримані поки тільки попередні результати, запропоновані алгоритми вимагають подальшого дослідження. Основними подальшими напрямами досліджень можуть стати методи перевірки адекватності реальних даних фрактальної моделі, а також інтерпретація результатів класифікації.

# ЛІТЕРАТУРА

1. Barnsley M., Fractals Everywhere, Academic Press, Boston, 1988.
2. Saeed Asgari, Nguyen T.Q., Sethares W.A. Wavelet-based approach to fractal image compression. //Proceeding of NORSIG. 1996. P. 323 326.
3. Cohen A., D'Ales J.-P., "Nonlinear approximation of random functions", SIAM J. Appl. Math., vol. 57, pp.518-540, April 1997.
4. Daubechies I., Ten Lectures on Wavelets, Philadelphia, PA: SIAM Press, 1992.
5. Вострое Г.Н., Полякова М.В., Любченко В.В. Фрактальное сжатие одномерных временных рядов с использованием нелинейной вейвлет-аппроксимации // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одеса, 1999. — Вип. 3. — С. 194 —198.
6. Davis A., Marshak A., Wiscombe W. Wavelet-based multifractal analysis of non-stationary and/or intermittent geophysical signals //Wavelets in Geophysics, Efi Foufoula, Praveen Kumar (eds.): Academic Press, August, 1994. — P. 249 — 298.
7. Полякова М.В., Любченко В.В. Структурный анализ временных рядов со скачками среднего значения //Оптимизация управления, информационные системы и компьютерные технологии: Труды Украинской академии экономической кибернетики (Южный научный центр). — Київ-Одеса: ИСЦ, 1999. — Вип.1. — Ч.1. — С. 174 — 179.
8. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. - М.: Финанси та статистіка, 1985. – 487с.