

# REMOVAL OF IMPULSE BURSTS IN RADAR IMAGES

Pertti T. Koivisto<sup>†</sup>, Vladimir V. Lukin<sup>‡</sup>, Vladimir P. Melnik<sup>‡</sup>, Oleg V. Tsymbal<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>Signal Processing Laboratory, Tampere University of Technology  
P.O.Box-553, FIN-33101, Tampere, FINLAND, Tel. +358 3 365 3860,  
Fax +358 3 365 3857, E-mail: peko@cs.tut.fi, melnik@cs.tut.fi

<sup>‡</sup>Dept 504, State Aerospace University (Kharkov Aviation Institute)  
17 Chkalova Street, 61070, Kharkov, UKRAINE,  
Tel/fax + 38 0572 441186, E-mail: lukin@mmds.kharkov.ua

## ABSTRACT

The characteristics of impulse bursts in radar images are analyzed and methods for the removal of the bursts are discussed. As a case study, soft morphological filters utilizing a training-based optimization scheme are used for the noise removal. It is shown that the methods used can provide an effective removal of impulse bursts even if two neighboring rows of an image are corrupted. At the same time the multiplicative noise in images is also suppressed together with good edge and detail preservation. Numerical simulation results as well as examples of real radar images are presented.

## 1. INTRODUCTION

Remote sensing radar images are usually formed on board of an aircraft or spaceborne carrier where a radar antenna and primary signal processing devices are installed [1]. Then, the formed image is usually transferred to one or few on-land remote sensing data processing centers, where the image is subject to visualization, analysis, filtering, interpretation, etc. For transferring the remote sensing data, the standard or special communication channels are used and, since images are often encoded and then decoded, impulsive noise may be observed in images [2, 3].

In many practical situations the probability of spikes is low and two or more neighboring pixels are very seldom corrupted by impulsive noise. In other words, the spikes possess approximately spatially invariant characteristic [3]. Many efficient and robust filtering algorithms have been already proposed to remove spikes that fulfill the aforementioned model assumptions [3-5]. However, these assumptions are not valid in some practical situations.

In particular, the interference can be long term and so intensive that it corrupts several consecutive image pixels in one or more rows following each other. Such situations may happen, e.g., if the receiver input and circuitry are not well protected against intensive interference or if in the neighborhood of the remote sensing data processing center there are some electromagnetic

wave irradiation sources operating in the frequency band which overlaps with communication channel wave band. Real life illustrations of what happens in this case with radar images are presented below. (In this paper, we assume that images are transferred rowwise. Naturally, similar methods can also be applied if images are transferred columnwise.)

In paper [6], Koivisto *et. al.* have shown that training-based optimized soft morphological filters are able to remove line-type noise well enough. For example, the obtained filters could remove line-type noise with horizontal or almost horizontal orientations. As this noise in a certain sense corresponds to the impulse bursts that we have in the considered case, it is reasonable to expect that soft morphological filters being trained for the removal of impulse bursts are able to perform well for radar image recovery.

However, there are also some differences between the task considered here and the design task studied in the reference [6]. First, the impulse bursts differ from the line-type noise since the former one has more complicated and random behavior. Second, the radar images are characterized by the presence of multiplicative noise. Hence, the training task is now much more complicated.

In this paper, we analyze the properties of impulse bursts in radar images and propose a model for this noise. The model also takes into consideration the multiplicative noise present in radar images. This model is then used in the training and optimization of soft morphological filters. Different approaches for the training are discussed. The test data and real radar image examples are presented.

## 2. PROPERTIES AND MODEL OF IMPULSE BURSTS IN RADAR IMAGES

To get an idea what the impulse bursts are, let us first analyze a radar image that was received by the Center of Earth Remote Sensing (Kharkov, Ukraine) via telecommunication channel from Ukrainian satellite "Sich-1." A 256x219 part of the radar image is presented in Fig. 1a. It can be seen that several fragments

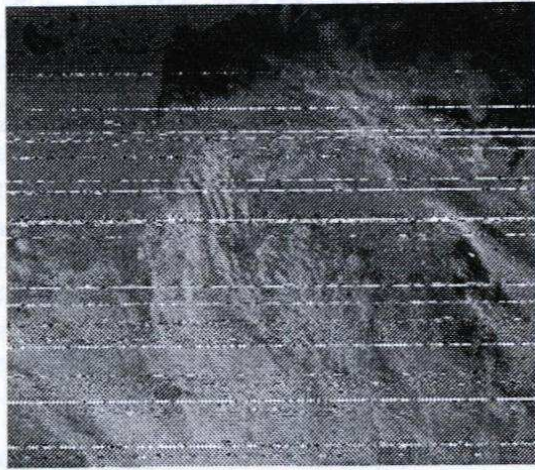


Fig. 1. (a) A part of the original radar image and (b) the part filtered by the proposed soft morphological filter (see text).

in many rows are corrupted by impulse bursts, and the lengths of such fragments are rather different. Moreover, sometimes such fragments occur in two consecutive rows. It can also be observed visually that in some pixels of the considered fragments the values are maximal (i.e., 255 in the 8-bit representation used) while some pixel values differ from 255 but still remain "impulsive" with respect to the values that can be predicted for the radar image from its local analysis.

As we use training-based design method, we need a corrupted and a true (desired) training image. Since it is impossible to have such uncorrupted real radar image, artificial test images must be used.

In order to make an adequate model of a test radar image, we studied the properties of the real image in more details. First, the percentage of pixels corrupted by impulse bursts was calculated. The percentage was approximately 5%. Then, the statistical characteristics of burst lengths were estimated. Finally, the behavior of the bursts was studied row by row for the rows containing bursts. It was found that the mean of the burst fragment values was approximately 180, the bursts contained a quasisinusoidal component and a noisy component. Besides, cut-off effects were observed, that is, there may be several pixels in a row having values equal to 255. The multiplicative noise is also present in the real radar image. The probability density function of this noise is Gaussian with 1 as the mean. The evaluated relative variance is approximately 0.05.

All aforementioned properties of the impulse bursts and the multiplicative noise have been taken into account when generating the noise model for the test image. Since images are transferred as one-dimensional arrays the noise model is also presented for one-dimensional array. More precisely, our noise model is now the following.

First, a Markov-chain with two states is used to determine which samples belong to impulse bursts. The

transition probability from "no-burst-state" to "burst-state" is  $p$  and the transition probability from "burst-state" to "no-burst-state" is  $q$ .

If a sample does not belong to an impulse burst then it is corrupted by the aforementioned multiplicative noise in the usual way. On the other hand, if a sample belongs to an impulse burst then the (corrupted) sample value  $f_j$  is obtained using the formula

$$f_j = \text{round}\{\alpha + \beta \sin[(j-k)\omega + \varphi_k] + \xi_j\},$$

where  $k$  denotes the index of the leftmost sample in the burst in question,  $\alpha$  is the average level of impulsive noise,  $\beta$  and  $\omega$  are the amplitude and frequency of the harmonic component of the burst, respectively,  $\varphi_k$  denotes the phase of the harmonic component of the burst, and  $\xi_j$  is the fluctuating noise component of the burst. The phase  $\varphi_k \in ]-\pi, \pi]$  is a random variable with uniform distribution and the noise component  $\xi_j$  is a random variable with Gaussian probability density function with zero mean and standard deviation  $\sigma$ . Hence,  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $\omega$  are common to all bursts,  $\varphi_k$  is common to all pixels in some burst, and  $\xi_j$  varies from pixel to pixel. Rounding is to the nearest non-negative integer less than or equal to 255.

A test image of size 256x256 corrupted by multiplicative noise and impulse burst is presented in Fig. 2a. The estimated parameter values for the noise model were  $p = 0.9993$ ,  $q = 0.989$ ,  $\alpha = 200$ ,  $\beta = 80$ ,  $\omega = 0.7$ , and  $\sigma = 30$ . Then, the percentage of the pixels belonging to the bursts was approximately 5%. The test image contains homogeneous regions, large size objects with different shapes, and small size objects also having different shapes, contrasts and orientations. Besides this noisy test image, we used a noise free test image, a test image corrupted by multiplicative noise only, a test image corrupted by impulse bursts only, and a test image corrupted by impulse burst and negative impulsive noise (i.e., here spikes with amplitude 0). Those test images

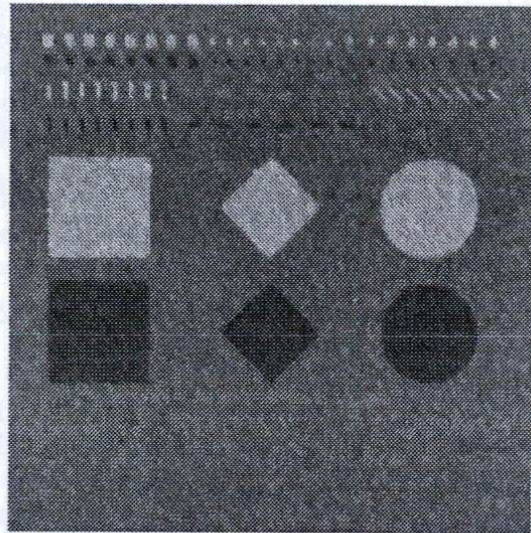
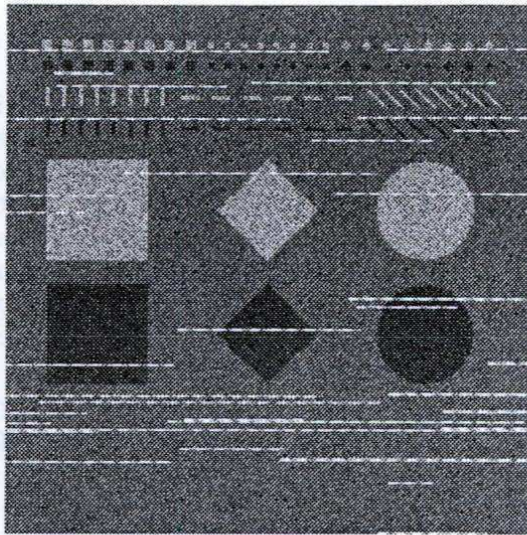


Fig. 2. (a) Original test image with multiplicative noise and impulse bursts and (b) its filtered counterpart (see text).

were needed to study different approaches to the training of the soft morphological filters (see Section 4).

Our desire was also to check whether the soft morphological filters destroy many details while removing the impulse bursts. By comparing the images in Fig. 1a and Fig. 2a, one can see that the structure and general properties of the images are similar enough also for this purpose.

### 3. SOFT MORPHOLOGICAL FILTERS

Soft morphological filters [7] form a class of stack filters and were introduced to improve the behavior of standard flat morphological filters in noisy conditions. They have many desirable properties, e.g., they can be designed to preserve details well [8]. In addition, they are suitable for impulsive or heavy-tailed noise.

The two basic soft morphological operations are *soft erosion* and *soft dilation*. Based on these operations, two compound operations, *soft opening* and *soft closing*, can be defined in the usual way. As we consider in this paper images only, the definitions are also given in two-dimensional signal space.

**Definition 1.** The *structuring system*  $[B, A, r]$  consists of three parameters, finite sets  $A$  and  $B$ ,  $A \subseteq B \neq \emptyset$ , in  $\mathbf{Z}^2$  and an integer  $r$  satisfying  $1 \leq r \leq \max\{1, |B \setminus A|\}$ . The set  $B$  is called the *structuring set*,  $A$  its (hard) *center*,  $B \setminus A$  its (soft) *boundary*, and  $r$  the *order index* of its center or the *repetition parameter*.

The *translated set*  $T_x$ , where the set  $T$  is translated by  $x$ ,  $x \in \mathbf{Z}^2$ , is defined by  $T_x = \{x+t : t \in T\}$ . A *multiset* is a collection of objects, where the repetition of objects is allowed. For example,  $\{1, 1, 1, 2, 3, 3\} = \{3 \diamond 1, 2 \diamond 2, 3 \diamond 3\}$  is a multiset.

Soft morphological operations transform a signal  $f: \mathbf{Z}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  to another signal by the following rules.

**Definition 2.** The *soft erosion (soft dilation)* of  $f$  by the structuring system  $[B, A, r]$  is denoted by  $f \ominus [B, A, r]$  ( $f \oplus [B, A, r]$ ), where  $f \ominus [B, A, r](t)$  ( $f \oplus [B, A, r](t)$ ) is the  $r$ 'th smallest (largest) value of the multiset  $\{r \diamond f(a) : a \in A_i\} \cup \{f(b) : b \in (B \setminus A)_i\}$ .

A *finite composition* of length  $p$  of basic soft morphological operations is simply a sequence of  $p$  soft erosions and/or dilations, where each operation can have different structuring system. Naturally, each operation is applied to the result of the previous operation in the sequence.

### 4. OPTIMIZATION

Although there are no analytical criteria for deciding which soft morphological operation (and with which parameters) is the best for some situation, a suitable operation sequence and its parameters can be found using supervised learning methods, e.g., simulated annealing and genetic algorithms [6]. Of course, some training set, for which the desired output is known, is needed.

The optimization methods presented in [6] allow one to handle the impulse bursts in several ways. First, it is possible to search the optimal filter using the noise-free test image as the target image and the image corrupted by impulse bursts and multiplicative (or negative impulsive) noise as the source image.

Another possibility is to use structural constraints, in which case the target image is the noise-free image and the source image is the image corrupted by multiplicative noise. The impulse bursts are presented as constraints and the optimal filter is sought, provided that the impulse bursts are removed (totally or at least to some extent).

A third possibility is to optimize the soft morphological operations to remove impulse bursts only. Then, at the second stage, the multiplicative noise can be sup-

pressed by some conventional technique suited for this purpose [4, 5]. In this case the target image is the image corrupted by multiplicative noise and the source image is the image corrupted by impulse bursts and multiplicative noise. However, this third possibility is not studied in this paper but it is left as a topic for future research.

As the error criterion, it is possible to use any criterion that can be calculated using two images as parameters. In this paper, we have used the *mean absolute error* (MAE) and the *mean square error* (MSE).

## 5. EXPERIMENTAL RESULTS

The experimental tests in this paper are based on the following test case. The training image pairs are the ones discussed in Sections 2 and 4. The application image is the one shown in Fig. 1a. In each case the optimal composite soft operation of length 2 were sought with overall dimensions 3x3, 3x5 (i.e., 3 columns and 5 rows), and 5x5 (i.e., the structuring sets were inside the 3x3, 3x5, and 5x5 rectangles). The length two was selected since now our noisy image contains both positive and negative impulsive noise and a single soft operation is not able to remove two-sided noise. On the other hand, as the experiments showed, two consecutive soft operations are already powerful enough for our purposes.

When the 3x3 window was used, the optimal filters were not able to remove impulse bursts sufficiently. On the other hand, the filters optimal inside the 3x5 and 5x5 windows were already able to remove almost all of the bursts. Hence, the quality of these filters depended on their ability to remove multiplicative noise and preserve details.

The optimal filter sequence was usually soft erosion followed by soft dilation. This is also natural since the noise was mostly positive. However, the results achieved by the optimal soft openings (i.e., the soft erosion followed by the soft dilation with the symmetric structuring set) were usually almost as good as those achieved with the optimal composite soft operations of length 2. This is important since the optimization of soft openings is much easier than the optimization of composite soft operations of length 2.

The error criterion used (i.e., the MAE or the MSE) did not seem to have crucial effect in the optimization. However, the filters optimized under the MSE produced visually better results although, in general, the differences were small.

When comparing the optimization schemes, we noticed that visually the best results were achieved with the noise-free test image as the target image and the image corrupted by impulse bursts and multiplicative (or negative impulsive) noise as the source image. The results obtained using structural constraints were not as good but, however, of good quality. Moreover, there did not seem to be much difference between the cases in

which multiplicative or negative impulsive noise was used together with impulse bursts.

As an example of the results of the method, Fig. 1b and Fig. 2b show two images that are filtered by the found optimal filters (the same filter sequence in both cases). The optimal filter sequence is soft erosion followed by soft dilation and the sequence was found under the MSE and inside the 3x5 window. The target image was the noise-free test image and the source image was the test image corrupted by impulse bursts and multiplicative noise (i.e., the image in Fig. 2a). As can be seen, the image in Fig. 2b is a little blurred and some small, especially horizontal, details are lost. However, all impulse bursts are removed. The same also holds for the radar image in Fig. 1b; impulse bursts have disappeared and small distortion has appeared.

## 6. CONCLUSION

The characteristics of impulse bursts in radar images were analyzed and a method for the removal of the bursts was discussed. It was shown through experiments that the presented method can remove impulse bursts and multiplicative noise with efficiency and at the same time preserve details well. Although our test case was quite limited the method can easily be applied to other cases as well.

## REFERENCES

- [1] *Remote Sensing Digital Image Analysis. An Introduction*, Edited by J.A. Richards, Springer Verlag, Berlin, 1994.
- [2] K.-H. Szekiolda, *Satellite Monitoring of the Earth*, Wiley, New York, 1989.
- [3] J. Astola and P. Kuosmanen, *Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering*, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1997.
- [4] I. Pitas and A.N. Venetsanopoulos, *Nonlinear Digital Filters: Principles and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1990.
- [5] V.P. Melnik, *Nonlinear Locally Adaptive Techniques for Image Filtering and Restoration in Mixed Noise Environment*, Dr. Tech. Thesis, Tampere University of Technology, Tampere, Finland, March 2000.
- [6] P. Koivisto, H. Huttunen, and P. Kuosmanen, "Training Based Optimization of Soft Morphological Filters," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 5, pp. 300-322, June 1996.
- [7] L. Koskinen and J. Astola, "Soft morphological filters: A robust morphological filtering method," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 3, pp. 60-70, January 1994.
- [8] P. Kuosmanen and J. Astola, "Soft morphological filtering," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 5, pp. 231-262, September 1995.

# ВИБІР ВЕЙВЛЕТУ ТА АНАЛІЗ ВПЛИВУ СТЕПЕНІ РЕГУЛЯРНОСТІ БІОРТОГОНАЛЬНИХ ФІЛЬТРІВ, ПОБУДОВАНИХ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ПОЛЮСІВ, ДЛЯ СТИСКУ ЗОБРАЖЕНЬ

*Олексій Коваль, Богдан Русин*

Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України

2906016 м. Львів, вул. Наукова 5, тел. (0322) 65-45-30, e-mail: dep32@ah.ipm.lviv.ua

Обґрунтовується вибір типу вейвлета, пропонується метод оцінки його ефективності для задач компресії зображень та аналізується вплив степені регулярності вейвлетоутворюючих фільтрів на якість стиску.

## 1. ВСТУП

Проблема ефективного зберігання візуальної інформації існує в багатьох галузях науки і техніки, починаючи від неруйнівного контролю, баз даних охоронних систем, матеріалознавства і закінчуючи медичною томографією.

Розв'язок цієї проблеми шукався у наступних напрямках:

- побудові алгоритмів та систем за безвартим принципом, для яких характерна відсутність втрат якості відтвореного зображення у порівнянні з оригіналом;

- розробці алгоритмів та системи компресії із втратами, яким притаманне внесення спотворень в процесі відновлення стиснутого зображення.

- комбінованому підході, який використовує моделювання зображення та врахування втрат, внесених моделлю у порівнянні з вхідними даними.

Останній є найбільш перспективним, оскільки не тільки дозволяє досягати підвищеної степені якості відтвореного зображення, але й передбачає можливість стиску без втрат її з ефективністю, яка є для такого типу компресії найвищою [7].

## 2. ВИБІР ВЕЙВЛЕТА

Очевидно, що ефективність всього процесу стиску при таких методах в значній мірі визначається вибором моделі опису зображення.

Якщо припустити, що воно представляється у вигляді кусково-гладкої функції, то, існує можливість застосування кусково-поліноміальної моделі. Вейвлетне перетворення є реалізацією такого підходу, причому при апроксимації використовується мала кількість базисних елементів.

Вибір вейвлета для застосування в задачах стиску зображень є актуальною на сьогодні проблемою [1].

Перш за все варто відмітити, що з точки зору специфіки задачі, що розглядається, бажаною є наявність у вейвлета наступних властивостей [4]:

- ортогональність, яка забезпечує найкращу апроксимацію даних, які перетворюються в сенсі  $L_2$ ;

- наявність осі симетрії базисної функції, що забезпечить відсутність фазових спотворень, внесених при перетворенні;

- обмежена область визначення вейвлета, що зробить скінченим границі сумування при реалізації дискретної версії вейвлетного перетворення;

- наявність в імпульсній характеристиці фільтрів, що генерує вейвлет, цілочисельних коефіцієнтів, що спрощує реалізацію перетворення.

Оскільки всі властивості, крім першої, можуть бути отримані у випадку біортогонального вейвлетного перетворення, то, переважно, саме цей тип вейвлетів на сьогодні є таким, що найбільш широко застосовується в області стиску зображень.

Виходячи з того, що існує достатньо велика кількість вейвлетів такого типу, причому постійно зростаюча (зокрема, розроблені згідно [8,9] пари біортогональних фільтрів), то проблема оцінки ефективності застосування того чи іншого з них до стиску зображень є достатньо складною.

В роботі [6] пропонується визначати ефективність застосування біортогональних вейвлетів для компресії зображень на основі аналізу імпульсної та перехідної характеристики лінійної, неінваріантної до зсуву системи, якою моделюється процес дискретного біортогонального вейвлетного перетворення, відновлення вхідних даних при невеликій кількості кроків аналізу-синтезу та неврахуванні детальної інформації.

В якості характеристики використовується мінімальне співвідношення між центральним та першим боковим пелостком імпульсної характеристики системи та середнє значення другого піка перехідної характеристики. Мала величина першого парметра та велике значення другого приводить до появи артефактів при відновленні.

Для перевірки адекватності розробленого критерію пропонується використати алгоритм стиску, який включає трирівневе вейвлетне перетво-

рення, адаптивне квантування отриманих коефіцієнтів та кодування результатів квантування методами RLC та методом Хафмана.

На основі розробленої методики та цього алгоритму стиску авторами [6] вибрано шість найкращих з їхньої точки зору пар біортогональних фільтрів.

Як відзначається в [1], використана в [6] методика квантування є неефективною для випадку біортогонального вейвлетного перетворення.

Також відомі спроби характеристики якості фільтрів для задач компресії, зокрема, на основі степені їх регулярності [2,3].

Існує думка, що однозначного зв'язку між степінню регулярності та якістю відновленого зображення на сьогодні ще не встановлено [5].

В даній роботі буде зроблено спробу проаналізувати вплив регулярності фільтрів, побудованих на основі методики, приведеної в [8,9], на якість відновленого зображення.

### 3. МЕТОДИКА ПОБУДОВИ ФІЛЬТРІВ

В [8,9] представлено методику та результати побудови біортогональних вейвлетів на основі теорії полюсів [10].

Вона полягає в наступному:

- побудові інтерполяційного виразу на основі теорії полюсів, вагові коефіцієнти якого з точки зору теорії сигналів можуть бути розглянуті як відліки імпульсної характеристики деякого фільтра нижніх частот;

- обрахунку імпульсної характеристики дуального низькочастотного фільтра з використанням відомого з теорії банків фільтрів ідеального відновлення обмеження [6]:

$$H_0(z)H_1(-z) - H_0(-z)H_1(z) = P(z) - P(-z) = c \cdot z^{-(2l-1)}$$

де  $H_0(z), H_1(-z)$  -  $z$ -образи низькочастотних фільтрів аналізу та синтезу,  $l \in Z$ .

- аналізі границі збіжності імпульсної характеристики еквівалентного фільтра, який утворюється в результаті застосування каскадного алгоритму до одного з низькочастотних фільтрів.

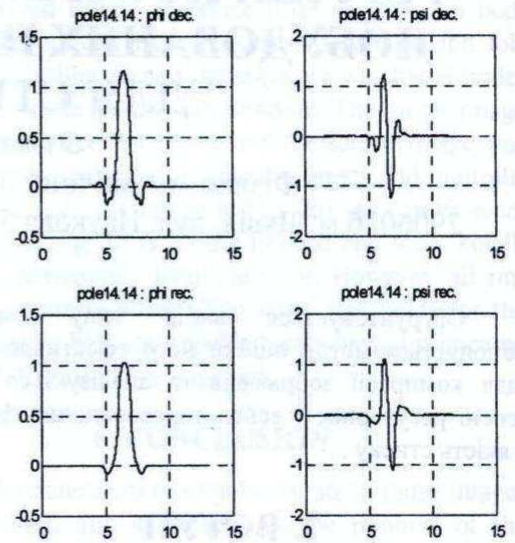
У випадку існування негладкої границі застосовується процедура підвищення регулярності, яка полягає у збільшенні в функції  $H(z)$  ( $z$ -образ імпульсної характеристики того фільтра, який утворює еквівалентний фільтр без гладкої границі) кількості нулів в точці  $z = -1$ . В цьому випадку виникає повторна необхідність визначення імпульсної характеристики другого фільтра за згаданою вище методикою.

Оцінка степені гладкості отриманих граничних функцій проводилась згідно з розробленим в [2,3] підходом, що ґрунтується на визначенні регулярності Хелдера.

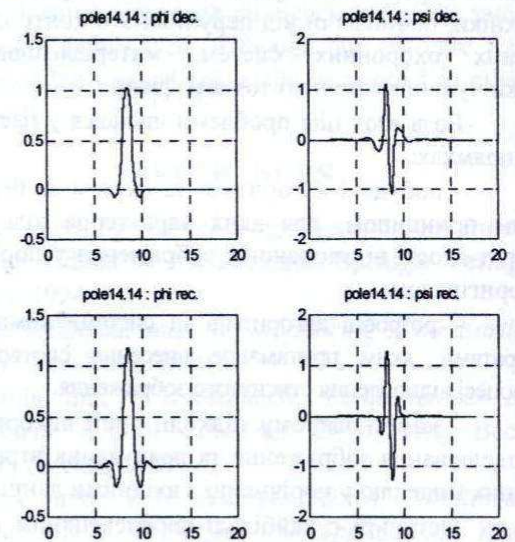
Тобто, дана методика дозволяє гнучко змінювати степінь регулярності в залежності від умов по-

ставленої задачі.

Результати застосування представленого підходу подані на рис. 1, а.



а)



б)

Рис. 1. Вигляд  $\phi, \psi, \tilde{\phi}, \tilde{\psi}$  - функцій для отриманої в [9] та скоректованої пари фільтрів (позиції, відповідно, 7 та 8 в табл.1).

### 4. МЕТОД ОЦІНКИ

Оскільки результати квантування суттєво впливають на ефективність алгоритма в цілому, то пропонується ефективність застосування біортогонального базису для компресії зображень аналізувати на основі тривіневого вейвлетного перетворення зображення із подальшим його відновленням при умові рівності нулю всіх детальних коефіцієнтів.

Запропонований підхід дозволить вибрати таку пару біортогональних фільтрів, яка б дозволила зосереджувати максимальну частину інформації в коефіцієнтах апроксимації.



а) Lena б) Barbara в) Airport

Рис. 2. Використані тестові зображення .



а) б) в)

Рис.3. Фрагмент відновленого зображення при використанні для стиску пари фільтрів, відповідні біортогональні функція до яких зображені а) на рис. 1, а, б) на рис. 1, б та популярної пари фільтрів 9/7 (таблиця 1(1))

Таблиця 1. Значення коефіцієнтів фільтрів, показники степені регулярності та співвідношення сигнал/шум (С/Ш), dB, для фільтрів, розроблених в [9] та вибраних в [6] як найкращі для компресії зображень

ПП	Значення коефіцієнтів		$N+\alpha'_N$	С/Ш dB
1	2		3	4
1	$H_0(z)$	0.037828 -0.023849 -0.110624 0.377402 0.852699 0.377402 -0.110624 -0.023849 0.037828	1,068	21.434 20.646
	$i(-z)$	-0.064539 -0.040689 0.418092 0.788486 0.418092 -0.040689 -0.064539	1,701	17.489
2	$H_0(z)$	-0.008473 0.003759 0.047282 -0.033475 -0.068878 0.383269 0.767245 0.383269 -0.068878 -0.033475 0.047282 0.003759 -0.008473	1,899	21.225 20.451
	$i(-z)$	0.014182 0.006292 -0.108737 -0.069163 0.448109 0.832848 0.448109 -0.069163 -0.108737 0.006292 0.014182	2,324	17.337
3	$o(z)$	-0.129078 0.047699 0.788486 0.788486 0.047699 -0.129078	0,701	20.966 20.197
4	$i(-z)$	0.018914 0.006989 -0.067237 0.133389 0.615051 0.615051 0.133389 -0.067237 0.006989 0.018914	2,068	17.154
	$o(z)$	-0.176777 0.353553 1.060660 0.353553 -0.176777	Розбір.	21.082 20.281
	$i(-z)$	0.353553 0.707107 0.353553	1,000	17.249
5	$o(z)$	0.707107 0.707107	0,000	20.981 20.314
	$i(-z)$	-0.088388 0.088388 0.707107 0.707107 0.088388 -0.088388	1,000	17.223
6	$o(z)$	0.033145 -0.066291 -0.176777 0.419845 0.994369 0.419845 -0.176777 -0.066291 0.033145	0,830	21.351 20.562
	$i(-z)$	0.353553 0.707107 0.353553	1,000	17.447
7	$o(z)$	[-5 -3593 -40424 73760 523222 523222 73760 -40424 -3593 -5]/1105920	0,897	20.869
	$i(-z)$	[13262923825 -9530737060645 107244180473480 184089551926368 -1256481605445039 696252040235171 8589582861477144 8589582861477144 696252040235171 -1256481605445039 184089551926368 107244180473480 -9530737060645 13262923825]/16622339109060608	0,479	20.070 17.140
8	$o(z)$	[-5 -3593 -40424 73760 523222 523222 73760 -40424 -3593 -5]/1105920	0,479	21.519
	$i(-z)$	[-788464479685 566590575101641 -6366634492961918 -17339362943626002 146734754275933991 29117448535333861 -756498104334163076 506725522884340388 4086421960139065824 4086421960139065824 506725522884340388 -756498104334163076 29117448535333861 146734754275933991 -17339362943626002 -6366634492961918 566590575101641 -788464479685]/ 8976063118892728320;	1.586	20.677 17.553

В його рамках буде проведено аналіз регулярності на якість відтвореного за цим критерієм зображення.

Оскільки в [8,9] побудова базисних функцій не була пов'язана із особливостями зорової системи людини, то існує можливість отримання непридатного з точки зору прикладного застосування результату.

В рамках перевірки, що проводилась, аналізувалася якість відтвореного зображення як з точки зору спостерігача, так і в термінах співвідношення С/Ш, при зміні степені регулярності фільтрів.

Дослідження проводились із однією з пар розроблених в [9] пар біортогональних фільтрів, значення імпульсної характеристики фільтрів для яких приведені в таблиці 1 (відповідно, 8 та 9) та вигляд  $\phi, \psi, \tilde{\phi}, \tilde{\psi}$  - функцій - на рис. 1, а.

В процесі досліджень був використаний набір з трьох тестових 256 градаційних зображень розміром 256×256 елементів, які представлені на рис. 2.

## 5. ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

В ході експериментів контролювалася як візуальна якість відновленого зображення контролю, так і фіксувалося співвідношення С/Ш з метою порівняння пари фільтрів, що аналізувалася, із тими, що, згідно [6], є найбільш ефективними для застосування в задачах компресії зображень.

Було встановлено, що використання розроблених за запропонованою в [8,9] методикою пар фільтрів в задачах компресії може привести при великих коефіцієнтах стиску до появи артефактів, до яких є чутливим людське око (рис. 3, а, в середині еліпса), тоді як збільшення регулярності дозволяє практично позбутися цього небажаного ефекту (рис. 3, б) (Для порівняння на рис. 3, в приведена та сама ділянка на зображенні при застосуванні пари фільтрів 9/7).

Отримані числові результати наведені в таблиці 1. Першими представлені відзначені в [6] коефіцієнти 6 пар біортогональних фільтрів, ступінь їх регулярності [2,3] та оцінка якості відтворених зображень з тестового набору (в dB) на основі результатів запропонованого трирівневого вейвлетного перетворення. Нижче подані аналогічні характеристики для пари фільтрів із [9] та підвищеним ступенем регулярності.

Числові результати свідчать, що підвищення степені регулярності дозволило покращити не тільки візуальну якість відтворених зображень, але й на 0,4-0,6 дБ збільшити співвідношення С/Ш для відтворених зображень з використаного тестового набору.

Порівняльний аналіз (таблиця 1) засвідчує той факт, що пара фільтрів із збільшеною ступінню регулярності забезпечує практично однакову візуальну якість відновленого зображення та більше співвідношення С/Ш.

## 6. ВИСНОВКИ

На основі проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Встановлено необхідність проведення корекції степені регулярності фільтрів, розроблених в [9], з метою покращення візуальної якості та числових характеристик відновленого зображення.

2. В результаті проведеного порівняльного аналізу встановлено, що отримана пара фільтрів із підвищеною ступінню регулярності не поступається своїм аналогам за візуальними показниками та перевершує їх за числовими оцінками.

## ЛІТЕРАТУРА

1. G.Davis and Aria Nosratinia, "Wavelet-Based Image Coding: An Overview", Applied and Computational Control, Signals, and Circuits, Vol. 1, No. 1, Spring 1998. (Доступна в електронному варіанті: <http://www.utdallas.edu/~aria/papers/dn383.ps.gz>.)
2. O.Rioul, "Simple regularity criteria for subdivision schemes", SIAM J. Math. Analysis, vol. 23, pp. 1544-1576, Nov.1992.
3. O.Rioul, "Regular wavelets: a discrete time approach", IEEE Trans. on Signal Proc., vol. 41, no 12, pp. 3572-3579, Dec. 1993.
4. O. Stroomme, "On the applicability of wavelet transforms to image and video compression", Ph.D. dissertation, Dep. of Computer Sc., University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, Febr. 1999.
5. M.Vetterli and C.Herley, "Wavelets and filter banks: Theory and design", IEEE Trans. on Signal Proc., vol. 40, no 9, pp. 2207-2232, Sept. 1992.
6. J.Villasenor, B.Belzer and J.Liao, "Wavelet filter evaluation for image compression", IEEE Trans. Image Proc., vol.2, pp. 1053-1060, Aug. 1995.
7. X.Wu, "An algorithmic study on lossless image compression". Доступна в електронному варіанті: [ftp://ftp.csd.uwo.ca/pub/from\\_wu/papers/](ftp://ftp.csd.uwo.ca/pub/from_wu/papers/).
8. Коваль О.І. Вейвлетні базиси на основі інтерполаторів, побудованих з використанням теорії полюсів / Матеріали XV відкритої науково-технічної конференції молодих науковців і спеціалістів ФМІ ім. Г.В. Карпенка НАН України "КМН - 2000", Львів, 2000. - С. 82-84.
9. Коваль О.І., Русин Б.П. Побудова біортогональних вейвлетних базисів на основі теорії полюсів / Матеріали шостої Міжнародної конференції "ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА ПЕРЕДАЧИ, ПРИЁМА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ" (НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ), ХГТУРЭ "ТУАПСЕ - 2000". 17-19 вересня 2000 р.
10. Шенен П., Коснар М., Гардан И. и др. Математика и САПР: в 2-х кн. Кн. 1. Пер с франц.- Мир, 1988.-204 с., ил.



# Підвищення візуальної якості затемнених деталей на зображенні

Роман Воробель, Ігор Журавель, Наталія Опур

Фізико-механічний інститут НАН України, 79601, Львів, Наукова 5,  
vorobel@ah.ipm.lviv.ua, zuravel@ipm.lviv.ua, nopyr@ipm.lviv.ua, тел. (0322) 65 4803

Roman Vorobel, Igor Zhuravel, Natalia Opyr. Increase the visual quality of darken components on image. The article is devoted to methods, connected with enhancement of visual quality of darken components on image. The method of histogram equalization by using a model of image perception and contrast enhancement method based on statistical estimators of local regions are offered. The results of test of proposed image processing are shown.

## 1. Вступ

Одним з найбільш зручних способів представлення інформації є зображення. Їх часто використовують при неруйнівному контролі, медичній діагностиці та дистанційному зондуванні Землі. Проте часто їх спільним недоліком є низький контраст. Це пояснюється недосконалістю систем отримання та передачі інформації, наявністю завод та ін. Тому підвищення достовірності прийняття рішень на підставі цих зображень вимагає їх покращання.

Системи покращання зображень спрямовані на те, щоб поліпшити візуальне сприйняття зображення або перетворити його в форму більш придатну для візуального чи машинного аналізу. При комп'ютерній обробці покращання зображення як правило має за мету отримання максимальної інформації про об'єкт зацікавлення. Основним споживачем цієї інформації при візуальному аналізі є людина. А система сприйняття зображень людини погано реагує на зміну яскравості в області їх малих значень (затемнених ділянках).

Узагальнюючи методи поліпшення якості зображень зазначимо, що основними підходами до поліпшення зображень є використання непрямих методів підвищення контрастності зображень шляхом табличних, гістограмних чи рангових перетворень та методів нерізкого маскування, а також застосування методів безпосереднього визначення локальних контрастів [1]. Серед цієї множини підходів виділимо два, а саме методи гістограмних перетворень та методи перетворення локального контрасту. Вони пов'язані з можливістю врахування як сприйняття зображень людиною, так і текстури зображень. Опишемо способи підвищення їх ефективності та проаналізуємо отримані результати.

## 2. Модифікація методу гістограмних перетворень

Підхід до модифікації гістограмних перетворень запропоновано у роботі [2]. Він дозволяє виділяти окремі дрібні деталі та структуру затемнених деталей на зображенні.

Запропоновані гістограмні перетворення [2] використовують модель сприйняття зображення людиною [3], в якій залежність порогу чутливості від яскравості описується аналітичним виразом

$$\Delta L = \begin{cases} \beta \left( \frac{\Delta L}{L} \right)_{\max} \sqrt{L} \sqrt{L_{x_1}}, & \text{для } L_{\min} > L \geq L_{x_1}, \\ \beta \left( \frac{\Delta L}{L} \right)_{\max} L, & \text{для } L_{x_2} > L \geq L_{x_1}, \\ \beta \left( \frac{\Delta L}{L} \right)_{\max} L^2 \frac{1}{L_{x_2}}, & \text{для } L \geq L_{x_2}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $L_{\min}$  - мінімальна яскравість; інтервал  $[L_{\min}, L_{x_1}]$  відповідає області де Вріз-Роз, низької чутливості, близької до абсолютного візуального порогу сприйняття; проміжок  $[L_{x_1}, L_{x_2}]$  відповідає області Вебера, а  $L \geq L_{x_2}$  - області насичення. Параметр  $\beta$  враховує величину постійного порогу в області Вебера і розміри об'єкта.

Аналітичні вирази для знаходження вихідних яскравостей залежать від інтегралів на відповідних проміжках. Для спрощення запису результуючих виразів введемо позначення:

$$I_1 = \int_{L_{\min}}^{L_{x_1}} P_L dL, \quad I_2 = \int_{L_{x_1}}^{L_{x_2}} P_L dL, \quad I_3 = \int_{L_{x_2}}^{L_{\max}} P_L dL, \\ I_{\Sigma} = J_{\max} / \sqrt{2I_2 + I_1 + 4I_3} \quad (2)$$

Для рівномірного закону розподілу вихідних яскравостей і з врахуванням, що він розтягується до інтервалу  $[0, J_{\max}]$ , для кожного проміжку нами отримані такі аналітичні залежності для вихідних величин яскравостей:

для проміжку  $[L_{\min}, L_{x_1}]$  -

$$J = I_{\Sigma} \left( \int_{L_{\min}}^L P_L dL \right)^2 / \left( (\sqrt{2I_2 + I_1}) I_1 \right), \quad (3)$$

для проміжку  $[L_{x_1}, L_{x_2}] -$

$$J = \left( 2 \int_{L_{x_1}}^L P_L dL + I_1 \right) I_{\Sigma} / \sqrt{(2I_2 + I_1)} \quad , \quad (4)$$

для проміжку  $[L_{x_2}, L_{\max}] -$

$$J = I_{\Sigma} \sqrt{2I_2 + I_1 + 4 \int_{L_{x_2}}^L P_L dL} \quad . \quad (5)$$

Зауважимо, що для побудови числових алгоритмів відповідні інтеграли замінюють сумами:

$$\int_{L_{\min}}^L P_L dL = \sum_{W=L_{\min}}^L P_W W, \quad \text{і т.д.}, \quad (6)$$

де  $P_W$  – частота  $W$ -ї яскравості.

Щоб повернутися до скоректованих вхідних яскравостей, необхідно використати обернену функцію

$$L^* = F^{-1}(J).$$

Обернену функцію із співвідношень (3-5) не вдається отримати в явному вигляді, тому скористаємося табличним представленням з відповідною інтерполяцією для проміжних точок. Найпростіше використовувати лінійну інтерполяцію. Але з метою зменшення похибок (і знаючи приблизний вигляд функції перетворення) кращий результат дає квадратична інтерполяція.

На рис.1 приведено тестове зображення, що має 256 градаций рівнів сірого, на якому об'єкти зацікавлення є затемнені. Використовуючи

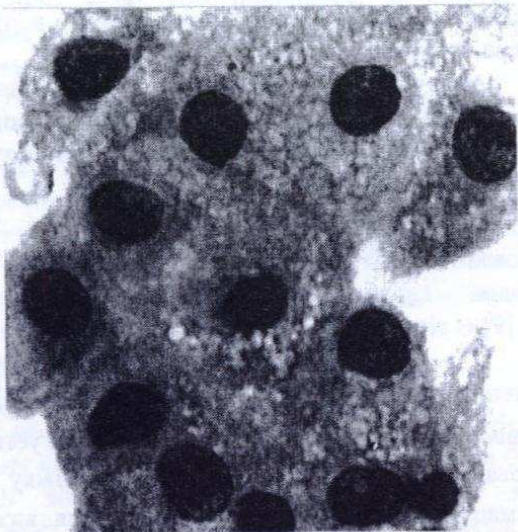


Рис. 1. Вхідне зображення

запропонований метод при  $L_{x_1}=40$  і  $L_{x_2}=240$  отримуємо зображення, що подане на рис. 2.

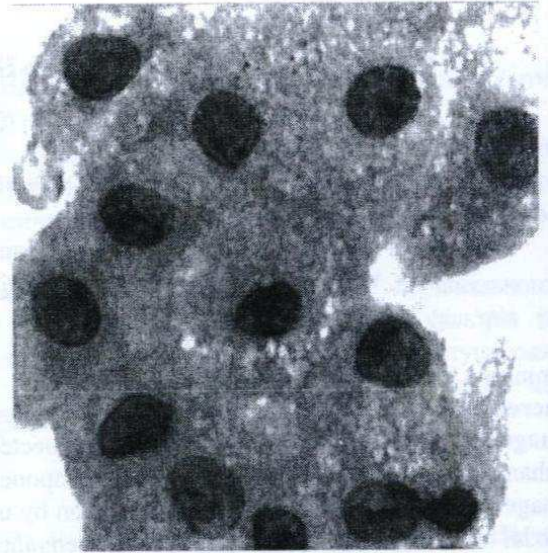


Рис.2. Зображення оброблене запропонованим методом

Для зображення що на рис. 2 відповідні пряма і обернена функції перетворення представлені на рис. 3а і 3б.

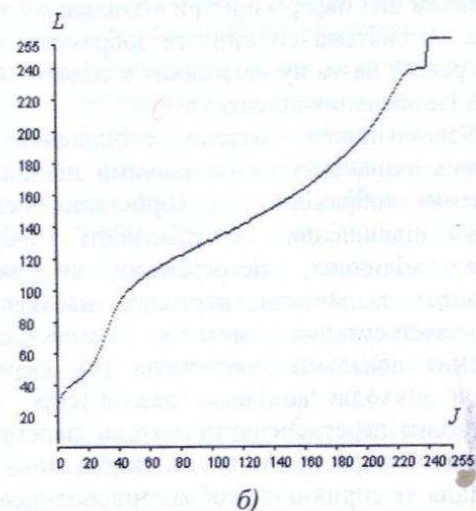
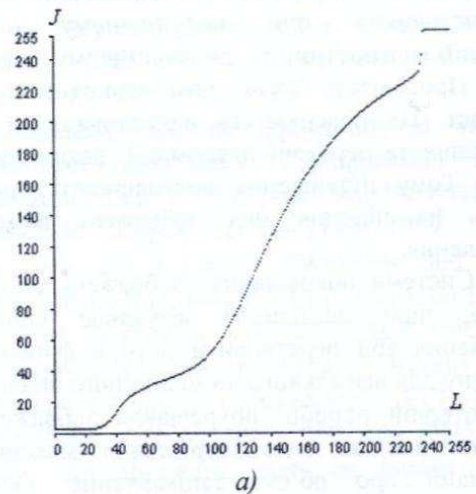


Рис.3. Пряма (а) і обернена (б) функції перетворення

З аналізу вигляду функції перетворення випливає, що вхідні яскравості які відповідають затемненій області - підсилені. Тому в області малих інтенсивностей об'єкти зацікавлення стали видимими (див. рис 2).

Задаючи параметри  $L_{x_1}$  і  $L_{x_2}$ , які вибирають в залежності від характеристик монітора і суб'єктивності системи сприйняття оператора, можемо керувати процесом еквалізації гістограм при побудові алгоритмів обробки зображень.

## 2. Модифікація методу перетворень локального контрасту

В роботі [4] запропонована оригінальна технологія підвищення якості зображень через підсилення локальних контрастів. Її суть полягає у визначенні числового значення локального контрасту для певного елемента зображення, нелінійному його підсиленні та відновленні цього ж елемента зі зміненою яскравістю, яка забезпечує в порівнянні з вхідним зображенням підсилення локального контрасту. Структурна процедура підсилення локального контрасту складається з трьох основних етапів і використовується для кожного елемента  $L(i, j)$  з координатами  $(i, j)$  вхідного зображення  $L$ ,  $L(i, j) \in L$ .

На першому етапі обчислюється локальний контраст елемента. Для цього в [4] запропоновано використовувати вираз

$$C(i, j) = \frac{|\bar{L}_1(i, j) - \bar{L}_2(i, j)|}{\bar{L}_1(i, j) + \bar{L}_2(i, j)}, \quad (7)$$

де

$$\bar{L}_1(i, j) = \frac{1}{n^2} \sum_{(i, j) \in R_1} L(i, j), \quad (8)$$

$$\bar{L}_2(i, j) = \frac{1}{m^2} \sum_{(i, j) \in R_2} L(i, j), \quad (9)$$

а  $m = 3n$ ,  $n > 1$ . Як області  $R_1$  і  $R_2$  використовуються ковзні вікна у вигляді квадрата з центром в елементі з координатами  $(i, j)$ , причому вікно  $R_1$  є в середині вікна  $R_2$ .

На другому етапі здійснюється нелінійне підсилення локального контрасту

$$C^*(i, j) = \varphi[C(i, j)], \quad (10)$$

де  $\varphi[C(i, j)]$  - нелінійна монотонна функція, яка має задовольняти умовам

$$C(i, j) \in [0, 1], \quad \varphi[C(i, j)] \geq C(i, j), \quad \varphi[C(i, j)] \in [0, 1], \quad (11)$$

тобто функція  $\varphi[C(i, j)]$  є монотонно зростаючою і визначеною на проміжку  $[0, 1]$ . За такі функції приймаються степеневі, експоненційні, логарифмічні та гіперболічні функції.

На третьому етапі відновлюється елемент з координатами  $(i, j)$ , але з усередненою яскравістю  $\bar{L}_1(i, j)$ , яка забезпечує підсилення локального контрасту. Для цього проводяться обчислення за формулами

$$\bar{L}_1^*(i, j) = \begin{cases} \bar{L}_2(i, j) \frac{1 - C(i, j)}{1 + C(i, j)} & \text{при } \bar{L}_1(i, j) \leq \bar{L}_2(i, j), \\ \bar{L}_2(i, j) \frac{1 + C(i, j)}{1 - C(i, j)} & \text{при } \bar{L}_1(i, j) > \bar{L}_2(i, j). \end{cases} \quad (12)$$

Обчислення виразу (12) повторюють для кожного елемента вхідного зображення  $L$ . Однак більш ефективним є використання не усередненого значення  $\bar{L}_1$  як яскравості елемента, для якого обчислюється локальний контраст (7), а безпосереднього значення яскравості центрального елемента  $L(i, j)$  області  $R_1$ , що відповідає випадку вибору області  $R_1$  з розміром сторони квадрата  $n = 1$ .

Надалі вважатимемо, що (при  $n = 1$ )

$$C(i, j) = \frac{|L(i, j) - \bar{L}_2(i, j)|}{L(i, j) + \bar{L}_2(i, j)} \quad (13)$$

та

$$L^*(i, j) = \begin{cases} \bar{L}_2(i, j) \frac{1 - C(i, j)}{1 + C(i, j)} & \text{при } L(i, j) \leq \bar{L}_2(i, j), \\ \bar{L}_2(i, j) \frac{1 + C(i, j)}{1 - C(i, j)} & \text{при } L(i, j) > \bar{L}_2(i, j). \end{cases} \quad (14)$$

Однак використання описаного методу показує, що його ефективність недостатня для обробки зображень, які містять дрібні деталі. Причиною цього є те, що локальний контраст визначається за формулою (7) чи її частковим випадком (13). Згідно виразу (13) локальний контраст елемента зображення розглядається як міра його відмінності від оточуючого фону. Складовими виразу (13) є безпосередні величини елементів чи їх усереднені значення, що призводить до неповного опису текстури локальної області.

Найбільш повно такі характеристики текстури як однорідність, шорсткість та зернистість описуються статистичними методами.

Одним з найбільш простих методів опису текстури є використання моментів гістограми інтенсивності. Нехай  $L$  - випадкова величина, яка визначає дискретну інтенсивність зображення,  $H(L(i, j))$  - відповідні значення гістограми. Відомо,

що  $n$ -й момент  $L(i, j)$  відносно середнього значення визначається формулою

$$\mu_n(L) = \sum_{(i,j) \in R_2} (L(i,j) - \bar{L})^2 H(L(i,j)), \quad (15)$$

де  $\bar{L}$  - середнє значення яскравостей елементів локального околу  $R_2$  (знаходиться аналогічно виразу (9)).

З виразу (15) випливає, що  $\mu_0 = 1$ , а  $\mu_1 = 0$ . Другий момент, який називається дисперсією і позначається як  $\sigma^2(L)$ , важливий для опису текстури. Він є мірою контрасту інтенсивності і застосовується для опису однорідності поверхонь. Так у роботі [5] за міру контрасту текстури запропоновано використовувати величину

$$C(i, j) = 1 - \frac{1}{1 + k\sigma^2(L)}, \quad (16)$$

де  $\sigma^2(L)$  - дисперсія в околі  $3 \times 3$ ,  $k=0.8$  - коефіцієнт регуляризації. Величина  $C(i, j)$  рівна нулю для околів з постійною інтенсивністю і наближається до одиниці для великих значень  $\sigma^2(L)$ . Ця властивість виразу (16) повністю відповідає вимогам визначення локального контрасту. Тому, за аналогією з описаним відомим підходом до перетворення локального контрасту, нами запропоновано використовувати в ньому міру контрасту, яка визначається за виразом (16).

Отже, в запропонованому методі на його першому етапі для кожного елемента зображення обчислюємо локальний контраст, використовуючи вираз (16).

На другому етапі здійснюємо таке ж нелінійне перетворення (10) локального контрасту  $C(i, j)$ .

На третьому етапі відновлюємо зображення шляхом визначення нового значення яскравості  $L^*(i, j)$  елемента з координатами  $(i, j)$ . Для цього використовуємо вираз, який знаходимо з формули (16):

$$L^*(i, j) = \bar{L}(i, j) + \left( \frac{C^*(i, j) * n * m}{1 - C^*(i, j)} - \sum_{(i,j) \in R_2 - R_1} (\bar{L}(i, j) - L(i, j))^2 H(L(i, j)) \right)^{0.5} \quad (17)$$

Описану процедуру повторюємо для кожного елемента зображення. Використання запропонованого методу проілюстровано на рис. 4, де показано результат обробки вхідного зображення, що на рис. 2.

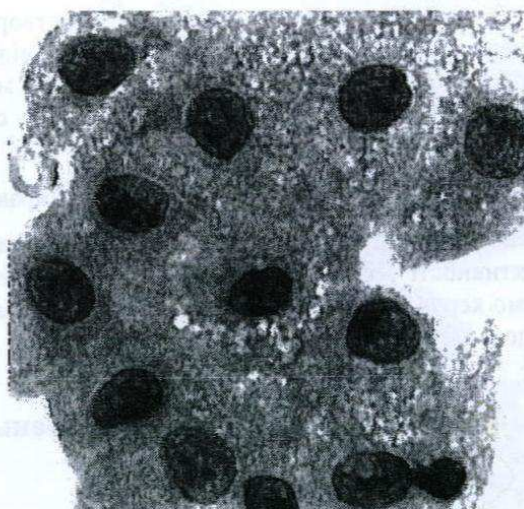


Рис.4. Зображення, що на рис. 2, оброблене методом підсилення локальних контрастів.

### 3. Висновки

Результати моделювання запропонованих методів модифікації гістограмних перетворень та перетворення локальних контрастів показали, що для виділення затемнених ділянок, що є об'єктом зацікавлення, доцільно спочатку використовувати гістограмні перетворення, які підвищують розрізнюваність деталей об'єктів, а потім проводити перетворення локальних контрастів, що збільшують різницю яскравостей в локальних околах. За допомогою такої технології обробки зростає інформативність слабкоконтрастних зображень.

1. Воробель Р.А. Цифрова обробка зображень на основі теорії контрастності. Автореф. дис. ... д.т.н. Львів: ДНДІ ІІ, 1999. - 33 с.
2. Опир Н.В. Еквалізація гістограм на основі апроксимаційної моделі сприйняття. Відбір і обробка інформації. 2000. - Вип. 14(90). - С.17-22.
3. Kundu S.K. Pal M.K. A note on gray level-intensity transformation: effect on HVS thresholding// Pattern Recognition Letter. 1988. - V.8. - P. 257-269.
4. Dhawan A.P., Buelloni G., Gordon R. Enhancement of mammographic features by optimal adaptive neighbourhood image processing. IEEE Trans. Med. Imaging. 1986. - V.5. - P. 8-15.
5. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989. - 624 с.

# Increasing of low contrast medical multispectral image segmentation sensitivity on base regularized method of the Gram-Schmidt orthogonalization

A. M. Akhmetshin, D. A. Fenoga

Dniepropetrovsk State University  
Ukraine, Dniepropetrovsk, 49050, Naukova st., 13  
E-mail : akhm@mail.dsu.dp.ua

## Annotation

In given work methods, which allow to increase of low contrast medical multispectral image segmentation sensitivity are considered. Algorithm of fuzzy c-means, which allows to rather precisely select areas of image, having uniform structure is described. For increasing of segmentation algorithm sensitivity principal component method and method of pereorthogonalization are used to source images. The practical results were received on base of a multispectral medical image of head brain of the man obtained through system of a nuclear magnetic resonance (NMR).

## 1. Introduction

The segmentation of tissues of medical images obtained with the help of NMR-systems, is a first step in the analysis and manipulation by interior tissues of a human body. As against other systems of deriving medical images, NMR-systems can generate some images, each of which emphasizes its own parameter of anatomic structure.

As algorithms of segmentation which allow to allocate areas of an image with a homogeneous structure it is possible to choose as precise logic algorithms, and fuzzy logic algorithms.

In methods of precise logic (for instance, precise k-mean) is supposed that each pixel can belong to only one class; this significantly reduces sensitivity of the whole process of segmentation and does not allow to select the finest details of the image. In algorithms of fuzzy logic (for instance, fuzzy c-means) is supposed that pixel can belong to several classes simultaneously that allow to carry out more exact analysis of the initial image.

The complexity of the practical decision of the problem of low contrast areas segmentation can be caused by influence of three factors:

1. The areas representing the greatest interest, frequently are poorly distinctive, or at all not distinctive under direct visual analysis of source images;

2. In accordance with physical nature of a multispectral registration, the most important particularities of areas of medical images can reveal itself only on small part of the set of source images;
3. All snapshots, as the images of the same site of a human body, are force correlated, that can hinder at attempts of visual selection of the most informative sites.

For overcoming these shortages and for increasing of segmentation sensitivity most attractive is the application of various orthogonal transformations, which convert the initial images to new information basis, in which the synthesized images are uncorrelated.

## 2. Fuzzy c-means method

In the fuzzy c-means method is supposed that each pixel belongs to all classes with the different degree of accessory. Such approach allows to receive more exact results in that cases, when values of samples of several classes are closely located to each other, as well as reduces influence of noise by the result of segmentation.

Let is given a set of a vector-pixels  $Y = \{y_k; 1 \leq k \leq n\}$ , where  $n$  – a whole number of pixels.

Algorithm of fuzzy segmentation can be described as follows [1]:

Step 1. Arbitrarily choose initial values of centres of clusters  $z_{qk}$ ,  $1 \leq q \leq c$ ,  $1 \leq k \leq p$ , where  $c$  – number of classes,  $p$  – number of images in multispectral image.

Step 2. Calculate square of Euclidean distance between a vector-pixels  $y_q$  and class centres  $z_k$  for all classes under formula

$$d_{qk}^2 = \|y_q - z_k\|^2, 1 \leq q \leq n, 1 \leq k \leq c \quad (1)$$

Step 3. Calculate matrix of accessory  $U^t$ , using formula

$$u_{qk} = \frac{\left[ \frac{1}{d_{qk}^2} \right]^{\frac{1}{m-1}}}{\sum_{j=1}^c \left[ \frac{1}{d_{qj}^2} \right]^{\frac{1}{m-1}}} \quad (2)$$

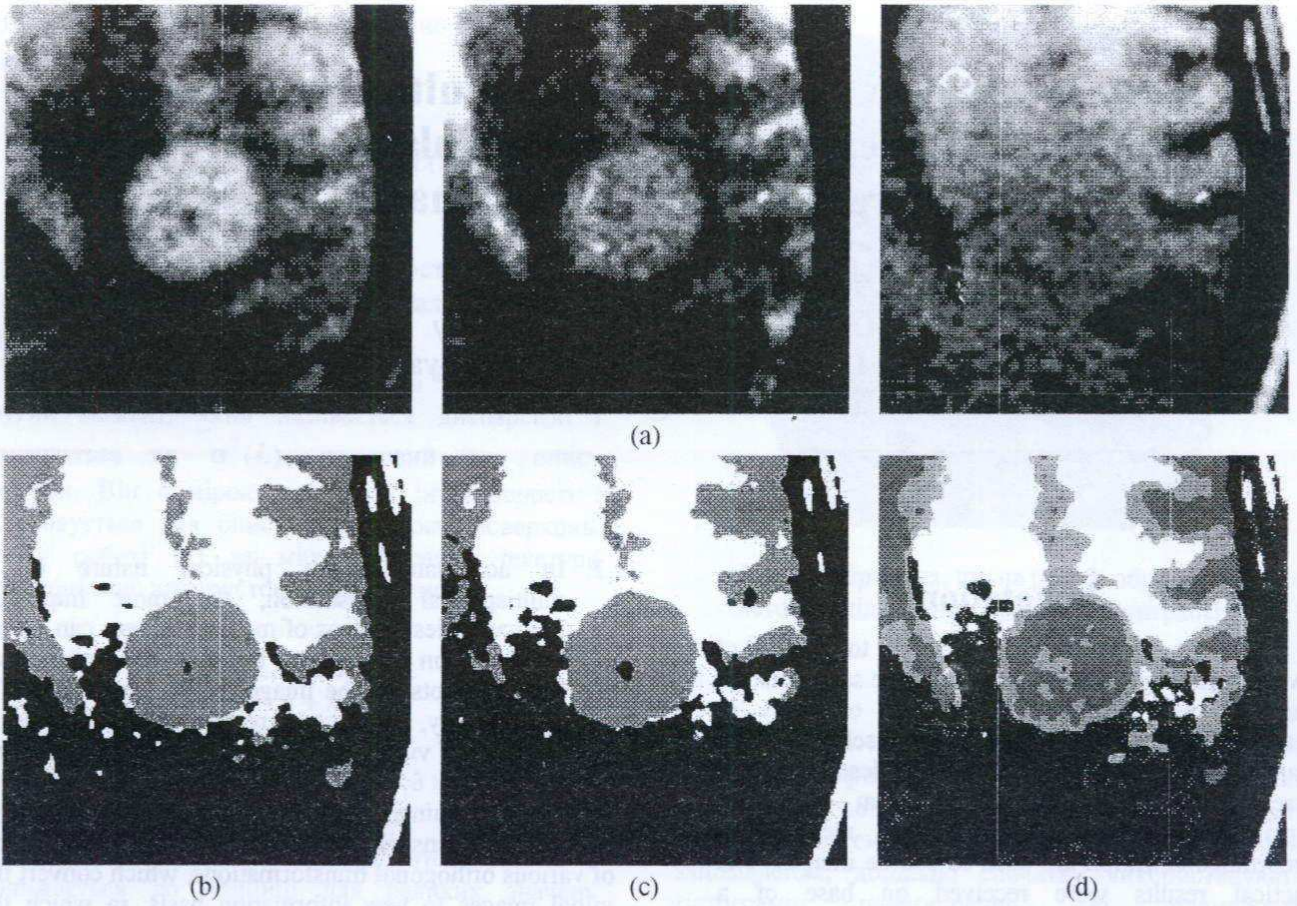


Fig. 1. a). Source images of part of head brain; b), c), d). Results of using the fuzzy c-means algorithm for segmentation of images in the fig. 1a on 3, 4 and 5 classes accordingly

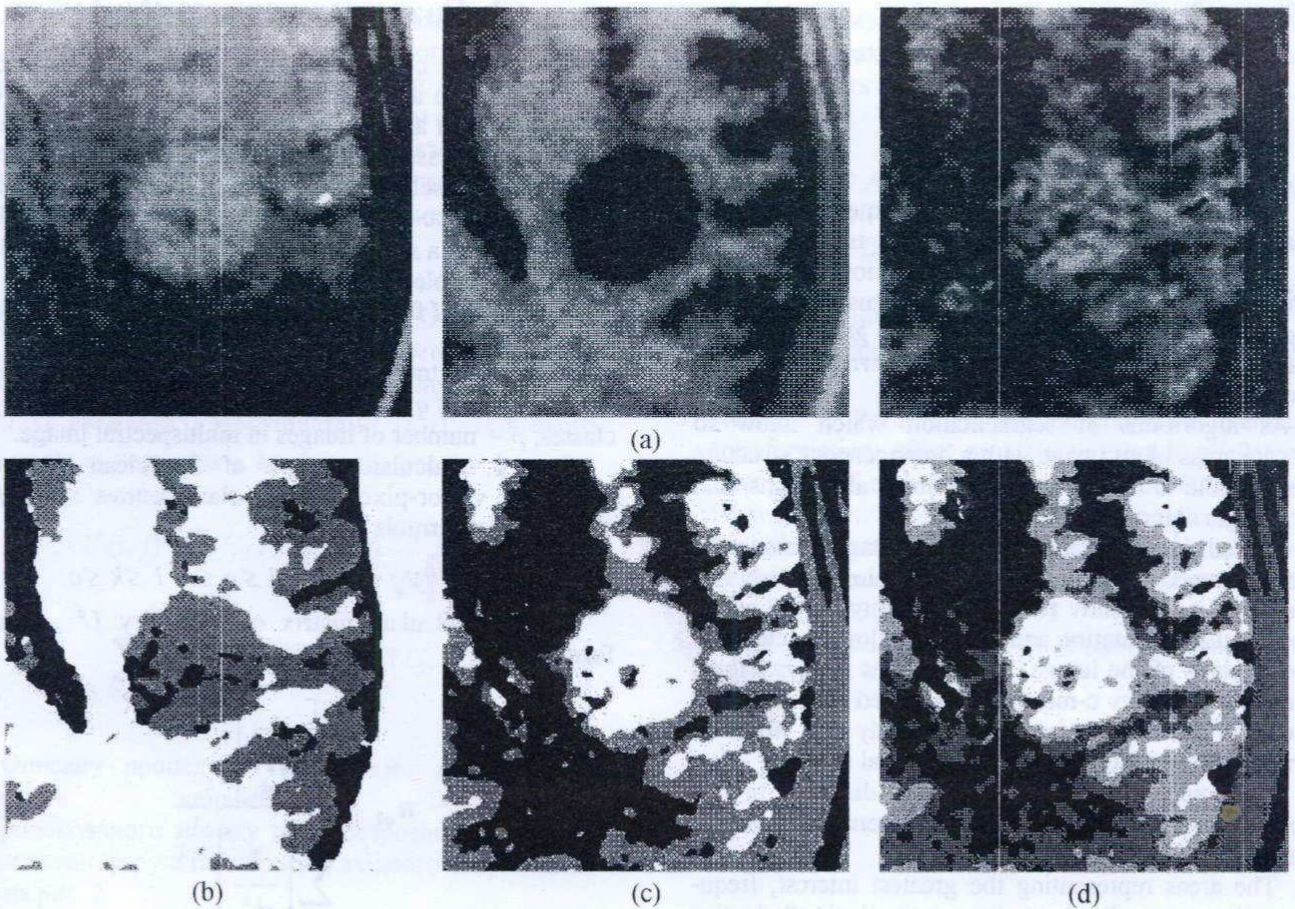


Fig. 2. a). Using the principal component method to source images (fig. 1a); b), c), d). Results of using the fuzzy c-means algorithm for segmentation of images in fig. 2a on 3, 4 and 5 classes accordingly

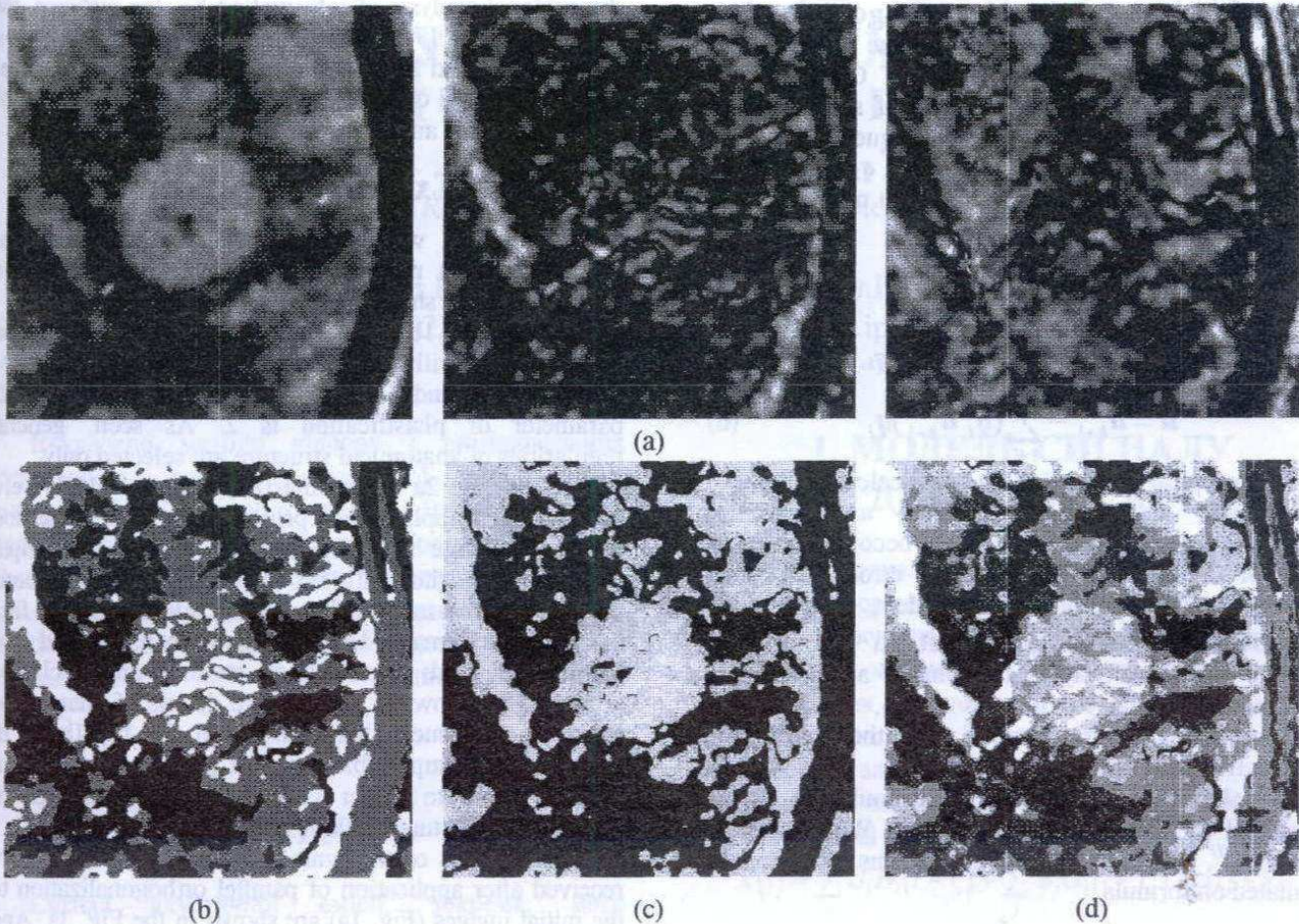


Fig. 3. a). Module of synthesized images, which were derived after using parallel orthogonalization to source images (fig. 1a); b), c), d). Results of using the fuzzy c-means algorithm for segmentation of images in fig. 3a on 3, 4 and 5 classes accordingly

Step 4. Recount values of cluster centres :

$$z_{gk} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n (u_{jk})^m} \sum_{j=1}^n (u_{jk})^m y_{jk} \quad (3)$$

Step 5. Check up the convergence of segmentation process  $\Delta = \max ||U^{t+1} - U^t||$ . If  $\Delta > \varepsilon$ , then pass to a step 2, otherwise terminate algorithm

Value of parameter of phasification  $m$  lies in a range from 1 to  $\infty$  and reduces effect of noise at the calculation of cluster centres.

The direct application of a fuzzy c-means method to force correlated multispectral image allows to select only most common areas of image. Therefore for selection of finer details, i.e. for increasing of segmentation sensitivity, it is necessary beforehand to process image for suppression correlations.

### 3. Principal components method

One of the methods, which the most often is applied to the suppression of correlations between images, is a principal component method. But, being based on personal experience of using this method in various areas, it is possible to conclude, that at projection of many-dimensional images in this basis, one-two synthesized images  $Z_l(x,y)$ , which appropriate to the

greatest eigenvalues  $\lambda_l$  of correlation matrix  $R$  of a cumulative many-dimensional image can be informative only, i.e. the synthesized images are formed on base of expression

$$Z_l(x, y) = \sum_{m=1}^M \Phi_l(m) I_m(x, y), \quad l=1, \dots, L \quad (4)$$

where  $L$  - rank of a correlation matrix  $R$ ;  $M$  - a number of multispectral image;  $I_m$  - initial images;  $Z_l$  - synthesized images;  $\Phi_l$  - eigenvector (principal component) of correlation matrix  $R$ .

As the expression (4), as a matter of fact, represents Karunen-Loeve decomposition [2], then, being based on common reasons, it is possible to conclude, that this transformation selects only common regularities peculiar to all multispectral image, that does not correspond in any way to task of segmentation of low contrast sites.

### 4. Orthogonalization of multispectral image

In the context of problem of segmentation of low contrast areas more perspective is an orthogonalization of the initial images on basis of Gram-Schmidt method, which allows not only to dispose of force correlation between initial multispectral image, as well as considerably increase segmentation sensitivity.

## Method of Gram-Schmidt orthogonalization

Let it is necessary to orthogonalize  $n$  vectors of height  $m$ :  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Method of Gram-Schmidt orthogonalization consists in forming of some basis of vectors  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , so that each subsequent vector  $q_{k+1}$  will be orthogonal to previous vectors  $q_1, q_2, \dots, q_k$  [3].

The first step of a method consists in replacement of the first column  $a_1$  on:

$$q_1 = \frac{a_1}{\|a_1\|} \quad (5)$$

Further, if already derived  $q_1, q_2, \dots, q_k$ , find

$$u = a_{k+1} - \sum_{i=1}^k (q_i^T a_{k+1}) q_i \quad (6)$$

Then suppose  $q_{k+1} = u/\|u\|$  and pass calculation  $q_{k+2}$

However if the calculations are executed approximately, the described process becomes unstable, moreover the influence of rounding errors that more, than closer columns  $a_i$  to linear dependent.

## Method of pereorthogonalization

Let's describe a way of deriving of a column  $q_{k+1}$  which is orthogonal to columns  $q_1, q_2, \dots, q_k$ . This method is named by a method of pereorthogonalization, which is firm to rounding errors [4].

Let column  $u$ , received on the formula (6), is not orthogonal to columns  $q_1, q_2, \dots, q_k$ . We express it through  $u^{(1)}$  and then following columns  $u^{(s+1)}$  can be calculated on formula

$$u^{(s+1)} = u^{(s)} - \sum_{i=1}^k (q_i^T u^{(s)}) q_i \quad (7)$$

After nonzero column  $u^{(s)}$ , with due accuracy orthogonal to columns  $q_1, q_2, \dots, q_k$ , is derived, suppose  $q_{k+1} = u^{(s)}/\|u^{(s)}\|$  and pass calculation  $q_{k+2}$ .

## Using a method of pereorthogonalization

At choice of technique of orthogonalization procedure there are possible two different approaches:

1. Orthogonalization on columns with following orthogonalization of the received result on rows (in this sense a technique is similar to algorithm of two-dimensional Fourier transformation) – two-dimensional orthogonalization. Thus the received images are real and their number is number of the initial multispectral image, i.e. synthesized image  $Z(m,n)$  will be characterized by expression

$$Z(m,n) = O_V \{O_H \{I(m,n)\}\} \quad m=1, \dots, M; n=1, \dots, N \quad (8)$$

where  $O_V$  and  $O_H$  – orthogonal projection operators on columns and on rows accordingly;

2. Independent orthogonalization on rows and on columns – parallel orthogonalization. In this case synthesized images can be considered as complex and characterized both amplitude-spatial, and phase-spatial characteristics, i.e.

$$Z(m,n) = O_V \{I(m,n)\} + jO_H \{I(m,n)\} = |Z(m,n)| \exp(j\varphi(m,n)) \quad (9)$$

where  $|Z(m,n)|$  and  $\varphi(m,n)$  – amplitude-spatial, and phase-spatial characteristics of synthesized image accordingly.

This allows to pass from multi-dimensional to hyper-

dimensional analysis of information So, for instance, for 3 initial images 17 variants of display of the information are possible, and for 4 initial images – 31 variants, that opens additional opportunities for deciding a problem of segmentation of anatomical structure of tissues.

## 5. Experimental results

Experiments were carried out on an example of processing of a multispectral medical image of head brain, which are shown in the Fig. 1a.

On the Fig. 1b, c, d results of segmentation of the initial images with the help of the fuzzy c-means algorithm on 3, 4 and 5 classes accordingly are presented; parameter of phasification is 2. As seen, general regularities of anatomical structure are selected only.

On the Fig. 2a the synthesized images, which were received after application a principal component method to source image (see the fig. 1a). Using a principal component method allows to eliminate correlations between source images, hereunder, selecting more fine details in each image. Using fuzzy c-means method (see the fig. 2b, c, d; segmentation on 3, 4 and 5 classes accordingly) allows to select more details of anatomical structure of tissues, than images on the fig. 1b, c, d. However it is impossible say that principal component method allow to select very small particularities of anatomical structure of tissues.

The modules of the synthesized images, which were received after application of parallel orthogonalization to the initial images (Fig. 1a) are shown in the Fig. 3a. And already these images allow to select a number of additional particularities, not visible in the Fig. 1a and 2a. Segmentation of the received images on 3, 4 and 5 classes by the fuzzy c-means method is presented in Fig. 3b, c, d accordingly. At segmentation the finer areas of a tissue having homogeneous structure are precisely selected. Sufficiently exactly stand out areas, in which values of centres of clusters are located close to one another.

## 6. Conclusion

In given work methods of processing medical multispectral image, which allow to increase segmentation sensitivity of low contrast sites of the initial images, are considered.

The results of experimental researches allow to conclude, that the transition to Grama-Shmidt orthogonal basis allows to considerably increase low contrast multispectral medical image segmentation sensitivity.

## Literature

- [1] J. C. Bezdek. "A review of probabilistic, fuzzy, and neural models for pattern recognition". Fuzzy Logic and Neural Network Handbook. C. H. Chen (eds.), Ch. 2. – McGraw-Hill, 1996 – 542 p.
- [2] Фукунага К. "Введение в статистическую теорию распознавания образов". – М.: Наука, 1979. – 368 стр.
- [3] Ланкастер П. "Теория матриц". – М.: Наука, 1982. – 272 стр.
- [4] Беклемишев Д. В. "Дополнительные главы линейной алгебры". – М.: Наука, 1983. – 336 стр.



# СИГНАЛ АКУСТИЧНОЇ ЕМІСІЇ МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ -ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

О.П.Бухало, Б.П.Клим, Г.В.Микитин, Є.П.Почапський, Р.Ф.Федорів

Фізико-механічний інститут НАН України, 79601, Львів, вул.Наукова, 5, тел.(0322) 65-43-51, факс (0322) 64-94-27, E-mail: dep23@ah.ipm.lviv.ua

Викладено методи відбору і вимірювальних перетворень сигналу акустичної емісії (АЕ) матеріалів і конструкцій. Використовуючи запропоновану модель сигналу розглянуто його ймовірнісні характеристики наведено алгоритми фільтрації сигналу, оцінок інформативних параметрів амплітудних розподілів і параметра заникання сигналу АЕ в часі, а також відповідні похибки оцінок.

## ВСТУП

Сигнал акустичної емісії, зокрема, його амплітудні, часові, частотні, ймовірнісні та інші характеристики містять інформацію про дефектність матеріалів і конструкцій.

Зв'язок характеристик сигналу АЕ з параметрами досліджуваних об'єктів знаходять використовуючи математичні моделі утворення і поширення дефектів у твердих тілах, результати досліджень розповсюдження різних типів акустичних хвиль, характеристики перетворювачів акустичних хвиль в електричний сигнал, експериментальні дослідження.

Так, наприклад, амплітуда імпульсу сигналу АЕ пропорційна довжині стрибка тріщини, кількість зареєстрованих імпульсів пропорційна сумарному розкриттю тріщини [1], амплітудний розподіл імпульсів сигналу АЕ характеризує тип руйнування [2,3], положення максимуму і ширина частотного спектру визначають стадії деформації [4], інтенсивність потоку імпульсів і функція її зміни в часі характеризують міцність конструкції [1,5,6], реєстрація моментів появи імпульсів на елементах пьезоантени дозволяє локалізувати місце знаходження дефекту [7] і т.д.

Для підвищення достовірності досліджень часто використовують простори інформативних параметрів сигналу, наприклад, медіанна частота – середня енергія, відносна ентропія – середня амплітуда та ін.

Розробка алгоритмів відбору і обробки АЕ з метою визначення його інформативних параметрів і оцінка похибок вимірювальних перетворень мають вирішальне значення для задачі неруйнівного контролю методами АЕ.

## 1. МОДЕЛЬ СИГНАЛУ ДЕТЕКТОРА АЕ

Пружні коливання, що виникають внаслідок актів АЕ, перетворюють відповідним детектором у випадкову послідовність імпульсів деякої форми, яка залежить від механізму і місця утворення дефекту, характеристик детектора, типу акустичної хвилі і т.д. Сигнал детектора містить також імпульсну і неперервну завади. Тому в загальному випадку імпульсний сигнал детектора АЕ може бути представлений у вигляді моделі

$$X(t) = \sum_i U_i H_i(t-t_i) + \sum_j B_j G_j(t-t_j^*) + s(t) + \gamma(t),$$

де  $U_i$  - амплітуда  $i$ -го інформаційного імпульсу, що з'явився в момент  $t_i$ ,  $H_i(\bullet)$  - функція форми імпульсу, яка дорівнює одиниці в максимумі;  $B_j, G_j(\bullet), t_j^*$  - аналогічні значення для імпульсної завади;  $s(t) = s_0 \sin \omega t$  - неперервна синусна завада, де  $s_0$  - її амплітуда,  $\omega$  - частота;  $\gamma(t)$  - стаціонарна неперервна випадкова завада, яка може бути описана в рамках кореляційної теорії;  $G(\bullet)$  і  $H(\bullet)$  і дорівнюють нулю при від'ємному значенні аргументу.

В даній моделі для вимірювальних перетворень використовують лише інформаційну складову, а завади повинні бути відфільтровані чи скомпенсовані.

Амплітуди інформаційних імпульсів є випадковими, характер слідування імпульсів в часі описується пуассоновою моделлю [7].

Таким чином, інформаційну компоненту сигналу характеризують густиною розподілу амплітуд  $p_\alpha(u)$ , вектором її параметрів  $\alpha$ , моментами  $\bar{u}, \bar{u}^2$ , ентропією  $L$ , ймовірністю  $P(N)$  появи  $N$  імпульсів за

час  $T$   $P(N) = (N!)^{-1} \left[ \int_0^T n(t) dt \right]^N \exp(-[\bullet])$ , де  $n(t)$  -

інтенсивність імпульсного потоку, тривалість імпульсів, часом їх зростання і заникання, частотним спектром  $K(\omega)$ , який є перетворенням Фур'є функції  $H(t)$ , спектральною густиною  $Q(\omega) = nu^2 |K(\omega)|^2$  (для  $n = \text{const}$ ), значенням чи параметрами функції інтенсивності  $n(t)$ .

Аналогічним чином може бути характеризувана імпульсна завада. Неперервну синусну заваду характеризують значеннями  $s_0$  і  $\omega$ , а неперервну випадкову – її густиною розподілу  $\eta(\gamma)$  і кореляційною функцією  $R_x(\tau)$ , де  $\tau$  - часовий зсув.

## 2. ФІЛЬТРАЦІЯ СИГНАЛУ

Виключення імпульсної завади з сигналу  $X(t)$  проводять за формою, амплітудою чи тривалістю імпульсів, блокуванням вимірювальних каналів під час ударів, роботи механізмів [8], за співпадінням імпульсів на виходах основного і допоміжного детекторів, які одночасно реєструють електромагнітні завади [9], виключенням неправдивих імпульсів шляхом математичної обробки різниць часів появи імпульсів АЕ на елементах акустичної антени [7] і т.д.

Неперервні завади виключають методами пасивної [10], адаптивної [11] чи прогнозуючої [12] фільтрації. В останньому випадку, наприклад, компенсацію неперервної завади під час дії інформаційного імпульсу тривалістю  $\theta$  в інтервалі  $(t_i, t_i + \theta)$  виконують за алгоритмом

$$X^*(t) = U_i H_i(t - t_i) + s(t) + \gamma(t) - \sum_{k=0}^1 [s^{(k)}(t_i) + \gamma^{(k)}(t_i)](t - t_i)^k,$$

де абсолютне значення завади і її похідної в момент  $t_i$  використовують для прогнозу і компенсації завади під час дії імпульсу.

## 3. ОЦІНКА АМПЛІТУДНИХ РОЗПОДІЛІВ І ЇХ ПАРАМЕТРІВ

Амплітудний розподіл інформаційної імпульсної компоненти визначають за допомогою багатоканального амплітудного аналізатора з  $l_0$  суміжними амплітудними "вікнами" шириною  $\Delta u$  кожна. Гістограма апаратного амплітудного розподілу  $q(l)$ , а також стандартні оцінки моментів і ентропії  $L$  мають вигляд

$$q(l) = N_l \left( \sum_{i=1}^{l_0} N_i \right)^{-1}; \quad \hat{u} = \Delta u \sum_{l=1}^{l_0} l q(l);$$

$$\hat{u}^2 = (\Delta u)^2 \sum_{l=1}^{l_0} l^2 q(l); \quad \hat{L} = - \sum_{l=1}^{l_0} q(l) \log[q(l)];$$

де  $N_l$  - кількість відліків в  $l$ -му каналі.

Оцінка густини розподілу і моментів за гістограмою дає похибку зміщення [13], а якщо, крім того, амплітудний розподіл імпульсів виходить за межі шкали аналізатора, то гістограма зрізаного апаратного розподілу амплітуд не дає можливості оцінки дійсних значень моментів і ентропії реального розподілу  $p(u)$ .

Із багатьох експериментальних даних відомо, що на різних етапах руйнування різноманітних

матеріалів густина розподілу амплітуд  $p_\alpha(u)$  має конкретний вигляд (Гауса, Релея, експоненційний, показниковий) [14, 15, 16], де невідомими (інформативними) є значення вектора його параметрів  $\alpha$ . Тоді у кожному конкретному випадку можна оцінити дійсні значення параметрів густини розподілу навіть за зрізаною гістограмою і тим самим отримати інформацію про реальні амплітудні характеристики сигналу АЕ.

Для цього можна використати метод максимальної правдоподібності, приймаючи до уваги, що відліки  $N_l$  в каналах аналізатора є незалежними. Тоді значення сумісної ймовірності  $P(N_1, N_2, \dots, N_{l_0} | N_\Sigma)$  розподілу кількості відліків  $N_l$  по каналах при умові, що їх сумарна кількість дорівнює  $N_\Sigma$ , має вигляд

$$P(N_1, N_2, \dots, N_{l_0} | N_\Sigma) = [P(N_\Sigma)]^{-1} \prod_{l=1}^{l_0} P(N_l) = N_\Sigma! \prod_{l=1}^{l_0} \left( \frac{\bar{N}_l}{N_\Sigma} \right)^{N_l} \frac{1}{N_l!},$$

$$\bar{N}_l = \bar{N}_\Sigma \int_{(l-1)\Delta u}^{l\Delta u} p_\alpha(u) du \left( \int_0^{l_0\Delta u} p_\alpha(u) du \right)^{-1}, \quad \bar{N}_\Sigma = \int_0^T n_\Sigma(t) dt,$$

$T$  - час вимірювань,  $n_\Sigma(t)$  - інтегральна інтенсивність потоку імпульсів.

Прирівнюючи нулю похідні функції правдоподібності  $\ln P(\bullet)$  по кожному з параметрів  $\alpha_r$  вектора  $\alpha$  ( $r=1, 2, \dots, r_0$ , де  $r_0$  - кількість невідомих параметрів), отримуємо систему рівнянь для оцінок значень  $\alpha_r$ , яка в загальному випадку має вигляд

$$\sum_{l=1}^{l_0} N_l \frac{F'_\alpha[l\Delta u] - F'_\alpha[(l-1)\Delta u]}{F_\alpha[l\Delta u] - F_\alpha[(l-1)\Delta u]} - N_\Sigma \frac{F'_\alpha(l_0\Delta u)}{F_\alpha(l_0\Delta u)} = 0,$$

де  $N_\Sigma = \sum_{l=1}^{l_0} N_l$ ;  $F_\alpha(z) = \int_0^z p_\alpha(u) du$ , а похідна функції

$F_\alpha(\bullet)$  береться по невідомому параметру  $\alpha_r$ .

Для практично важливого випадку вузьких амплітудних "вікон" ( $\sqrt{D_u} > 5\Delta u$ , де  $D_u$  - дисперсія амплітудного розподілу) останні рівняння перетворюються до вигляду

$$\sum_{l=1}^{l_0} N_l \frac{p'_\alpha[(l-0,5)\Delta u]}{p_\alpha[(l-0,5)\Delta u]} - N_\Sigma \frac{F'_\alpha(l_0\Delta u)}{F_\alpha(l_0\Delta u)} = 0,$$

$r = 1, 2, \dots, r_0$ , а похідна береться по шуканому параметру  $\alpha_r$ .

Останні рівняння для всіх практично важливих випадків мають простий вигляд і розв'язуються методом ітерацій, причому на першому кроці ітерацій другий член в цих рівняннях необхідно прийняти рівним нулю.

Так, наприклад, для показникового розподілу Парето  $p_m(u) = (m-1)u_0^{-1}(uu_0^{-1})^{-m}$ , де  $u_0$  - поріг дискримінації амплітуд,  $u > u_0$ ,  $m > 1$ , отримуємо рекурентний алгоритм оцінки інформаційного параметра  $m$ :

#### 4. ОЦІНКИ ІНТЕНСИВНОСТІ ІМПУЛЬСНОГО ПОТОКУ І ПАРАМЕТРА ЇЇ ЗНИКАННЯ В ЧАСІ

$$\hat{m} = \left[ 1 - \left( 1 + \frac{l_0 \Delta u}{u_0} \right)^{-\hat{m}_{k-1}+1} \ln \left( 1 + \frac{l_0 \Delta u}{u_0} \right)^{\hat{m}_{k-1}-1} \right] N_{\Sigma} \times$$

$$\times \left( \sum_{l=1}^{l_0} N_l \ln \left[ 1 + \frac{(l-0,5)\Delta u}{u_0} \right] \right)^{-1} + 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad \hat{m}_0 = 1.$$

Для експоненційного розподілу амплітуд  $p_A(u) = A^{-1} \exp(-A^{-1}u)$ , отримуємо, відповідно

$$\hat{A}_k = \left\{ 1 - \frac{l_0 \Delta u}{\hat{A}_{k-1}} \left[ \exp \left( \frac{l_0 \Delta u}{\hat{A}_{k-1}} \right) - 1 \right] \right\}^{-1} \frac{\Delta u}{N_{\Sigma}} \sum_{l=1}^{l_0} (l-0,5) N_l,$$

$$k = 1, 2, 3, \dots; \quad \hat{A}_0 = 0.$$

Таким самим чином можуть бути знайдені алгоритми оцінки невідомих параметрів інших законів розподілів (Релея, нормального та ін.)

Процес ітерацій закінчують, коли відносна зміна оцінки параметра  $\alpha_r$  стає меншою за відносну статистичну помилку  $\delta \alpha_r$ . Остання має вигляд

$$\delta \hat{m} = (m-1)m^{-1} N_{\Sigma}^{-0,5}; \quad \delta \hat{A} = N_{\Sigma}^{-0,5}.$$

Підставляючи отримані значення оцінок параметрів  $\alpha_r$  у формули відповідних густин розподілів можна визначити їх реальний вигляд, значення моментів і диференціальної ентропії. Враховуючи також похибку  $\Delta \hat{\alpha}_r$ , оцінки параметра  $\alpha_r$

( $\Delta \hat{\alpha}_r = \hat{\alpha}_r \left[ (\delta \hat{\alpha}_r)^2 + \delta_{\alpha_r}^2 \right]^{0,5}$ , де  $\delta_{\alpha_r}$  - відносна апаратна систематична похибка оцінки параметра  $\alpha_r$ ) легко оцінити обумовлену нею похибку визначення форми густини розподілу

$$\Delta p = \int_0^{\infty} |p_{\hat{\alpha}_r}(u) - p_{\hat{\alpha}_r + \Delta \hat{\alpha}_r}(u)| du \approx \Delta \hat{\alpha}_r \int_0^{\infty} \left| \frac{dp_{\hat{\alpha}_r}(u)}{d\hat{\alpha}_r} \right| du,$$

похибку оцінки моментів  $\Delta u^k(\hat{\alpha}_r) \approx \left| \frac{du^k(\hat{\alpha}_r)}{d\hat{\alpha}_r} \right| \Delta \hat{\alpha}_r$ , а

також похибку оцінки ентропії (еквівалентну втраті інформації за рахунок невизначеності параметра  $\alpha_r$ )

$$\Delta L = |L(\hat{\alpha}_r) - L(\hat{\alpha}_r + \Delta \hat{\alpha}_r)| \approx \left| \frac{dL}{d\hat{\alpha}_r} \right| \Delta \hat{\alpha}_r,$$

де  $L = - \int_0^{\infty} p_{\hat{\alpha}_r}(u) \log [p_{\hat{\alpha}_r}(u)] du$ . Так, наприклад, для

розподілу Парето  $\Delta p = \frac{m}{m-1} \sqrt{(\delta \hat{m})^2 + \delta_m^2}$ ,

$$\overline{u^k(\hat{m})} = \frac{k \hat{m} u_0^k}{(\hat{m} - k - 1)^2} \sqrt{(\delta \hat{m})^2 + \delta_m^2}, \quad \hat{m} > k = 1, 2;$$

$$\Delta L = \left( \frac{m}{m-1} \right)^2 \log e \sqrt{(\delta \hat{m})^2 + \delta_m^2},$$

а для експоненціального розподілу амплітуд

$$\Delta p = \frac{2}{e} \sqrt{(\delta \hat{A})^2 + \delta_A^2}, \quad \overline{u^k(\hat{A})} = (k \hat{A})^k \sqrt{(\delta \hat{A})^2 + \delta_A^2},$$

$$\Delta L = \log e \sqrt{(\delta \hat{A})^2 + \delta_A^2}.$$

Інтенсивність потоку імпульсів сигналу АЕ оцінюють, як правило, на ділянках локальної стаціонарності де  $n(t) = n = const$  шляхом накопичення кількості відліків  $N$  за час  $T$ . Тоді  $\hat{n} = NT^{-1}$ ,  $\delta \hat{n} = N^{-0,5}$ . Максимальне значення інтенсивності має місце здебільшого на ділянці пластичної деформації [1].

При ступінчастому навантаженні композитних матеріалів [5] чи при попередній витримці металевих виробів в атмосфері водню [6] інтенсивність  $n(t)$  потоку імпульсів сигналу АЕ спадає за експоненційним законом  $N(t) = n_0 \exp(-tT_0^{-1})$ , де  $n_0$  - початкове значення інтенсивності, а інформативним параметром є значення  $T_0$  - постійної часу її зникання. Тоді реєструючи кількість відліків  $M_l$  в кожному з  $l_0$  послідовних часових "вікон" тривалістю  $\Delta T$  отримуємо розподіл чисел  $M_l$  по часових вікнах ( $l = 1, 2, \dots, l_0$ ).

Ймовірність  $P(M_1, M_2, \dots, M_{l_0} | M_{\Sigma})$  розподілу відліків  $M_l$  по каналах ("вікнах") при загальній кількості відліків  $M_{\Sigma}$  має вигляд

$$P(M_1, M_2, \dots, M_{l_0} | M_{\Sigma}) = M_{\Sigma}! \prod_{l=1}^{l_0} \left( \frac{\bar{M}_l}{M_{\Sigma}} \right)^{M_l} (M_l!)^{-1},$$

$$\text{де } \bar{M}_l = \int_{(l-1)\Delta T}^{l\Delta T} n(t) dt; \quad \bar{M}_{\Sigma} = \int_0^{l_0 \Delta T} n(t) dt.$$

Диференціюючи функцію правдоподібності  $\ln P(\bullet)$  по параметру  $T_0$  і прирівнюючи результат нулю отримуємо точне трансцендентне рівняння для оцінки значення  $T_0$

$$\left[ 1 - \exp \left( - \frac{\Delta T}{T_0} \right) \right]^{-1} - l_0 \left[ \exp \left( l_0 \frac{\Delta T}{T_0} \right) - 1 \right]^{-1} = M_{\Sigma}^{-1} \sum_{l=1}^{l_0} l M_l,$$

яке можна розв'язати методом табулювання чи ітерацій.

Імітаційне моделювання на ЕОМ роботи описаних вище алгоритмів оцінок параметрів зрізаних густин розподілів амплітуд і параметра зникання сигналу АЕ дало значення систематичних похибок не більше ніж 3-5%.

#### 5. ВИМІРЮВАЛЬНА СИСТЕМА

Згадані вище та інші алгоритми відбору і обробки сигналу АЕ реалізовані в розробленій інформаційно-вимірювальній системі для експериментальних досліджень характеристик конструкційних матеріалів методом АЕ.

Система має різноманітні засоби програмного і ручного керування, самоконтролю, фільтрації сигналу і дозволяє реєструвати сигнал АЕ в реальному масштабі часу. Обробка сигналу проводиться за різними вимірювальними процедурами, включаючи оцінку амплітудних і часових розподілів сигналу та їх параметрів, оцінку частотного спектру сигналу, його автокореляційної функції, визначення координат джерела АЕ, візуалізацію первинної інформації і результатів обробки і т.д.

Для контролю реальних значень систематичних похибок оцінок параметрів  $\alpha_r$  і  $T_0$  в інформаційно-вимірювальній системі було використаний метод взірцевої стохастичної міри і відповідні технічні засоби, що описані в [17, 18]. Експериментальна оцінка систематичних похибок визначення величин  $\alpha_r$  і  $T_0$  дала значення в межах 3-5%.

## ВИСНОВКИ

Дослідження характеристик матеріалів і конструкцій методом АЕ ґрунтується на вивченні ефектів утворення і поширення дефектів у твердих тілах, виборі моделі сигналу, виявленні його інформативних параметрів, створення методів і засобів відбору і обробки інформаційного сигналу, обчисленні похибок вимірювальних перетворень, створенні відповідних вимірювальних систем, а також методів і засобів їх метрологічного забезпечення.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бунина Н.А. *Исследование пластической деформации металлов методом акустической эмиссии.* -Л.: Изд. ЛГУ, 1990.-156 с.
2. Юдин А.А., Иванов В.И. *К теории акустической эмиссии при пластической деформации металлов // Акустическая эмиссия материалов и конструкций. Ч.1 (1-я Всесоюзная конференция).* - Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского университета.-1989. - С.138-142.
3. Буйло С.И. *Об интерпретации максимумов и достоверности оценки вида амплитудного распределения АЭ // Техн. диагностика и неразруш. контроль.-1995.-№1. - С.31-38.*
4. *Спектральный анализ сигналов акустической эмиссии растущей трещины/* А.Е.Андрейкив, Н.В.Лысак, В.Р.Скальский и др. // Техн. диагностика и неразруш. контроль.-1993.-№1. - С.75-84.
5. Надолинный Б.А., Тихий В.Г., Санин Ф.П. *Акустико-эмиссионный метод прогнозирования давления разрушения // Акустическая эмиссия материалов и конструкций. Ч.2. (1-я Всесоюзная конференция).* - Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского университета.-1989. - С.101-105.

6. Лысак Н.Б., Скальский В.Р., Сергиенко О.Н. *Определение водородной поврежденности сталей котельных труб импульсным прозвучиванием // Техн. диагностика и неразруш. контроль.-1993.-№3. - С.58-65.*
7. *Акустическая эмиссия и ее применения для неразрушающего контроля в ядерной энергетике /* В.И.Артюхов, К.Б.Вакар, В.И.Макаров и др.-М.: Атомиздат, 1980.-216 с.
8. Вакар К.Б. *Приборы и информационные системы регистрации и обработки сигналов акустической эмиссии материалов и конструкций // Акустическая эмиссия материалов и конструкций (1-я Всесоюзная конференция).*- Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского университета.-1989. - С.108-114.
9. Патент 2419, Украина, МКИ G01N29/14. *Способ контроля роста трещин в образцах материалов /* Андрейкив А.Е., Скальский В.Р., Лысак М.В. - Оpubл. 26.12.94. Бюл.№5-1.
10. Скальский В.Р. *Прибор для регистрации сигналов акустической эмиссии СВР-4 // Техн. диагностика и неразруш. контроль.-1995.-№1.С.71-79.*
11. *Акустико-эмиссионная система диагностики состояния ответственных металлоизделий /* В.В.Шип, Г.А.Бигус, Е.Г.Дорохова и др. // Техн. диагностика и неразруш. контроль.-1997.-№3. - С.56-59.
12. Бухало О.П. *Подавление непрерывных помех в каналах передачи стохастических импульсных сигналов // Метрология.-1990.-№6. - С.11-19.*
13. Бендат Дж., Пирсол А. *Прикладной анализ случайных данных.-М.:Мир, 1989.-540 с.*
14. Буйло С.И. *Использование статистических моделей для количественной оценки амплитудных распределений сигналов акустической эмиссии и повышения достоверности АЭ метода // Дефектоскопия.-1996.-№5. - С.26-34.*
15. Манохин А.И., Маслов Н.И., Белов А.В. *Энергетический анализ природы сигналов акустической эмиссии // Акустическая эмиссия материалов и конструкций. Ч.1. (1-я Всесоюзная конференция).* - Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского университета.-1989. - С.154-161.
16. *Применение метода акустической эмиссии для анализа процессов деформации и разрушения композиционных материалов /* Е.А.Кулешова, В.А.Куликов, О.В.Гусев и др. // Акустическая эмиссия материалов и конструкций. Там же. - С.169-180.
17. *Metrological support of NDT by acoustic emission method /* O.Bukhalo, V.Klym, G.Mukyryn at al // Computer Methods and Inverse Problems in Nondestructive Testing and Diagnostics.-Minsk, October 20-23,-1998. - P.305-310.
18. Бухало О.П. *Образцовый импульсный стохастический сигнал - применение, воспроизведение, аттестация // Измерительная техника.-1997.-№6. - С.24-33.*

# МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ КОНТУРІВ ПЛОСКИХ СИМЕТРИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Антоніна Буда, Тетяна Мартинюк, Генадій Лисенко, Ольга Король, Сергій Буда

Вінницький державний технічний університет, м.Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95, тел.(0432) 440-663, факс (0432) 465-772, E-mail: laser@lili.vstu.vinnica.ua

Досліджуються полярні моменти, створюється система ознак, зручна для аналізу форм симетричних двомірних об'єктів. Розглядаються зображення об'єктів, контури яких вже визначені. За точку прив'язки, відносно якої ведуть розрахунки, приймають центр тяжіння зображення. Відслідковується сукупність числових значень моментів, на підставі яких можна проводити класифікацію.

## ВСТУП

Сучасні класичні методи аналізу та розпізнавання зображень орієнтовані до наближення людського сприйняття з адекватним представленням інформації, що закладена в точному описі зображення. Прямі та криві лінії можна розглядати як найпростіші елементи великих структур, наприклад таких, як прямокутники, трикутники, кола та області довільної форми. Ці структури можна описати або проаналізувати за допомогою характеристик їх форми: метричних, топологічних, та аналітичних [1].

Аналітичні характеристики форми — це математичні моделі координатного опису проекції. До них відносять перетворення зображення по методу Фур'є, геометричні та полярні моменти в декартовій системі координат. Відомі напрямки дослідження внутрішньої форми об'єкту із застосуванням теорії моментів базуються на створенні математичних моделей:

1. Нормалізації зображення та виконання перетворень зсуву, орієнтації та масштабування зображення [2].

2. Інваріантних моментів, які є незмінними до виконання означених перетворень [3].

3. Зрівноваження моментів більш високих порядків та отримання стислої характеристики «центр-образ» [4].

Виконано машинне моделювання математичного опису геометричних моментів в полярній системі координат з метою дослідження зовнішньої

форми плоских бінарних зображень та побудови ознак симетричних зображень.

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ КОНТУРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Обчислення полярних моментів в загальному вигляді може бути представлено як

$$C_{nm} = \iint r^{n+1} \cos m\theta \cdot f(r \cos \theta + x_0, r \sin \theta + y_0) dr d\theta, \quad (1)$$

$$S_{nm} = \iint r^{n+1} \sin m\theta \cdot f(r \cos \theta + x_0, r \sin \theta + y_0) dr d\theta, \quad (2)$$

де  $r$  та  $\theta$  — відповідно радіус та кут в полярних координатах відносно центра тяжіння  $(x_0, y_0)$  зображення об'єктів;  $m, n$  — показники степені моментів ( $m, n = 0, 1, \dots$ ).

Ці вирази (1) та (2) передбачають дослідження замкненого контуру об'єкта складної форми. Якщо ж врахувати дискретизацію зображення та те, що функція яскравості світла  $F_{(x,y)}$  області зображення дорівнює одиниці, а зовні нулю, то математична модель полярних моментів (5) значно спрощується:

$$C_{mb} = \sum_k r_k^{n+1} \cos m\theta_k, \quad (3)$$

$$C_{mb} = \sum_k r_k^{n+1} \cos m\theta_k. \quad (4)$$

Де число  $k$  представляє точки контура.

Центр тяжіння в цьому випадку визначається як:

$$x_0 = \sum \frac{i}{N}, \quad (5)$$

$$y_0 = \sum \frac{j}{N}, \quad (6)$$

де  $N$  — число точок контура,  $i$  — абсциса цих точок,  $j$  — координата.

Оскільки головна інформація щодо конфігурації фігур міститься в її контурній лінії, то беруться до уваги зміни радіусів-векторів  $r$  від центра тяжіння зображення до найбільш та найменш віддалених точок контура (рис.1).

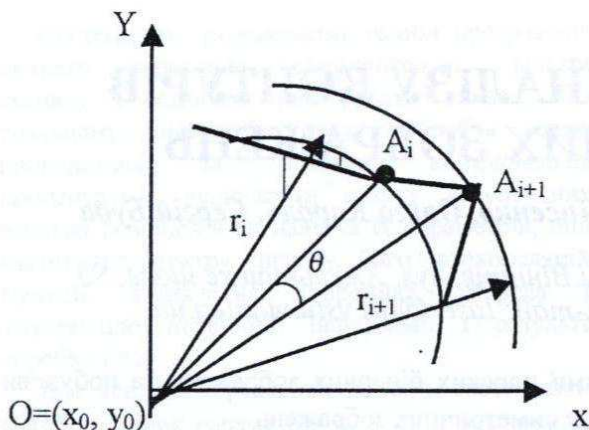


Рис. 1

Запропонований математичний опис зображення був застосований для контурів зображення, показаних на рис. 2.

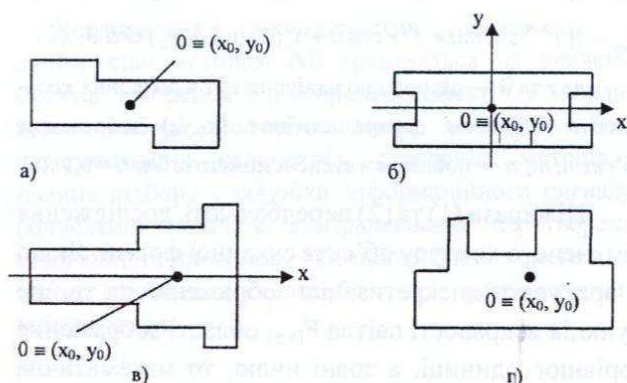


Рис.2

З метою класифікації ставилась у відповідність деяка сукупність чисел, що відповідає певним числовим значенням або нулю.

При обчисленні до уваги були прийняті змішані показники степені  $n$  та  $m$ , сума яких не перевищувала шести.

## ОЗНАКИ КОНТУРІВ ЗОБРАЖЕНЬ

Числові значення двох різновидів полярних моментів  $C_{nm}$  та  $S_{nm}$  для показаних зображень можна класифікувати так:

1. Зображення, яке має лише центр (рис.2,а). Сукупність моментів  $\{C_{11}, C_{12}, C_{22}, S_{11}, S_{12}, S_{22}\}$  характеризується певними числовими значеннями, інші дорівнюють нулю.

2. Зображення, яке має центр симетрії та дві ортогональні осі  $X$  та  $Y$  (рис.2,б).

Моменти першого різновиду  $C_{nm}$  ( $C_{12}, C_{22}$ ) характеризується певними числовими значеннями,

моменти другого різновиду  $S_{nm}$  ( $S_{12}, S_{22}$ ) дорівнюють нулю.

3. Зображення, яке має одну вісь симетрії та може бути орієнтовано в координатній системі  $XOY$  (рис.2,в).

3.1. Паралельно до осі  $X$  — вся сукупність першого різновиду моментів  $\{C_{nm}\}=0$ , а другі різновиди моментів  $S_{13}, S_{33}$  мають числові значення;

3.2. Паралельно до осі  $Y$  — вся сукупність  $\{C_{nm}\}$  характеризується числовими значеннями, відмінними від нуля, а вся сукупність  $\{S_{nm}\}=0$ .

Зображення без ознак симетрії (рис. 2,г). Сукупності двох різновидів полярних моментів  $\{C_{nm}, S_{nm}\}$  характеризуються числовими значеннями, відмінними від нуля.

## ВИСНОВКИ

Запропонована сукупність ознак контуру дозволяє:

1) вводити класифікацію зображень об'єктів з розширенням її до підкласів зображень шляхом дослідження змін  $\{C_{nm}\}$  та  $\{S_{nm}\}$ , що мають числові значення на кожному кроці кута зображення;

2) визначати орієнтацію осі симетричного об'єкту зображення;

3) звернутись до пошуків окремих складових частин зображення (крок дискретизації, загальне число кроків дискретизації, дискретні значення їх радіус-векторів) з метою отримання додаткових ознак.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Претг У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ.— Т. 2.— М.: Мир, 1982.— 786 с.
2. Анисимов Б. В., Курганов В. Д., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений.— М.: Высш. шк., 1987.— 295 с.
3. S. Dudani et al. Aircraft identification by moment invariant //IEEE Trans, Comput. C-26. 1977. P. 39-45.
4. Буда А. Г. Розробка моделей та дослідження прикладних методів обробки геометричних зображень на підставі моментних характеристик: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— Вінниця, 1993.— 25 с.
5. Куафе Ф. Взаимодействие работа с внешней средой.: Пер. с франц.— М.: Мир, 1985.— 285 с.

# THE PARTICULARITIES OF RADIO HEAT IMAGES OF CLOUDY FIELDS AS A PRIORI INFORMATION FOR REMOTE SENSING ALGORITHMS

N.V. Ruzhentsev, Yu.M. Gerasimov, A.V. Antonov

Institute of Radio Astronomy, National Academy of Sciences  
4 Krasnoznamennaya Str., 61002 Kharkov, Ukraine  
Fax: 38 0572 476506 E-mail: ruzh@rian.kharkov.ua

*The particularities of earth cover and cloudiness contrasted inhomogeneities at millimetre wave range are shown.*

## Introduction

Processing of radio thermal and radar images of earth surface and cloudy fields with the purpose of their quality improvement is one of major procedures at restoring of environmental parameters. As a result of such image processing is decreasing of negative influence of multiplicative (external origin) and additive (apparatus origin) disturbances. Such procedure carrying out provides an improvement of perception of forms and boundaries of earth covers and atmosphere contrasted formations as well as their radio and physical properties retrieving.

However it is necessary to note that in all these cases in different wavelength ranges there are very frequently the situations when the efficiency of evocative methods of processing is reduced (and even in a number of situations its may be reduced to the zero). It is connected with a negative influence of atmospheric discontinuities especially essential in millimetre and sub-millimetre wavelength ranges then earth cover parameters are sounded. On the other hand then atmosphere parameters are sounded we should collide with earth cover destructive influence. We think the discrimination of radiometric contribution between ground surface and atmosphere is one of the most important issues in passive microwave remote sensing from air and space. Especially in millimetre wavelength there is not so much data existed at present. In these

situations while as a rule not surmounted to the present time with the help of the conventional approaches (for a case of remote sensing over surface of the Land and sea ice fields) it is necessary to search for the new approaches and ways of mentioned problem overcoming.

## Results

This report is dedicated to searching and investigating of above mentioned differences.

The helicopter trace measurements of space changes of earth cover radio brightness temperatures at 3 millimetre-waves /1–2/, have shown a continuous character of sizes distribution of contrasted formations, and also what absence of preferable direction in azimuth orientation for these formations /1/. In same time, as a result of one-year cycle of observations of atmospheric fronts passing above our terrestrial observatory (49N 37E) we marked some periodic character of space discontinuities of atmospheric attenuation at millimetre wave range /1, 3/.

Such differences (in case their determination) could be useful for secondary processing of radio images by the methods of texture analysis for example. Here we speak about usage of certain guessed statistical differences between discontinuities of earth surface and atmosphere in their form, group orientation and sizes. You see if it would possible to confirm a systematic character of such differences in the form, sizes and orientations, these statistical data could be applied as some a priori information useful for creation of new method of processing. It is

understandable, that for research of such legitimacies the realisation of the analysis of radio heat images for spatially extended areas is necessary. As a source of such data we selected by the radio images over tropics obtained by TRMM satellite (NASA-NASDA). The radiometric instrumentation of the given satellite for today differs by the greatest space resolution of antenna at 3MM and 8MM ranges, and also has the infrared channel. At processing of data presented by Goddard Distributed Active Archive Center we used the radiometer images of areas with a size of 800x2000 km obtained at infra-red, 3MM and 8MM wave ranges. Thus we used the specially designed by us for this purpose a soft-ware - algorithmic support, which allows:

- to conduct a conversion of the satellite maps from a radio brightness sort to a binary pattern (on which selection of contrasting formations of cloudy fields is yielded by a method sliding average – Fig. 1a);
- to calculate sizes of effective lengths and widths for each of the allocated contrasting formations;
- to carry out a calculation and statistical analysis of lengths, widths, ellipticity and orientation for formations contrasted on the radio images.

The Figures 1 and 2 shows the results of such processing for two typical tropical frontal zones at Indian Ocean (14S 60E, the Madagascar's area) and at Pacific Ocean (20,75N 156,6W, the Hawaii's area).

In both figures it is easy to note the availability of some prevailing direction in orientation of cloudy formations (here zero is a direction the North - South). This prevate direction is well allocated not only on a space scale of 700x800 km (fig. 1b) but also on the greater scale 2000x800KM (fig. 1c). In this case allocation of directions of orientation practically coincides for IR and for two points of millimetre wave range. Cases however are frequent, when the indicated prevailing directions differ for a little between IR and millimetre ranges, or in IR range they are

expressed not so brightly, as in millimetre waves.

We can also mark availability of certain reference values of relations of lengths and widths (ellipticity) for the allocated formations in cloudiness fields, viewed by us and also availability some reference for each wavelength range of sizes of length of cloudy discontinuities. All this basically is tags (an priori information), which usage can be useful at sharing interaction influence of earth surface and atmosphere radiation at processing of radio heat images.

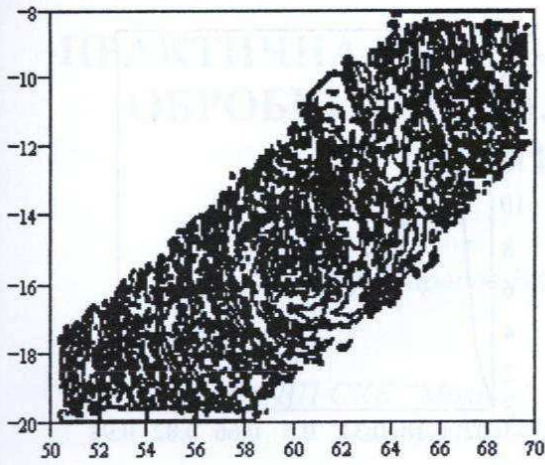
It is necessary also to note a frequent availability of some harmonically (multiplicity to two or three) in distribution of lengths of clouds formations /Fig. 1e). The same features were marked earlier by us at a data analysis of terrestrial observations of passing of atmospheric fronts in middle latitudes /1/. It is easy to see the maximums at distributions of "ellipticity" values for both different cyclones (Fig. 1d and 2b). At that these characteristic maximums have values near 0,2 for both different atmosphere events observed for different areas of world.

## Conclusions

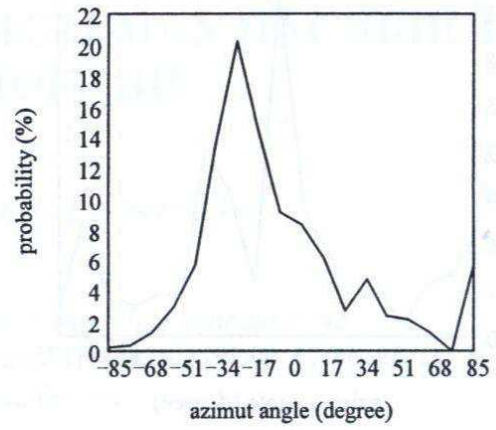
Thus as a result of this work, the availability chain expressed features in a morphological structure of cloudy fields is confirmed. These features can be used as the a priori information at build-up of new algorithms of retrieving of cloudy coverage parameters observed on the phone of earth surface, and also at retrieving of earth surface parameters apparent through a cloudy cover in a millimetre waves.

At realisation of further operations in this direction we plan to receive more complete statistical grounding of the quantitative evaluations for above mentioned features in different seasonal and synoptic situations. After that it will be possible to initiate directly with development of algorithms of secondary processing of air-space radio heat images.

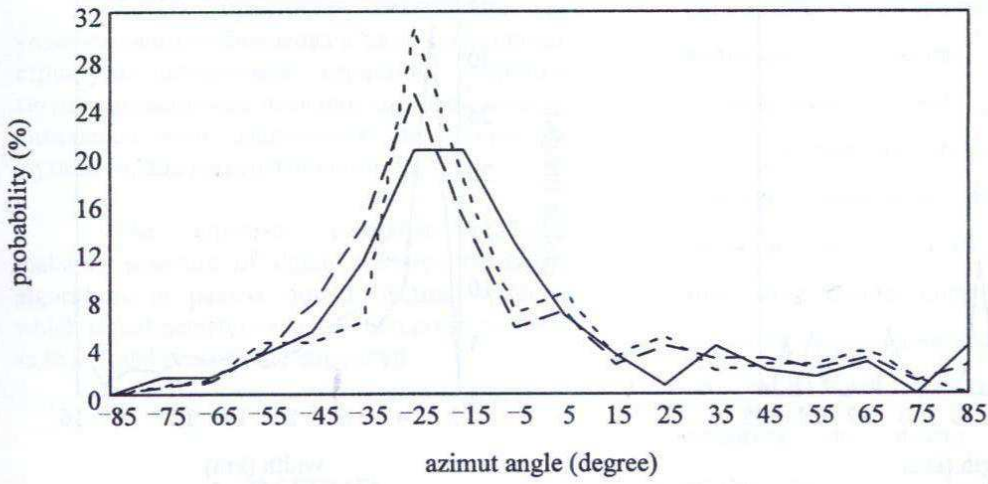




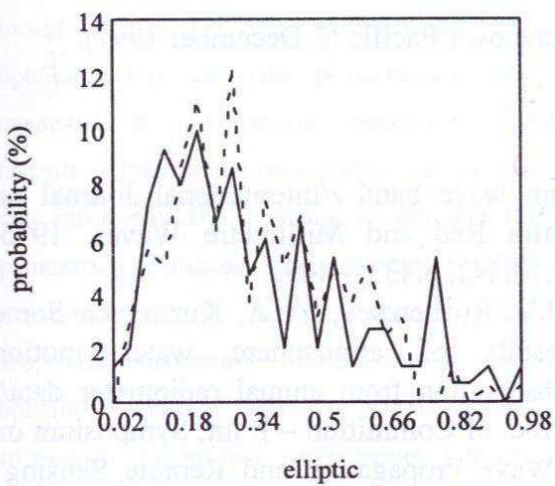
a)



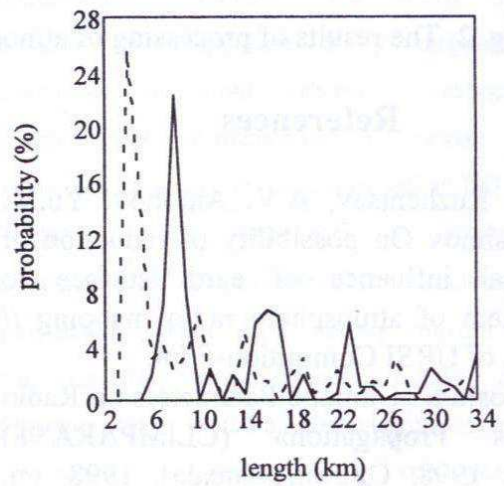
b)



c)

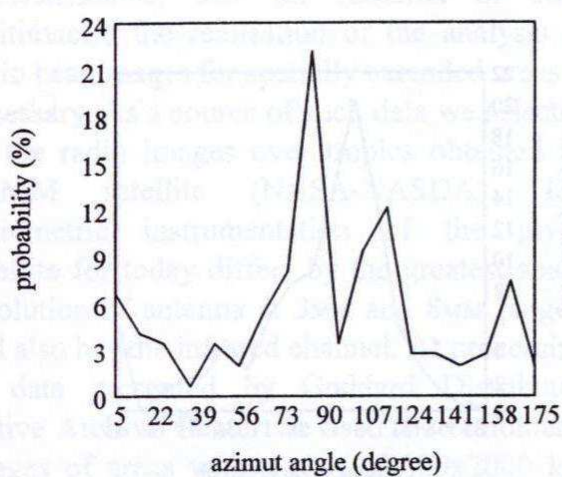


d)

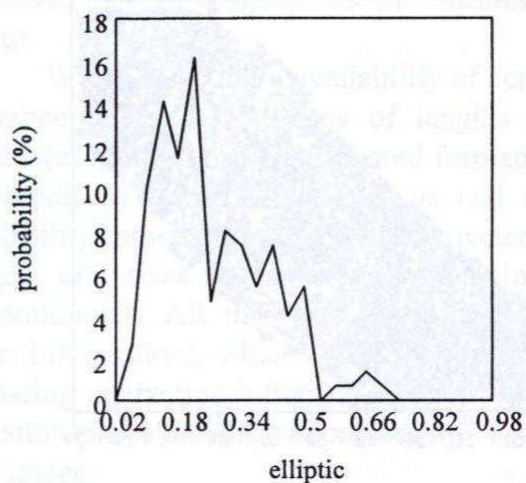


e)

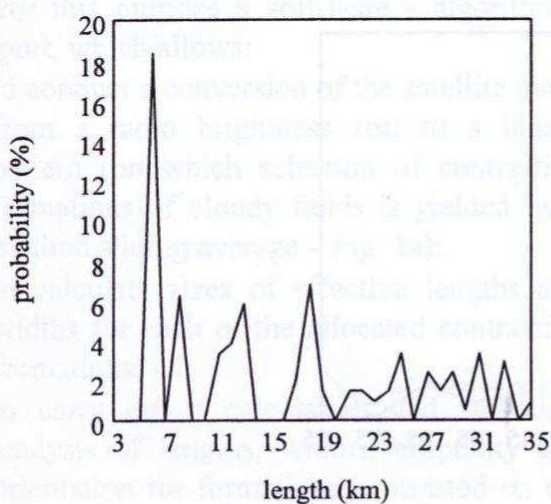
Fig. 1. The results of processing of the Hurricanece over Indian Ocean (2 October, 1998)



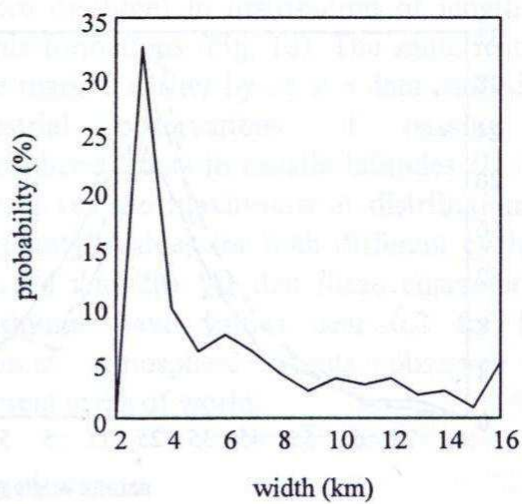
a)



b)



c)



d)

Fig. 2. The results of processing of atmosphere cyclone over Pacific (2 December 1997).

### References

1. N.V. Ruzhentsev, A.V. Antonov, Yu.M. Gerasimov On possibility of reduction of mutual influence of earth surface to problem of atmosphere radio mapping // Proc. of URSI Commition-F Int. Symposium «Climatic Parameters on Radio Waves Propagation» (CLIMPARA'98) (April 1998, Ottawa, Canada), 1998, pp. 216 – 219.
2. N.V. Ruzhentsev, V.P. Churilov Terrain radiation: - measurement investigation at 3 mm wave band //International Journal on Infra Red and Millimetre Waves. 1996, v.17, N2, p.433 – 449.
3. N.V. Ruzhentsev, Yu.A. Kuzmenko Some results of atmosphere water motion observation from annual radiometer data// Proc. of Commition – F Int. Symposium on “Wave Propagation and Remote Sensing” (22 September, 1998, Aveiro, Portugal) 1998,p.247-250

# ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ПЕРВИННОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ ПАСИВНОЇ ЗВУКОВОЇ ЛОКАЦІЇ

*Тарасов В.О., Кропачев Д.О., Коржов В.І.*

*КП СКБ "Молнія", 65005, м. Одеса, вул. Прохорівська, 45*

*Телефон: (048) 732-31-64, факс: (048) 732-49-06*

*E – mail: kpmo@farlep.net*

Подана практично реалізована на універсальному обчислювачі квазі-оптимальна структура алгоритмів первинної обробки сигналів у системах пасивної звукової локації, виявлювач якої адаптується не тільки до шумового, але і до сигнального процесу.

The universal computer practical realizing structure of signal primary processing algorithms in passive sound ranging systems, which signal detectors adapt as to a noise process, as to a signal process, are suggested.

## 1. ВСТУП

Традиційно в системах пасивної звукової локації (ПЗЛ) [1] під алгоритмами первинної обробки (ПО) сигналів розуміються алгоритми виявлення й оцінювання параметрів корисних сигналів. Практично реалізовані на сьогоднішній день алгоритми ПО сигналів в системах ПЗЛ, що працюють у реальному масштабі часу (РМЧ), є квазі-оптимальними [2], тобто класичні оптимальні алгоритми виявлення й оцінювання параметрів корисних сигналів (або в узагальненому виді оптимальні алгоритми розрізнення сигналів) [3], спрощуються розроблювачем із метою забезпечення їхньої практичної реалізованості в умовах обмеженості апаратних і обчислювальних ресурсів. При цьому розроблювачі, як правило, жертвують оптимальністю алгоритмів виявлення. Це приводить до зниження імовірності правильного виявлення і розв'язуючої

спроможності. Алгоритми ж оцінювання параметрів корисних сигналів прагнуть реалізувати оптимальним способом.

Головною задачею розроблювача, що створює практично реалізовані алгоритми ПО сигналів у системах ПЗЛ, залишається еволюційне (у міру збільшення апаратних та обчислювальних ресурсів) наближення квазі-оптимальних алгоритмів до оптимальних. На цьому шляху еволюційного розвитку в зв'язку зі швидким ростом продуктивності універсальних обчислювачів представляється доцільним мінімізувати апаратне опрацювання, обмежив його задачі прийомом сигналів, перетворенням їх у цифровий вид, передачею по лінії зв'язку і введенням в універсальний обчислювач. У зв'язку з цим з'являється можливість основний обсяг ПО сигналів у системі ПЗЛ перекласти на універсальний обчислювач і реалізувати ПО в основному на програмному рівні. При такому підході поява в розпорядженні розроблювача більш потужних обчислювальних засобів, дозволяє реалізувати нові структури алгоритмів ПО, які усе більш наближаються до оптимальних, шляхом зміни, в основному, тільки програмно-математичного забезпечення (ПМЗ) ПО сигналів у системах ПЗЛ.

У даній роботі подана практично реалізована на універсальному обчислювачі квазі-

оптимальна структура алгоритмів ПО сигналів в системах ПЗЛ, виявлювач якої адаптується не тільки до шумового, але і до сигнального процесу.

## 2. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ПЕРВИННОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

У роботі [2] показано, що однією з найбільш перспективних для практичної реалізації структур є структура алгоритмів ПО на основі комбінації процедур адаптивного виявлення сигналів, попередньої фільтрації і кросс-коррелятора. У роботі [2] також описана практична реалізація квазі-оптимальної ПО сигналів в системах ПЗЛ, котра заснована на комбінації процедур виявлення сигналів адаптивним (до рівня шуму) виявлювачем і оцінювання параметрів сигналів кросс-коррелятором і реалізована у виді комплексу ПМЗ, що працює в реальному масштабі часу на універсальному обчислювачі IBM PC 486. Макет, що реалізує цю структуру алгоритмів квазі-оптимальної ПО сигналів в системі ПЗЛ був випробуваний у польових умовах. Результати іспитів показали, що по основним тактико-технічним параметрам макет задовольняє запропонованим сьогодні до нього вимогам. Однак відповідно до результатів роботи [2] наступним закономірним кроком по шляху розвитку поданої структури алгоритмів квазі-оптимальної ПО сигналів в системі ПЗЛ є доробка виявлювача поданої структури ПО сигналів в системі ПЗЛ, тобто адаптація виявлювача не тільки до шумового, але і до сигнального процесу і, таким чином, еволюційний перехід до повноцінного адаптивного виявлювача.

Відповідно до концепції еволюційного (у міру збільшення апаратних і обчислювальних ресурсів) наближення квазі-оптимальних алгоритмів до оптимальних на сьогоднішній день можна запропонувати наступну практичну реалізацію квазі-оптимальної структури алгоритмів ПО сигналів в

системах ПЗЛ, виявлювач якої адаптується не тільки до шумового, але і до сигнального процесу і яка може бути реалізована у виді комплексу ПМЗ, що працює в РМЧ на універсальному обчислювачі (рис.1).

У поданій на рис.1 структурі квазі-оптимальних алгоритмів ПО сигналів в системі ПЗЛ можна виділити наступні основні етапи обробки:

- прийом акустичних сигналів звукоприймальними пристроями (ЗП) на лінійній акустичній базі (АБ), перетворення сигналів ЗП у цифровий вид у частотному діапазоні 5 - 120 Гц, передача сигналів ЗП по лініях зв'язку і введення їх в буфер обчислювача (блоки 1 і 2);
- фільтрація фільтром із смугою пропускання 5-40Гц (блок 3), оцінка рівнів шумів і адаптація до них рівнів виявляючих порогів (блок 4), виявлення, оцінка моменту приходу і виділення корисних сигналів, оцінка відношення сигнал/шум (блок5);
- відсівання сигналів балістичної хвилі, що використовує сигнальні фрагменти в діапазоні 5 - 120 Гц (блоки 6 і 7), і відсівання інших "завадових" сигналів (блоки 8 і 9);
- класифікація вибірки зареєстрованих корисних сигналів по переважному значенню відношення сигнал/шум (блок 10);
- накопичення заданого числа виділених корисних сигналів і тимчасове припинення уведення вхідної інформації (блок 11);
- формування можливих пар сигналів, що відповідають тому самому джерелу (блок 12), визначення класу виділених корисних сигналів по їх тимчасовій і частотній структурі (блок 13), визначення класу пари (блок 14), виділення найбільш ймовірної пари сигналів із сформованих пар і визначення необхідності взаємо-корреляційної обробки сигналів пари (блок 15);
- оцінювання параметрів сигналів і взаємо-корреляційне оцінювання затримки між сигналами

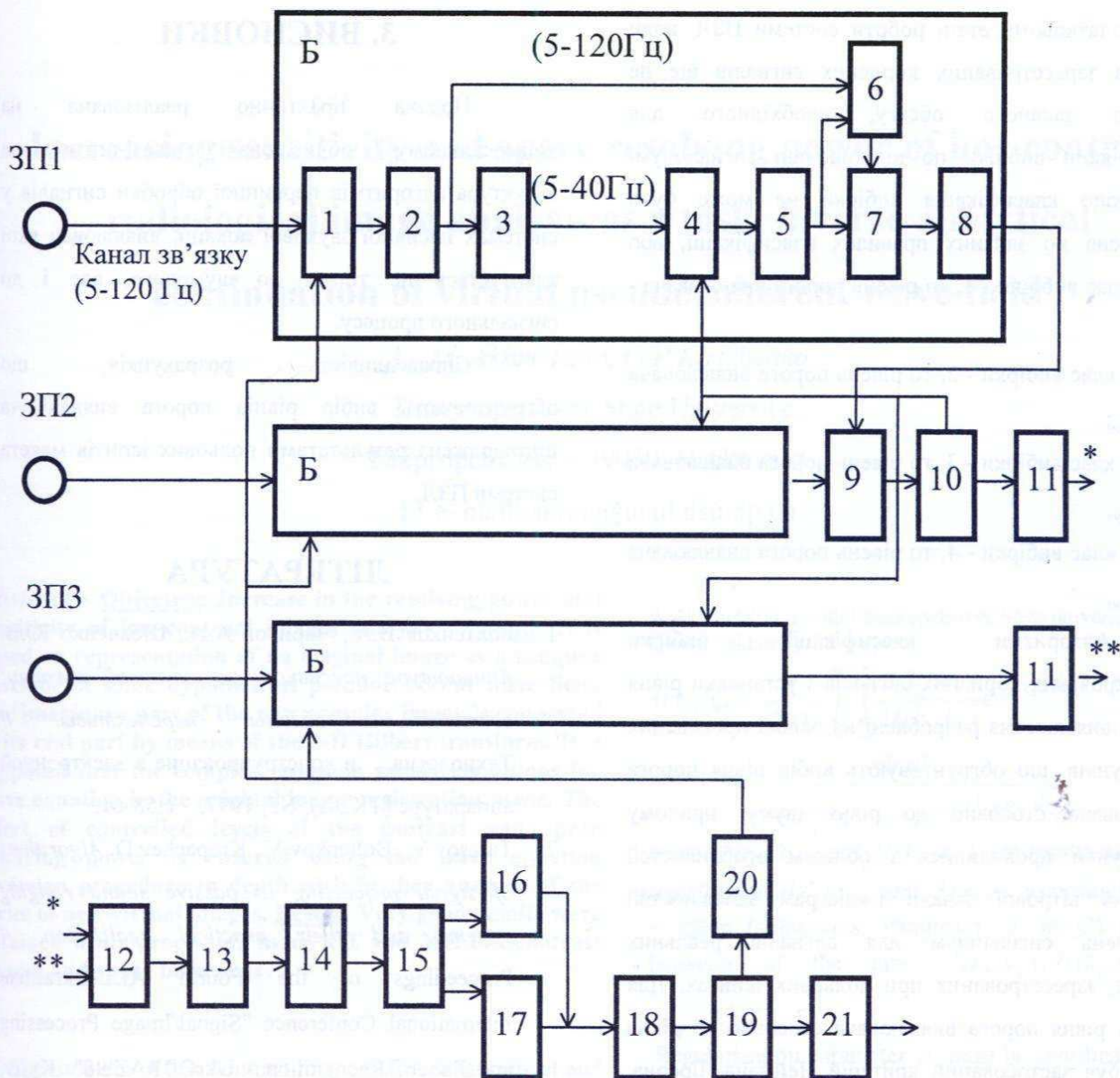


Рис.1. Структура ПО сигнали в системі ПЗЛ, заснована на комбінації процедур виявлення сигналів адаптивним виявлювачем і оцінювання параметрів сигналів кросс-коррелятором і реалізована у виді комплексу ПМЗ, що працює в РМЧ на універсальному обчислювачі.

(блоки 16 і 17), формування вихідних кодограм (блок 18) і передача їх через вихідний буфер (блок 19) на універсальний обчислювач вторинної обробки (блок 21);

- очищення робочих масивів пам'яті й ініціалізація подальшого введення вхідної інформації (блок 20).

У блоці 10 класифікація вибірки зареєстрованих корисних сигналів за значенням відношення сигнал/шум здійснюється в такий спосіб:

- якщо вибірка зареєстрованих корисних сигналів заданого об'єму є рівно ймовірною по відношенню сигнал/шум, то клас вибірки - 1;

- якщо у вибірці зареєстрованих корисних сигналів заданого об'єму переважають сигнали з відношенням сигнал/шум  $> 15$ , то клас вибірки - 2;

- якщо у вибірці зареєстрованих корисних сигналів заданого об'єму переважають сигнали з відношенням  $8 \leq \text{сигнал/шум} \leq 15$ , то клас вибірки - 3;

- якщо у вибірці зареєстрованих корисних сигналів заданого об'єму переважають сигнали з відношенням сигнал/шум  $< 8$ , то клас вибірки - 4.

У блоці 4 рівень порога виявлювача задається в такий спосіб:

- на початковому етапі роботи системи ПЗЛ, коли вибірка зареєстрованих корисних сигналів ще не досягла заданого обсягу, необхідного для класифікації вибірки по відношенню сигнал/шум, або якщо класифікація вибірки не може бути проведена по заданих правилах класифікації, або якщо клас вибірки - 1, то рівень порога виявлювача -  $7\sigma_{\text{шуму}}$ ;

- якщо клас вибірки - 2, то рівень порога виявлювача -  $8\sigma_{\text{шуму}}$ ;

- якщо клас вибірки - 3, то рівень порога виявлювача -  $5\sigma_{\text{шуму}}$ ;

- якщо клас вибірки - 4, то рівень порога виявлювача -  $4\sigma_{\text{шуму}}$ .

Алгоритми класифікації вибірки зареєстрованих корисних сигналів і установки рівня порога виявлювача розроблені на основі проведених розрахунків, що обґрунтовують вибір рівня порога виявлювача стосовно до рівня шуму, причому розрахунки проводилися з обліком особливостей реальної вітрової завади і діаграм залежностей відношень сигнал/шум для сигналів реальних джерел, зареєстрованих при польових іспитах. Для вибору рівня порога виявлювача стосовно до рівня шуму був застосований критерій Неймана-Пірсона, який наказує добиватися забезпечення порогом виявлювача мінімальної імовірності пропуску сигналів при обмеженні зверху на імовірність помилкової тривоги.

Справедливість розрахунків, що обґрунтовують вибір рівнів порога виявлювача підтверджена результатами польових іспитів макета системи ПЗЛ, у якому була реалізована структура ПО сигналів в системі ПЗЛ, заснована на комбінації процедур виявлення сигналів адаптивним до рівня шуму виявлювачем і оцінювання параметрів сигналів кросс-коррелятором [2], зокрема результатами польових іспитів макета при рівнях порога виявлювача -  $7\sigma_{\text{шуму}}$  і  $4\sigma_{\text{шуму}}$ .

### 3. ВИСНОВКИ

Подана практично реалізована на універсальному обчислювачі квазі-оптимальна структура алгоритмів первинної обробки сигналів у системах пасивної звукової локації, виявлювач якої адаптується не тільки до шумового, але і до сигнального процесу.

Справедливість розрахунків, що обґрунтовують вибір рівнів порога виявлювача підтверджена результатами польових іспитів макета системи ПЗЛ.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Болтенков В.А., Чариков А.Н., Шевченко Ю.В. *Аппаратура пассивной звуковой локации: состояние, проблемы, перспективы.* // Технология и конструирование в электронной аппаратуре (ТКЭА), N3, 1997, с.58-61.
2. Tarasov V., Boltenev V., Kropachev D. *Algorithms of signal processing in passive sound ranging systems and their practical realization.* // Proceedings of the Fourth ALL-Ukrainian International Conference "Signal/Image Processing and Pattern Recognition - UkrOBRAZ'98". Kyjiv, 1998, P. 141-142.
3. Сосулин Ю.Г. *Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов.* - М.: Сов. радио, 1978. - 320с.

# Increasing sensitivity and space resolving power of low contrast radiological image analysis as a task inverse analytical continuation of virtual pseudocoherent wave field

A. M. Akhmetshin, O.P. Kirichenko

Dnepropetrovsk State University,  
Dnipropetrovsk – 49050, Naykova st.,  
13 e-mail: akhm@mail.dsu.dp.ua

**Abstract - Objective:** Increase in the resolving power and sensitivity of low-contrast images analysis. **Method:** It is based on representation of an original image as a complex envelope of some hypothetical pseudocoherent wave field. The imaginary part of the new complex image is connected to its real part by means of the 2-D Hilbert transform. It is supposed that the complex envelope satisfy conditions for wave equation in the original image registration plane. The effect of controlled levels of the contrast and space resolving power is ensured using the wave equation inversion procedure in depth with further analysis of the series of new virtual images. **Result:** Very good results were obtained while processing many CT and MR low-contrast images and space born ones.

The problem of low contrast image (LCI) enhancement and segmentation is one of the most important for medical diagnostics and remote sensing.

Very often the task of a LCI enhancement can be represented as an one of inverse filtering within the framework of the equation of convolution [1].

$$i(x,y)_{obs} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(x-u, y-v) i(u,v)_{id} dudv, \quad (1)$$

where observed image  $i(x,y)_{obs}$  being considered as a result of the influence of some distortion operator  $H(x,y)$  onto an unknown ideal image  $i(x,y)_{id}$ .

In this case a problem of the LCI enhancement can be formulated as that of inverse filtering.

The inaccuracy of distortion of the operator  $H$  can be reduced to the influence of a structural and measurement noise  $n(x,y)$ . Then the inverse filtering problem is reduced to a search of a corresponding regularized solution  $\hat{i}(x,y)_{id}$  [2].

A. Akhmetshin is with Dnepropetrovsk State university, Ukraine.  
E-mail: akhm@rff.dsu.dp.ua

$$\hat{i}(x,y)_{id} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(k_x, k_y)}{H(k_x, k_y)} e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \times \frac{1}{1 + \alpha(k_x^2 + k_y^2)^{\beta/2}} \quad (2)$$

where  $I(k_x, k_y)$  and  $H(k_x, k_y)$  are results of the Fourier transform of  $i(x,y)_{obs}$  and  $H(x,y)$  accordingly;  $k_x$  and  $k_y$  – space frequencies. Parameter  $\beta$  in (2) depends on behavior of the ratio  $I(k_x, k_y)/H(k_x, k_y)$  when  $(k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ .

Regularization parameter  $\beta$  must be coordinated with the accuracy of the image  $i(x,y)_{obs}$  registration.

There are many publications (the comprehensive bibliography is given in [3]) devoted to consideration of various approaches intended for solving the equation (1), but, however, under the condition that analytical description of the distortion operator  $H$  in some form is known. However, in application to tomographic LCI (especially for MRI), the principal problem is the fact that the form of  $i(x,y)_{obs}$  depends on too many unknown physical and technical factors [4]. The latter means that it is practically impossible to consider the problem of increasing the quality of the tomographic LCI  $i(x,y)_{obs}$  (as example) on base of equation (2), because the analytical description of the distortion operator  $H(x,y)$  is unknown. This very fact conditions availability of a great deal of the purely mathematical algorithms of the secondary processing of LCI [5].

In the paper, the information possibilities of the new LCI processing method are considered. The presented

approach is based on the physical inversion method which does not require any *a priori* analytical description of  $H(x, y)$  and provides effective simultaneous segmentation of LCI via using of new phase-space characteristics. The method is based on some assumptions:

**Assumption 1.** The original LCI  $i(x, y)_{obs}$  is the real part of a complex envelope  $s(x, y)$  of an unobserved coherent wave field  $g = g(x, y, z, t)$  which spreads up along the axis  $z$  from  $z = -\infty$  to  $z = 0$ :

$$\begin{aligned} g(x, y, z, t) &= s(x, y) \exp[j(k_z z - \omega t)] \quad (3) \\ k_z &= 2\pi / \lambda; \quad \omega = 2\pi f; \\ i(x, y) &= \text{Re}\{s(x, y)\}, \end{aligned}$$

where  $f$  is the frequency and  $\lambda$  -- the wavelength of the hypothetical wave field. In this sense  $g = g(x, y, z, t)$  can be considered as a pseudocoherent (virtual) wave field (PWF). It is supposed that complex envelope  $s(x, y)$  of the PWF be "frozen" in the plane  $z = 0$  of the observation of the original image  $i(x, y)_{obs}$  at the moment  $t = 0$ , i. e.

$$i(x, y)_{obs} = i(x, y) = \text{Re}\{s(x, y, z = 0, t = 0)\}, \quad (4)$$

**Assumption 2.** The imaginary part of the complex envelope of the PWF  $q(x, y) = \text{Im}\{s(x, y)\}$  is connected to its real part  $i(x, y) = \text{Re}\{s(x, y)\}$  by means of the 2-D Hilbert transform

$$q(x, y) = \frac{1}{\pi^2} P \int \int_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \frac{i(u, v)}{(u-x)(v-y)} du dv, \quad (5)$$

where  $P$  stands for the Cauchy principal value. This allows to express the complex envelope of the PWF in the form

$$s(x, y) = i(x, y) + jq(x, y) = a(x, y) \exp(j\varphi(x, y)) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} a(x, y) &= \sqrt{i^2(x, y) + q^2(x, y)}, \\ \varphi(x, y) &= \text{arctg}[q(x, y)/i(x, y)], \end{aligned} \quad (7)$$

where  $a(x, y)$  and  $\varphi(x, y)$  denote the magnitude-space and phase-space characteristics, respectively.

The Fourier transform of the  $i(x, y)_{obs} = i(x, y)$

$$\begin{aligned} I(k_x, k_y) &= F\{i(x, y)\} = \\ &= \int \int_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} i(x, y) \exp[-j(k_x x + k_y y)] dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

is connected to the complex envelope  $s(x, y) = s(x, y, z = 0, t = 0)$  of the PWF by the expression

$$s(x, y) = 2 \int \int_0^{\infty} I(k_x, k_y) \exp[j(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y \quad (9)$$

In equation (8),  $k_x$  and  $k_y$  denote space frequencies,  $F$  -- the operator of the Fourier transform.

The complex envelope characteristics  $a(x, y)$ ,  $\varphi(x, y)$ ,  $\text{Re}\{s(x, y)\}$  and  $\text{Im}\{s(x, y)\}$  are considered as the sought-for information in the framework of the proposed method.

**Remark.** On this stage is possible to realize an algorithm for providing effect of a virtual lens using with varying focus depth. As it is known, the complex envelope of a coherent optical wave on the output of the lens with transfer function  $T(x, y)$  has form [6]

$$S_{out}(x, y) = T(x, y)S(x, y), \quad (10)$$

where

$$\begin{aligned} T(x, y) &= C \exp(-jk\rho^2/2f_0); \\ C &= \exp(jk\eta d) \end{aligned} \quad (11)$$

In (11)  $k = 2\pi / \lambda$ ;  $d$  -- maximum thickness of the virtual lens;  $\eta$  -- virtual coefficient of refraction;  $f_0$  -- focus

depth of the lens;  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ . From equation (11) is seen that virtual lens  $T(x, y)$  provides only phase correction of the input complex envelope  $S(x, y)$ .

From principle point of view, a digital variation of the focus depth  $f_0$  (as controlled parameter) allows enhance the quality of a virtual analysis of the LCI, but there is one practical difficulty. The  $S(x, y)$  is given in the rectangular coordinate system, but  $T(x, y)$  is computed in the polar co-ordinate system. The influence of a pixel structure of the  $S(x, y)$  will be displayed in appearance of artifacts (there is some analogy with the slice theorem in tomography). Experiments had shown that ones influence on the phase-space characteristics of the  $S(x, y)_{out}$  was very significant. For this reason the other method of the phase-correction was used.

**Assumption 3.** PWF  $g(x, y, z, t)$  satisfies the wave equation

$$\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \right) \quad (12)$$

with boundary conditions for PWF complex envelope  $\text{Re}\{s(x, y, z = 0, t = 0)\} = i(x, y)_{obs}$ . In (12)  $c$  stands for the phase velocity of the PWF and in general case  $c = c(x, y)$ .

**Method.** The solution to the problem of increasing the LCI contrast and spatial resolving power is inversion of the wave equation (12) in depth from plane of the original image registration  $z = 0$  to  $z = z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , i.e. the problem is to restore a complex wave field  $g(x, y, z)$  in the time moment  $t = 0$  from the wave field  $g(x, y, z = 0, t = 0)$  which exists in the plane of original observation.

There are various possible approaches to the problem of the wave equation (12) inversion. The used method's outline description in application to the idealized situation  $c = \text{const}$  is as follows. Using the properties of the Fourier transform, from the equation (12) we obtain



$$\begin{aligned}
F\left\{\frac{\partial^2 g}{\partial t^2}\right\} &= (j\omega)^2 G(k_x, k_y, k_z, \omega), \\
F\left\{\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right\} &= (jk_y)^2 G(k_x, k_y, k_z, \omega), \\
F\left\{\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right\} &= (jk_x)^2 G(k_x, k_y, k_z, \omega), \\
F\left\{\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right\} &= (jk_z)^2 G(k_x, k_y, k_z, \omega).
\end{aligned} \quad (13)$$

Taking the Fourier transform of both parts of the equation (12) along co-ordinates  $x$ ,  $y$  and  $t$ , the following expression can be obtained:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 G(k_x, k_y, z, \omega)}{dz^2} &= \\
&= \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2\right) G(k_x, k_y, z, \omega)
\end{aligned} \quad (14)$$

Equation (14) is simple differential equation of second order, which has two independent solutions corresponding to waves of two types. For our problem only the solution for the downward extrapolation from  $z=0$  to  $z=z_i$  is of interest.

The solution of the extrapolated PWF has the form

$$\begin{aligned}
G(k_x, k_y, z + \Delta z, \omega) &= \\
&= \exp\left(j\Delta z \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}\right) G(k_x, k_y, z, \omega)
\end{aligned} \quad (15)$$

or

$$G(z + \Delta z) = KG(z),$$

where

$$K = \exp\left(j\Delta z \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}\right), \quad |K| = 1. \quad (16)$$

1) From equation (16), it is seen that PWF extrapolation is based on the PWF front phase correction.

From dependence  $G(k_x, k_y, z, \omega)$ , one can obtain needed solution  $g(x, y, z, t=0)$  applying the 2-D Fourier inverse transform in the plane of space frequencies  $k_x$  and  $k_y$  with subsequent summation in time frequencies  $\omega$  [7]:

$$\begin{aligned}
g(x, y, z, t) &= \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{\omega} G(k_x, k_y, z, \omega) \\
&\times \exp[j(k_x x + k_y y)]
\end{aligned} \quad (17)$$

From equations (15) and (16) it is seen that specific solution depends on the choice of the PWF virtual wavelength, depth of the PWF extrapolation and spatial dependence of the PWF phase velocity  $c = c(x, y)$ .

#### Result.

Example of the X-ray CT image of a coxa joint is shown in fig.1.

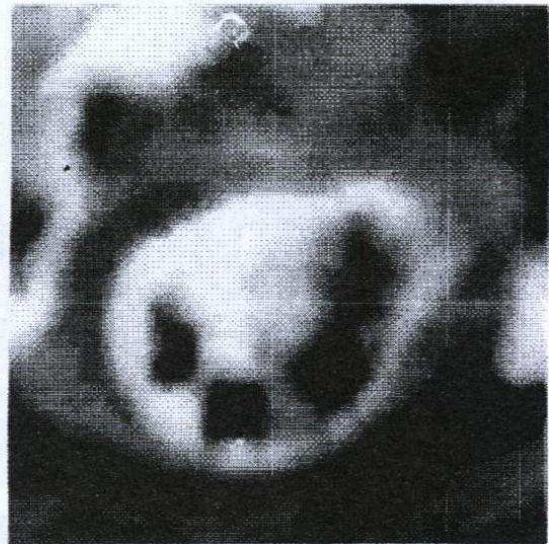


Fig 1. Example of low contrast biomedical image X-ray CT

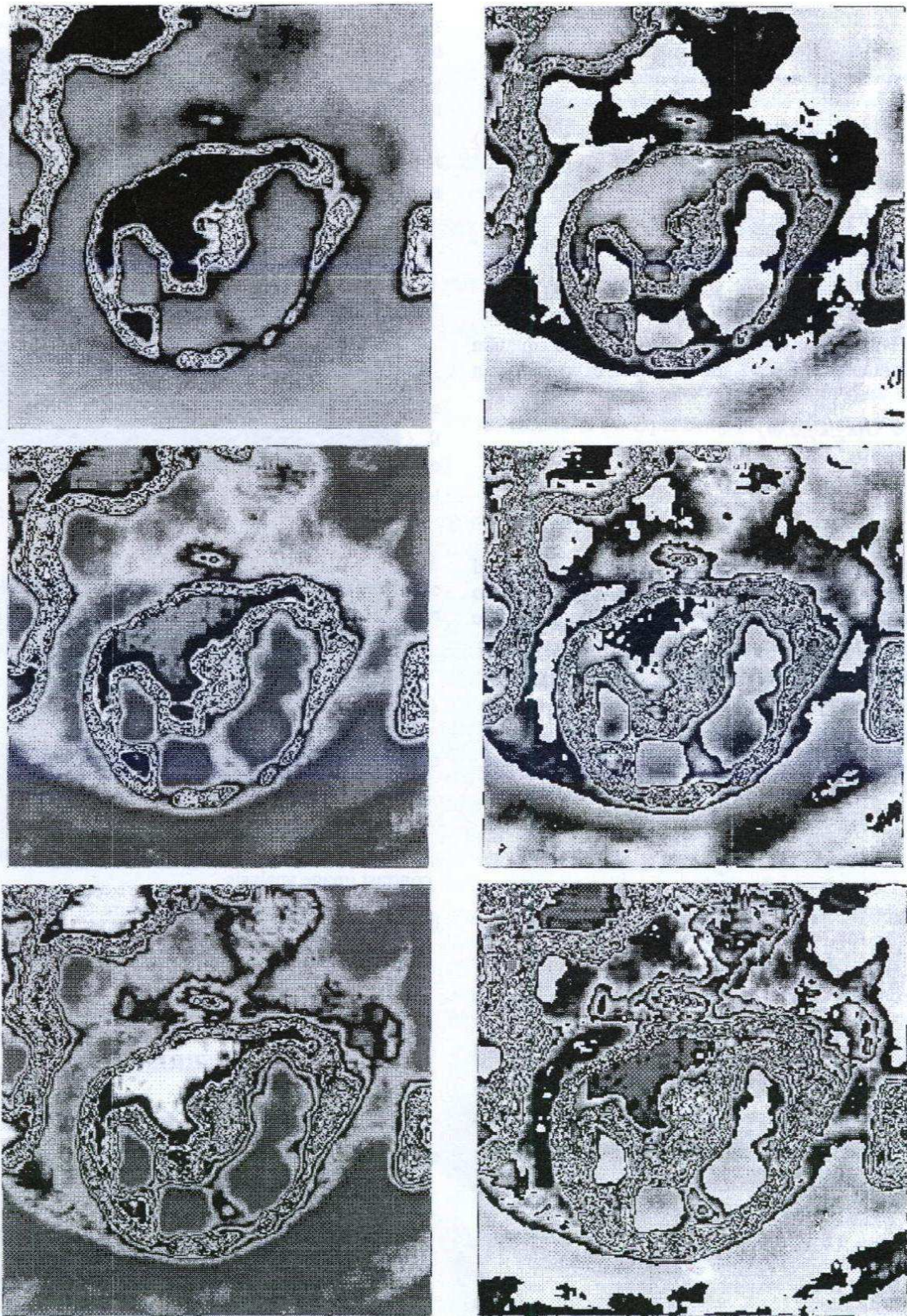
Very important practical feature of the PWF inversion method is the possibility of aiming at the most interesting LCI domains for their detailed analysis.

## CONCLUSION

1. The experimental results confirmed the practical expedience of using the PWF inversion method for low-contrast image processing.
2. The PWF inversion method ensures high spatial resolving power and high-sensitive segmentation for low-contrast image analysis.
3. Very important practical feature of the method lies in the possibility of the aiming at the most interesting domains of the low-contrast images by means of proper choice of the PWF extrapolation depth. From physical point of view, such an effect is equivalent to introduction of the variable focus depth for the new virtual images.

## REFERENCES

1. Bates R.H.T., McDonnell M.J. (1986) Image restoration and reconstruction. Oxford: Clarendon Press.
2. Tikhonov AN, Arsenin VJ (1977) Solutions to ill-posed problems. New York: Halsted.Ltd.
3. Vasilenko GI, Tavatorin AM (1986) Image reconstruction. Moscow: Radio and Sviaz.
4. Leach MO (1991) MRI obtention with space localization. In Webb S. (ed.): The Physics of Medical Imaging. Moscow: Mir, v.2, p.105-231.
5. Wilson R., Spann M (1988) Image segmentation and uncertainty. New York: Research Studies Press.
6. Yu F.T.S. (1973) Introduction to diffraction information processing and holography. Cambridge: MIT Press.
7. Claerbout J (1976) Fundamentals of geophysical data processing. New York: McGraw-Hill Pub.



1

2

Fig.2 The complex envelope  $S(x,y)$  for various values of  $z_i$  of the extrapolated PWF for the CT image: 1 –  $a(x,y)$ ; 2 –  $-\phi(x,y)$ .

# THE COMBINED SYSTEMS OF SUPERVISION

*D.V. Dovnar, K.G. Predko, O.N. Lysikova*

Institute of Applied Optics, National Academy of Sciences of Belarus, 11 Belynit'skogo-Biruli, Mogilev 212793, Belarus  
Tel.: 375-0222-267124; E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by

**Abstract.** The algorithm allowing optimum is offered to restore object under its discrete images generated by several linear systems. The cases are given, when its application allows to receive considerably accurate (up to tenfolds) results of restoration in comparison with results of restoration of the image generated by one, even best, system.

## 1. INTRODUCTION

The numerical processing of the images with the purpose of reception of the substantial information about the optical characteristics of observable object is usually connected to the solution of the Fredholm integrated equation of the first kind. In practice, the object can be observed by several not ideal systems. However analyze is going only with results of supervision by the best system and, hence, by solving the equation, appropriate to it. But the systems of supervision can be nonideal on any other business and even the "bad" systems can contain such information on object, which lacks in the best ones. Therefore, we believe, that would be useful to develop the algorithm of supervision of the same object by several systems and to restore the information on object optimum by results of supervision by these systems. Let's name such systems of supervision of objects as the combined systems.

## 2. Optimum algorithm of restoration of objects under the images generated by combined systems.

The process of formation of the data by the combined system is simulated by the following equation

$$\int_{-\bar{S}}^{\bar{S}} z(\vec{\xi}) K(\vec{x}, \vec{\xi}, p) d\vec{\xi} = f(\vec{x}, p) + \quad (1)$$

$$\gamma(\vec{x}, p) = F(\vec{x}, p), \quad |\vec{x}| \leq \bar{R},$$

Where  $z(\vec{\xi})$  are the required characteristics of object,

$$\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M), \quad d\vec{\xi} = d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_M$$

$$\bar{S} = (S_1, S_2, \dots, S_M), \quad \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N),$$

$$d\vec{x} = dx_1 dx_2 \dots dx_N, \quad \bar{R} = (R_1, R_2, \dots, R_N).$$

The inequalities of a type  $|\vec{x}| \leq \bar{R}$  designate  $|x_i| \leq R_i$  for everyone  $i$ . Integer variable  $p$  designates number of separate system. The right part of expression

(1) is known approximately as  $f(\vec{x}, p)$  - is exact value of the right part,  $\gamma(\vec{x}, p)$  is error of its given value (noise). Square-integrated kernel  $K(\vec{x}, \vec{\xi}, p)$  of the equation (1) we shall define (determine) by the following expression:

$$K(\vec{x}, \vec{\xi}, p) = \begin{cases} A_1 K(\vec{x}, \vec{\xi}, 1) \\ A_2 K(\vec{x}, \vec{\xi}, 2) \\ \dots\dots\dots \\ A_p K(\vec{x}, \vec{\xi}, P) \end{cases} \quad (2)$$

Here -  $A_p, p = 1, 2, \dots, P$  normalised (in case of the different registrators they have- different dimensions) factors chosen so that dispersion of noise of all systems of supervision was identical. As algorithm of data processing registered by the combined systems is chosen stabilized [1] algorithm of restoration of objects, as it at any discretisation of the initial data is optimum with a rating of accuracy in mean-squared metrics and is applicable even if the equation (1) has no single-valued solution. The kind of it practically does not vary for the combined systems with any nucleuses such as (2). For the explanatory told we shall give it completely. The required object is represented as an expansion () on any system of basic functions

$$z(\vec{\xi}) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \psi_k(\vec{\xi}), \quad |\vec{\xi}| \leq \bar{S}. \quad (3)$$

Then, the "approached" decision of the equation (1) is represented as

$$z(\vec{\xi}, \vec{\beta}) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\vec{\beta}) \psi_k(\vec{\xi}) = \quad (4)$$

$$= \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sum_{l=1}^m d_{lm}(\vec{\beta}) \psi_l(\vec{\xi}) \sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta}) (\varphi_k, F)}{\beta_m + \sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta}) (\varphi_k, \varphi_m)}$$

$$\text{Here } \varphi_k(\vec{x}, p) = \int_{-S}^S \psi_k(\vec{\xi}) K(\vec{x}, \vec{\xi}, p) d\vec{\xi}$$

are the images of basic functions, and

$$(\varphi_k, \varphi_l) = \sum_{x,p} \varphi_k(\bar{x}, p) \varphi_l(\bar{x}, p)$$

are their scalar products. (The summation will be carried out (spent) on all values discretised for input in the computer of arguments of the image). The "approached" values of factors of decomposition (3) are calculated under the formulae

$$c_l(\vec{\beta}) = \sum_{m=1}^{\infty} d_{lm}(\vec{\beta}) \frac{\sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, F)}{\beta_m + \sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, \varphi_m)}$$

The factors  $d_{ln}(\vec{\beta})$  are calculated on by the recurrent formula

$$d_{ln}(\vec{\beta}) = - \sum_{m=1}^{n-1} d_{km}(\vec{\beta}) \frac{\sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, \varphi_n)}{\beta_m + \sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, \varphi_m)}$$

$$l = 1, 2, \dots, n-1; n = 1, 2, \dots$$

Thus  $d_{kk}(\vec{\beta}) = 1, k = 1, 2, \dots$ , and if  $l > n$ , then  $d_{ln}(\vec{\beta}) = 0$ .

The "approached" solution (4) depends on stabilizing vector parameter  $\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots)$ .

Its optimum value is calculated from a condition of a minimum mean-squared error

$$\rho^2 = \left\langle \int_{-\bar{S}}^{\bar{S}} [z(\bar{\xi}, \vec{\beta}) - z(\bar{\xi})]^2 d\bar{\xi} \right\rangle$$

At statistical conditions:

$$\hat{a}) \langle c_k c_i \rangle = \langle c_k^2 \rangle \delta_{ik}, \hat{a}) \langle c_k \gamma_i \rangle = 0,$$

$$\hat{a}) \langle \gamma_i \gamma_k \rangle = \gamma_*^2 \delta_{ik},$$

(uncorrelated object, object and noise are uncorrelated, noise is uncorrelated). Here  $\gamma_*^2$  - is dispersion of an error with zero average at definition of values

$f(\bar{x}, \bar{\xi}, p)$  for input in the computer, the angular brackets mean averaging on set of realizations.

Optimum values of stabilizing parameter we shall mark

by an asterisk. Their values:  $\beta_m^* = \gamma_*^2 / \langle c_m^2 \rangle$  .. At

such values of stabilizing parameter minimal mean-squared values of an error are as Kind

$$\langle \Delta c_l^2(\vec{\beta}^*, \gamma_*) \rangle = \left\langle [c_l(\vec{\beta}^*, \gamma_*) - c_l]^2 \right\rangle = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{d_{lm}^2(\vec{\beta}^*) \langle c_m^2 \rangle \gamma_*^2}{\gamma_*^2 + \langle c_m^2 \rangle \sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta}^*)(\varphi_k, \varphi_m)} \quad (5)$$

$$\rho^2(\vec{\beta}^*, \gamma_*^2) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\langle c_m^2 \rangle \gamma_*^2 \sum_{l=1}^m d_{lm}^2(\vec{\beta}^*)}{\gamma_*^2 + \langle c_m^2 \rangle \sum_{k=1}^m d_{km}(\vec{\beta}^*)(\varphi_k, \varphi_m)} \quad (6)$$

Last two formulas allow to estimate increase of accuracy of definition of object at use of the combined system in comparison with results of restoration of the image generated by any one individual system. So, for example, if as results of measurement by the combined system to consider(examine) two independent images of object, blurred at the expense of rectilinear uniform movement during an exposition on mutually perpendicular to directions, the account under the formulas (5), (6) shows increase of accuracy in tenfolds (at small  $\gamma_*^2$ ). This fact is caused by that in the image, blurred on a direction  $X$  of value of a spatial spectrum of object on frequencies  $(0, \omega_y)$  remain undistorted.

In the second image, on the contrary, keep the values of a spectrum of object on frequencies  $(\omega_x, 0)$ .. Thus, at use of optimum algorithm of restoration, the mistakes are sharply reduced at joint numerical processing of two images. Other example gives a roentgen tomography, which too can be considered(examined) as the combined system, on one projection to receive 3-dimentional distribution because it is impossible with a help of one projection results.

### 3. CONCLUSION

The results of work show, what not always it is necessary to ignore "bad" systems of supervision. Their sharing with usual ones can essentially improve accuracy of restoration of an object, so and raise probability of its recognition.

### REFERENCES

1.D.V.Dovnar, K.G. Predko «Approximate reconstruction of object through use of equations lacking single-valued solution». *Optoelectron.Instrum.. Data Process.* 1989. No.6. Pp. 1-9.

# РЕСТАВРАЦІЯ ОБРАЗІВ У ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ МЕТОДОМ ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНОЇ УМОВНОЇ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ

КОРОЛЬОВ В.Ю.

Національний Технічний Університет України /КПІ/, радіотехнічний факультет, кафедра теоретичних основ радіотехніки, м. Київ 252056, вул. Політехнічна 12, т. 441-12-71

Розглядається новий алгоритм адаптивної лінійної фільтрації у частотній області з локальною регуляризацією. За критерій правильності реставрації прийнято мінімальне середньоквадратичне відхилення оцінки від початкового образу та неперевикнення енергії шума у кожній відновленій трансформанті.

## ВСТУП

Реставрація образів — це науковий напрям по розробці методів та засобів компенсації спотворень, що вносяться у зображення в процесі його формування різними системами та джерелами. Значна кількість систем реєстрації зображень мають лінійні інваріантні до зсуву характеристики. Математична модель такої системи — це двомірна згортка [1,2]:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta + v(x, y), \quad (1)$$

де  $g(x, y)$  — спотворене зображення;  $h(x, y)$  — імпульсна характеристика системи;  $f(x, y)$  — початковий “ідеальний” образ;  $v(x, y)$  — невідома реалізація шуму.

## 1. РЕСТАВРАЦІЯ В ОБЛАСТІ КООРДИНАТ

Після процедури дискретизації модель (1) набуває вигляду:

$$G = HF + V, \quad (2)$$

де  $G$  — вектор-стовпець дискретних відліків образу  $g(x, y)$ , послідовно зчитаний по стовцях розміром  $M^2 \times 1$  (для спрощення позначень приймемо, що образи квадратні  $M \times M$ );  $F$  — вектор-стовпець вхідного сигналу  $f(x, y)$  розміром  $M^2 \times 1$ ;  $H$  — матриця конволюції розміром  $M^2 \times M^2$ ;  $V$  — вектор-стовпець невідомої реалізації шуму.

В результаті розв’язку задачі отримують оцінку  $f_0(x, y)$ , яка мало відрізняється від початкового образу по деякому апріорно заданому критерію точності на основі  $g(x, y)$ ,  $h(x, y)$  та статистичних характеристик шуму  $v(x, y)$ . Якщо таким критерієм є мінімум середньоквадратичного відхилення оцінки початкового зображення від його оцінки  $F_0$  та обмеження на величину дисперсії шуму, то розв’язок задачі (2) набуває вигляду [1,2]:  $F_0 = (H^T H + \alpha C^T C)^{-1} H^T G$ , де  $C$  — мат-

риця регуляризуючого оператора [3] оцінки  $F_0$  розміром  $M^2 \times M^2$ , а  $\alpha$  — параметр регуляризації. Розмір матриці  $(H^T H + \alpha C^T C)^{-1}$  (зі змінним емпірично оптимізуємим параметром  $\alpha$ ), яку необхідно обертати на кожній ітерації складає  $M^2 \times M^2$ . Для телевізійного образу форматом  $1024 \times 1024$  пікселей  $M^2 > 10^6$ . Складність обертання такої матриці можна оцінити по кількості операцій множення-ділення, кількість яких  $(M^2)^3 > 10^{18}$ . Зрозуміло, що отримати розв’язок на серійних ПЕОМ середньої швидкодії у прийнятних часових інтервалах неможливо.

## 2. РОЗВ’ЯЗОК В ОБЛАСТІ ПРОСТОРОВИХ ЧАСТОТ

Суттєво скоротити кількість обчислень дозволяє перехід в область трансформант Фур’є з використанням теореми про згортку оригіналів для (2). В цьому випадку модель спотворення для кожної спектральної складової операндів в (2) буде

$$G(m, n) = H(m, n)F(m, n) + v(m, n) \quad (3)$$

де  $G(m, n)$  та  $F(m, n)$  — дискретне перетворення Фур’є (ДПФ) від спотвореного  $g(x, y)$  та початкового  $f(x, y)$  образів;  $H(m, n)$  — ДПФ від імпульсної характеристики реєструючої системи  $h(x, y)$ ;  $v(m, n)$  — ДПФ від невідомої реалізації шуму. Знайдемо оцінку  $F_0(m, n)$  початкового образу  $F(m, n)$ . За критерій вірності реставрації приймемо мінімальне середньоквадратичне відхилення оцінки від початкового образу:  $\sum_m \sum_n |F(m, n) - F_0(m, n)|^2$  та не перевищення енергії  $\epsilon$  початкового шуму  $v(m, n)$  в оцінці  $F_0(m, n)$ . Такий підхід приводить до системи рівнянь виду [1,2]:

$$\left\{ \sum_m \sum_n |G(m, n) - H(m, n)F(m, n)|^2 = \epsilon \quad (4a) \right.$$

$$\left. \sum_m \sum_n |C(m, n)F(m, n)|^2 \rightarrow \min \quad (4b) \right\}$$

де (4a) — умова гладкості розв’язку,  $C(m, n)$  — регуляризуючий оператор, що реалізує цю умову; (4b) — умова обмеженості дисперсії шуму у розв’язку. Методи визначення енергії шуму наведені в [4].

Таким чином, розглянута проблема звелась до задачі оптимізації — класичної задачі на умовний екст-

ремум, яку можна розв'язувати за методом множників Лагранжа. Отже, умова (4а) — це цільова функція, а умова (4б) — допустима множина розв'язка. Для того, щоб розв'язати систему рівнянь (4) побудуємо функцію Лагранжа

$$L(F_0(m, n)) = \sum_m \sum_n |C(m, n) F_0(m, n)|^2 + \dots \\ \dots + \lambda \left[ \sum_m \sum_n |G(m, n) - H(m, n) F_0(m, n)|^2 - \epsilon \right],$$

де  $\lambda$  — множник Лагранжа. Оскільки, коефіцієнти  $G(m, n)$ ,  $F_0(m, n)$  та  $H(m, n)$  — комплексні числа, то мінімум функції Лагранжа будемо шукати, прирівнюючи нулю частинні похідні від неї за дійсною та уявною частинами  $F_0(m, n)$  [8]. В результаті отримуємо:

$$\frac{\partial L[F_0(m, n)]}{\partial \text{Re}[F_0(m, n)]} = \sum_m \sum_n 2 \text{Re}[F_0(m, n)] C(m, n)^2 + \dots \\ \dots + \lambda \sum_m \sum_n [-G(m, n) H^*(m, n) - H(m, n) G^*(m, n) - \dots \\ \dots - 2 \text{Re}[F_0(m, n)] H(m, n)^2] = 0 \\ \frac{\partial L[F_0(m, n)]}{\partial \text{Im}[F_0(m, n)]} = \sum_m \sum_n 2 \text{Im}[F_0(m, n)] C(m, n)^2 + \dots \\ \dots + \lambda \sum_m \sum_n [jG(m, n) H^*(m, n) - jH(m, n) G^*(m, n) - \dots \\ \dots - 2 \text{Im}[F_0(m, n)] H(m, n)^2] = 0$$

Розділимо останню частинну похідну на  $-j$ , складемо її з першою. Оскільки система функцій Фур'є є власним базисом для лінійної системи, то система рівнянь буде виродженою і її розв'язок знаходиться з алгебраїчного рівняння:

$$2 \{ \text{Re}[F_0(m, n)] + j \text{Im}[F_0(m, n)] \} C(m, n)^2 + \dots \\ \dots + 2\lambda [-G(m, n) H^*(m, n) - \dots \\ \dots - \{ \text{Re}[F_0(m, n)] + j \text{Im}[F_0(m, n)] \} H(m, n)^2] = 0$$

Позначимо:  $\alpha = -\frac{1}{\lambda}$ . Після зведення подібних отримуємо:

$$F_0(m, n) = \frac{G(m, n) H^*(m, n)}{|H(m, n)|^2 + \alpha |C(m, n)|^2} \quad (5)$$

Виділимо з (5) вираз для реставруючого лінійного фільтра:

$$K(m, n) = \frac{H^*(m, n)}{|H(m, n)|^2 + \alpha |C(m, n)|^2} \quad (6)$$

Якщо відсутня апріорна інформація про поведінку енергетичних спектрів початкового зображення та шуму, то на практиці використовують тихонівські регуляризуючі множники зі стабілізаторами задачі вида  $|C(m, n)|^2 = m^{2p} + n^{2p}$ ,  $p$  — натуральне число. Недоліком такого підходу, як буде показано далі, є надмірне згладжування дрібних деталей, тобто дефокусування образу без процедури підбору параметра  $\alpha$  [3,4].

## 2.1. ПОБУДОВА РЕГУЛЯРИЗУЮЧОГО ОПЕРАТОРА В ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ ЗА МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Розглянемо інший підхід до побудови регуляризуючого оператора  $C(m, n)$  в (4) — згладжування за методом найменших квадратів (МНК). Можна показати [4,5], що всереднення емпіричних даних за МНК за допомогою прямих ліній у двовірному випадку в частотній області приводить до розділимого КІХ фільтра:

$$C(m, n) = \frac{\sin\left(\frac{N_x}{N_{tx}} \pi m\right)}{N_x \cdot \sin\left(\frac{\pi m}{N_{tx}}\right)} \times \frac{\sin\left(\frac{N_y}{N_{ty}} \pi n\right)}{N_y \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{N_{ty}}\right)}$$

Де  $N_x, N_y$  — кількість точок, в околицях яких проводиться згладжування;  $N_{tx}, N_{ty}$  — загальна кількість точок; індекси  $x, y$  означають напрям відповідної просторової частоти  $m$  та  $n$ . Чисельні експерименти показали, що при  $N_x = N_{tx} - 1$  (у "згладжуванні" значення в одній точці використовується інформація з усіх інших) використання громіздких формул усереднення за допомогою парабол другої та четвертої степені не приводить до покращення результату. Крім того, використання пропонуемого оператора замість тихонівського дозволяє отримувати негіршу якість реставрації образу ( $\alpha=1$ ) без процедури підбору параметрів регуляризації при еволюційній фільтрації [3].

## 2.2. ПРОЦЕДУРА ВИБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ

Розглянемо процедуру вибору параметра регуляризації  $\alpha$ . Теоретично знайти параметр регуляризації  $\alpha$  можна підстановкою розв'язка задачі (5) в систему рівнянь (4). Знайдене значення  $\alpha$  буде оптимальним у середньоквадратичному сенсі. Так при малих значеннях  $\alpha$  фільтр  $K(m, n)$  (6) вироджується в інверсний фільтр, тобто фільтрація виконується без урахування шумової компоненти, що приводить до значного зашумлення образу замість відновлення. Великі значення  $\alpha$ , навпаки, призводять до повного подавлення складової  $|H(m, n)|^2$  у знаменнику (6), тобто до сильного дефокусування зображення. Крім того, відомо, що середньоквадратичний критерій оптимальності розв'язку системи (4) не співпадає з психовізуальним. Тому на практиці параметр глобальної регуляризації  $\alpha$  емпірично добирається оператором на основі суб'єктивних критеріїв якості відновлення образу. Покращення якості реставрації спотвореного образу, зрозуміло, можливе вибором частотнозалежного параметра регуляризації  $\alpha$ . Ідея визначення  $\alpha$  окремого для кожної трансформанти Фур'є, тобто переходу від процедури глобальної регуляризації до локальної на основі додаткової інформації подана в монографії [7]. Для того, щоб побудувати алгоритм реставрації, оптимальний для конкретного образу [8],

в даній роботі пропонується використати інформацію про енергетичний спектр шуму  $W(m,n)$ . Тоді перше рівняння системи (4) можна переписати у вигляді:

$$\sum_m \sum_n |\hat{G}(m,n) - \hat{H}(m,n)F_0(m,n)|^2 = \sum_m \sum_n W(m,n) \quad (8).$$

Позначимо:  $N(m,n) = \sqrt{W(m,n)}$ . Тоді з (6) та (8) легко отримати:

$$\alpha(m,n) = \frac{|\hat{C}(m,n)|^2 [\hat{G}(m,n) - N(m,n)]}{|\hat{G}(m,n)|^2 N(m,n)}.$$

Результати обчислень (початкове зображення, спотворений образ, відновлений еволюційним фільтром [3], реставрований за пропонуємим методом при  $\alpha = 1$ ,  $\alpha = \alpha(m,n)$ , інверсна фільтрація) приведені на рис. 1 – 6 відповідно. Прийнято, що імпульсна характеристика системи  $h(x,y) = e^{-(x^2+y^2) \cdot 10^{-2}}$ , а відношення сигнал/завада =  $10^3$ . Видно, що описаний алгоритм зваженої фільтрації забезпечує кращу якість фільтрації високочастотних компонент образа ніж відомі підходи. Для порівняльної ілюстрації можливостей алгоритма на рис. 7 – 12 наведені результати обробки одномірному сигналу: початковий сигнал, спотворений, результат відновлення еволюційним фільтром [3], реставрований за методом умовної деконволюції  $\alpha = \text{const}$ , відновлений за описаним алгоритмом при  $\alpha = \alpha(\omega)$ , відновлений за методом інверсної фільтрації. При імпульсній характеристиці системи  $h(t) = e^{-t^2 \cdot 10^{-2}}$  та відношенні  $C/3 = 10^2$  коефіцієнти  $\lambda(\omega)$  наведені на рис. 13, на рис. 14 – зворотні величини  $\alpha(\omega) = \lambda^{-1}(\omega)$ . Обернене перетворення Фур'є від  $\alpha(\omega)$  наведене на рис. 15.



Рис. 1. Початковий образ.



Рис. 2. Спотворений образ.



Рис. 3. Відновлення еволюційним фільтром.



Рис. 4. Відновлення за методом умовної деконволюції.



Рис. 5. Реставрація за методом локально-адаптивної умовної деконволюції



Рис. 6. Результат інверсної фільтрації.

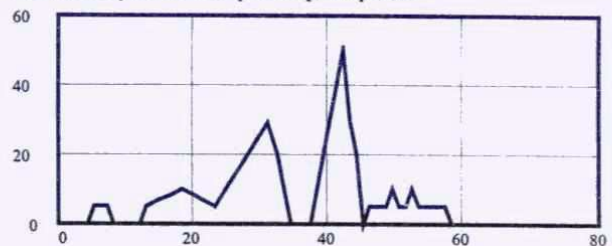


Рис. 7. Початковий сигнал.

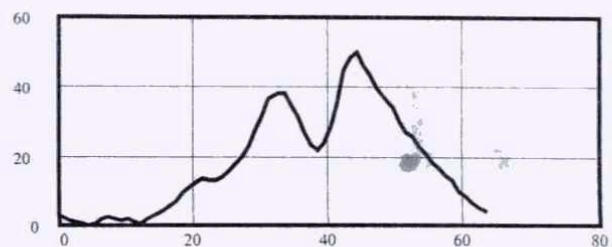


Рис. 8. Спотворений сигнал.

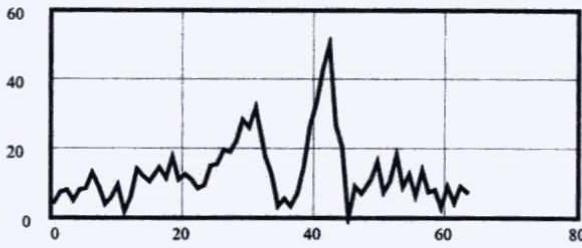


Рис. 9. Відновлення еволюційним фільтром.

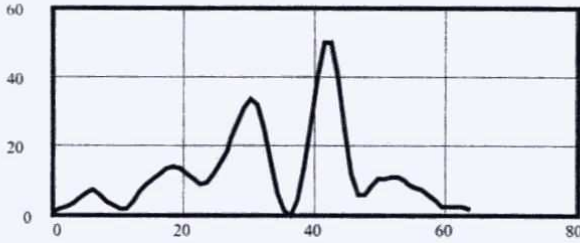


Рис. 10. Відновлення за методом умовної деконволюції.

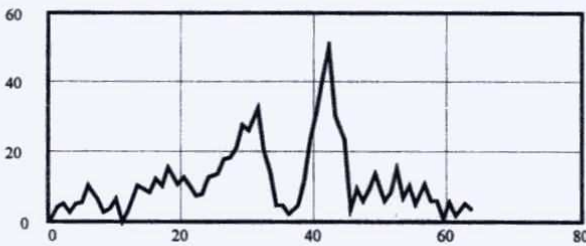


Рис. 11. Реставрація за методом локально-адаптивної умовної деконволюції.

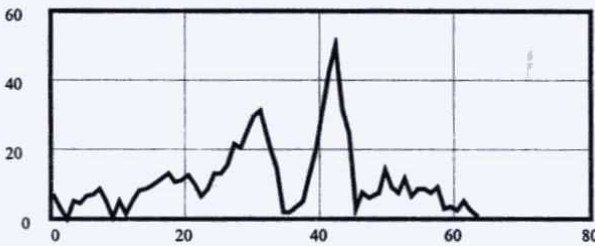


Рис. 12. Результат інверсної фільтрації.

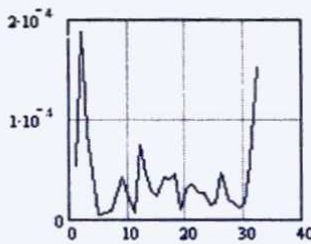


Рис. 13. Графік коефіцієнтів регуляризації  $\lambda(\omega)$ .

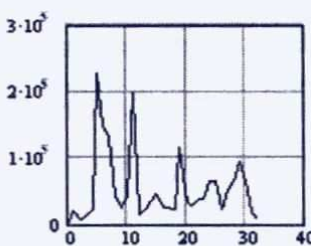


Рис. 14. Графік коефіцієнтів регуляризації  $\alpha(\omega)$ .

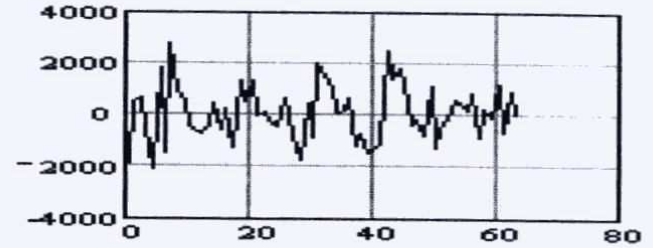


Рис. 15. Графік оберненого перетворення Фур'є для коефіцієнтів регуляризації  $\alpha(\omega)$ .

## ВИСНОВКИ

Описан новий алгоритм локально-адаптивної реставрації образів у частотній області. Запропановано нові способи побудови регуляризуючого оператора та визначення параметра локальної регуляризації. В результаті чого покращилась якість відновлення дрібних деталей спотвореного образа порівняно з широко відомими підходами. Описаний алгоритм відновлення зображень був реалізований на ПЕОМ РІ-233 ММХ. Час на реставрацію образа формату 181x217 завдяки використанню алгоритма швидкого перетворення Фур'є та теореми про згортку в частотній області склав менше однієї хвилини.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Рибін О.І., Корольов В.Ю. Реставрація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот // Вісник Технологічного університету Поділля. — 2000. — №1. — С.145-147.
2. Рыбин А.И., Корольов В.Ю. Алгоритм условной деконволюции изображений в частотной области // Радиоэлектроника. — 2000. — № 4. — С. 51-55. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. — М.: Радио и связь, 1986. — 304 с., ил.
4. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. — М.: Сов. радио, 1979. — 312 с., ил.
5. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры: Пер. с англ./ Под ред. А.М. Трахтмана. — М.: Сов. радио, 1980. — 224 с., ил.
6. Ярославский Л.П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: Введение в цифровую оптику. — М.: Радио и связь, 1987. — 296 с., ил.
7. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А. Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1987. — Проблемы науки и технического прогресса. — 160 с., ил.
8. Виткус Р.Ю., Ярославский Л.П. Адаптивные линейные фильтры для обработки изображений // Адаптивные методы обработки изображений. /Под. ред. В.И. Сифорова, Л.П. Ярославского. — М.: Наука, 1988. — 248 с., ил. С. 6-35.



# РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ З САМОНАВЧАННЯМ ЗА ДОПОМОГОЮ ДЕТЕРМІНОВАНОЇ ФРАКТАЛЬНОЇ МОДЕЛІ

Г.М. Востров, М.В. Полякова, В.В. Любченко

ОДПУ, 65044, Україна, Одеса, пр. Шевченка, 1, (0482) 288-478, (0482) 685-152.

vvl@lmpo.ospu.odessa.ua

У представленій доповіді розглядається такий аспект структурного аналізу як спосіб побудови компонент алгоритмів автоматичної класифікації. Ми пропонуємо в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації використати отримані при рішенні задачі фрактального стиснення сигналу коефіцієнти систем ітерованих функцій.

## 1. ВСТУП

Останнім часом нарівні з Фур'є-аналізом широке поширення отримали методи, засновані на масштабних властивостях відліків часового ряду або його природств, зокрема, циклічний аналіз, фрактальні методи і вейвлет-аналіз. Це пов'язано з тим, що спектральний аналіз часто використовується для знаходження домінуючих частот часового ряду, що розглядаються як гармонічні сигнали в сумі з випадковим шумом, який, як передбачається, має безперервний спектр. Однак, в реальних даних часто скрутно відділити гладкий сигнал від шуму, отриманим гармонікам не завжди можна дати змістовну інтерпретацію, а шум в реальних даних часто можна охарактеризувати масштабною інваріантністю над деяким інтервалом масштабів.

Однією з часто виникаючих прикладних задач є задача структурного аналізу випадкового процесу, під якою тут мається на увазі задача автоматичної класифікації станів випадкового процесу. У основу структурного аналізу випадкових процесів покладемо припущення, що якщо випадкова величина  $x$  на  $i$ -ом і  $j$ -ом інтервалах породжується одним і тим же комплексом умов, то відповідні ним два вектори стану відносно деякої метрики в початковому просторі будуть більш близькими, ніж в тому випадку, коли вони породжувалися двома різними комплексами умов. Звідси слідує, що задача структурного аналізу може бути зведена до задачі автоматичної класифікації станів випадкового процесу. У цьому випадку якість результатів, що отримуються, істотно залежить від вибору метрики, формалізації поняття класу і способу побудови компонент алгоритмів автоматичної класифікації.

У даній роботі розвивається останній аспект рішення задачі автоматичної класифікації. Ми пропонуємо використати отримані при рішенні

задачі стиснення коефіцієнти систем ітерованих функцій (СІФ) в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації.

При фрактальному стисненні більшість СІФ використовують афінні перетворення. Однак, використання неафінних стискаючих відображень, наприклад, лінійного вейвлет-перетворення [2], дозволило досягнути кращого в порівнянні з афінними якості без істотного погіршення міри стиснення, та, отже, кращої концентрації енергії сигналу. Тому в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації пропонується використати коефіцієнти СІФ на основі вейвлет-розкладання лінійного або нелінійного. \*

## 2. ПОБУДОВА СІФ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-МОДЕЛЕЙ

Згідно з теорією фрактального стиснення [1] часовий ряд представляють як фіксовану точку кінцевої множини стискаючих відображень СІФ в просторі непустих компактних підмножин євклідового простору. Часовий ряд розділяють на непересічні блоки, дочірні, і більші за розміром, можливо пересічні, батьківські. Відображення будуються між батьківським блоком після усереднення або децимації його до розмірів дочірнього і дочірніми. Об'єднання цих відображень називають образом. Можливість фрактальної апроксимації влаштовується в теоремі про образ [1], яка виражає реальну помилку декодування в термінах помилки образу (кодування).

У загальному випадку відображення часового ряду у вигляді даних являє собою множину точок вигляду  $\{(x_i, F_i) \in \mathbb{R}^2, i=0, 1, \dots, N_i\}$ , де  $x_0 < x_1 < \dots < x_N$ ,  $N_i$ ,  $\{(x_i, F_i) \in \mathbb{R}^2, i=0, 1, \dots, N_i\}$ , де  $x_0 < x_1 < \dots < x_N$ ,  $N_i$  — кількість відліків.

Інтерполяційна функція, відповідна даній множині точок, безперервна функція  $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$  така, що  $f(x_i) = F_i$  для  $i=0, 1, \dots, N_i$ . Маючи множину  $\{(x_i, F_i) \in \mathbb{R}^2, i=0, 1, \dots, N_i\}$ , можна побудувати СІФ на  $\mathbb{R}^2$ , аттрактор якої — графік безперервної функції  $f$ , яка інтерполує відліки вхідних даних.

Нехай  $f$  визначена на відрізьку  $I=[0,1]$ ,  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ , вважаємо,  $f \in L^2(I)$ . Метричний простір  $L^2(I)$  з метрикою  $d_{rms}(f, g) = (\int_I (f(x) - g(x))^2 dx)^{1/2} = \|f - g\|_2$ , де  $f, g$  —

елементи простору  $L^2(I)$ , повне, отже, задовольняє умові принципу стискаючих відображень. Будемо вважати областю значень  $f$  інтервал  $I$ , тому передусім  $f$  перетворюємо на  $[0,1]$  з використанням афіного перетворення.

Звичайно фрактальний оператор являє собою композицію геометричного перетворення між координатами  $x$  і власне фрактальної інтерполяційної функції між значеннями  $f$ . Согласно теоремі про образ, фрактальний оператор повинен задовольняти умові стисливості, а композиція двох відображень є стискаючим відображенням, якщо кожне вхідне в неї відображення є стискаючим. Тому геометричні перетворення і фрактальна інтерполяційна функція будуються таким чином, щоб вони були стискаючими. Область визначення  $f$  розбіємо на  $M$  непересічних дочірніх сегментів. Визначимо геометричні перетворення між батьківським і  $m$ -им дочірнім сегментом  $w_m(x) = \alpha_m x + \beta_m$  з параметрами  $\alpha_m, \beta_m, m=1, \dots, M$ , які децимують батьківський сегмент до розміру дочірнього. Щоб  $w_m(x)$  були стискаючими,  $\alpha_m$  вибираються з  $(0,1), m=1, \dots, M$ .

Основні математичні моделі, що використовуються в даній роботі для представлення часового ряду — лінійна і нелінійна вейвлет-моделі.

Представлення часового ряду у вигляді 
$$f(x) = \sum_k \langle f, \varphi_{j_0,k} \rangle \varphi_{j_0,k}(x) + \sum_{j,k} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}(x), \quad (1)$$

будемо називати лінійною вейвлет-моделлю часового ряду. Відмінність нелінійної вейвлет-апроксимації від лінійної полягає в тому, що нелінійна вейвлет-апроксимація являє собою суму тільки тих базисних функцій з розкладання (1), коефіцієнти при яких вносять найбільший внесок в  $\|f\|_{L^2}$ , тобто мають найбільший модуль [3].

У загальному випадку вейвлет-розкладання містить нескінченне число рівнів (масштабів), яке при практичному застосуванні повинне бути обмежене. Нехай  $j_0$  та  $j_{max}$  — мінімальний і максимальний рівні вейвлет-апроксимації. Зазначимо, що в основу запропонованої фрактальної інтерполяційної функції належить розкладання по ортонормованому вейвлет-базису  $\{e_n\}$  на  $R$ . Для того, щоб визначити, які функції базису будуть мати ненульові коефіцієнти в розкладанні, необхідно знати область визначення  $f$ . При виборі у якості області визначення сегмента  $I$  ненульові коефіцієнти будуть мати тільки елементи базису, що належать множині  $S = \{e_n; \text{supp}(e_n) \cap (0,1) \neq \emptyset\}$ . Тут під  $\text{supp}$  розуміється носій, у разі вибору вейвлет-базису з компактним носієм, та  $\delta$ -носій, у разі вибору вейвлет-базису з швидким розпадом. В дослідженні використовувалися вейвлети Добеші з мінімальною фазою 2-го і 3-го порядків [4]. В цьому випадку  $S = \{ \varphi_{j_0,k} : -2n+2 \leq k \leq 2^{j_0} - 1 \} \cup \{ \psi_{j,k} : j_0 \leq j \leq j_{max}, -2n+2 \leq k \leq 2^j - 1 \}$ , где  $n$  — порядок вейвлету, функції  $\varphi_{j_0,k}$

та  $\psi_{j,k}$  отримані з стандартної скейлінгової функції  $\varphi$  і вейвлет-функції  $\psi$  з використанням співвідношення  $f_{j,k} = 2^{j/2} f(2^j \cdot - k)$  [4]. Як фрактальну інтерполяційну функцію  $T_m$ ,  $m=1, \dots, M$ , для  $g \in L^2(I)$  можна використати одну з апроксимацій

$$T_m(g(x)) = \sum_k \alpha_{j_0,k} \varphi_{j_0,k}(g(x)), \quad (2)$$

$$T_m(g(x)) = \sum_{k \in E_N} \alpha_{j_0,k} \varphi_{j_0,k}(g(x)) + \sum_{k \in E_N} \beta_{j,k} \psi_{j,k}(g(x)), \quad (3)$$

де (2) — СІФ на основі лінійної вейвлет-апроксимації скейлінговими функціями [2];

(3) — СІФ на основі нелінійної вейвлет-апроксимації [5];

$E_N$  — множина індексів  $N$  найбільших по модулю коефіцієнтів в розкладанні по вейвлет-базису.

Нехай

$$\tilde{g}_m(x) = g(w_m^{-1}(x)) \chi_{A_m}(x) \text{ и } g_m(x) = g(x) \chi_{A_m}(x),$$

де  $A_m$  —  $m$ -ий дочірній сегмент,  $m=1, \dots, M$ ;

$\tilde{g}_m$  —  $g$  після геометричного перетворення (децимації) з носієм  $A_m$ ;

$g_m$  — обмеження  $g$  до  $A_m$ ;

$\chi_A(x)$  — характеристична функція множини  $A$ .

Тоді оператор  $T(g(x)) = \sum_{m=1}^M T_m(\tilde{g}_m(x))$  — апроксимація

функції  $g$ , що дає множину відповідних коефіцієнтів стискаючого оператора  $T$ . Коефіцієнти фрактальної інтерполяційної функції будемо шукати шляхом мінімізації  $d(g, T(g))$ , де  $d$  — метрика (наприклад,  $d_{rms}$ ), при умові, що  $T(g)$  — оператор стиснення (щоб задовольнити теоремі про образ [1]). Цю задачу можна звести до задачі знаходження коефіцієнтів функції  $T_m(g)$  шляхом мінімізації  $d(g, T_m(g))$  по відношенню до відповідних параметрів при умові стисливості оператора  $T_m$ .

Отримані коефіцієнти фрактальної інтерполяційної функції пропонується використати в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації при рішенні прикладних задач.

## 3. АВТОМАТИЧНЕ РОЗДІЛЕННЯ СИГНАЛУ ПРО СТАН МОРСЬКОЇ ПОВЕРХНІ

### 3.1. Опис об'єкта дослідження і

#### початкових даних

У цей час основним способом отримання інформації про стан морської середовища є використання методів радіолокації. У проведеному дослідженні використовувалися дані, сформовані в двовимірній (дальність, час (азимут)) масив комплексних огинаючих (квадратурних сигналів) аддитивної суміші відображень від об'єктів, що досліджуються, які залежать від метеорологічних умов і параметрів радіолокаційних сигналів.

Метою розділення такого радіолокаційного сигналу про стан морської поверхні є виявлення формацій, характерних для об'єктів, що розрізняються. Характерною особливістю радіолокаційний портрета є та обставина, що доступна для спостереження інформація реєструється одночасно по декількох каналах і може бути представлена лише у вигляді багатомірний експериментальної кривої. Структурні особливості радіолокаційний портрета як багатомірної кривої відображають положення кордонів між окремими об'єктами морської поверхні. У процесі обробки сигналу ми будемо спиратися на два основних припущення.

Перше полягає в тому, що залежність між потоками випадкових подій на окремих компонентах багатомірної кривої найбільш яскраво виражена на сусідніх компонентах і слабшає по мірі збільшення абсолютної величини різниці їх індексів. Друге припущення торкається характеру реакції кожної компоненти на чергову подію. Ми обмежимося тут найпростішою моделлю реакції на подію, розглядаючи кожну криву в інтервалі між двома подіями як однорідні випадкові процеси, зв'язуючи характер коливань з подією, що відкриває інтервал. Якщо умовно інтерпретувати значення сигналу як яскравість відповідних пікселів площини, то прийняті припущення дозволяють розглядати експериментальну криву як плоске зображення огинаючих відображених сигналів з кольоровим кодуванням амплітуди або фази.

Вейвлет-аналіз на площині досить складений як з математичної точки зору, так і з точки зору обчислювальної реалізації. Тому можна використати підхід, заснований на розгляді кожної радіолокаційної траси. Однак необхідно враховувати і наявність поперечної залежності відліків від комплексів умов, що визначають події. Тому виникає необхідність у використанні спеціальних механізмів, що дозволяють розглядати всі радіолокаційні траси одночасно. Один з можливих варіантів рішення — використання методів перетворення двовимірних полів даних в одновимірні. Якщо прочитати радіолокаційний портрет в ОЗП ЕОМ інформаційно-вимірною системою з файла в порядку зростання адреси, то буде отримана телевізійна розгортка по дальності. Тому при реалізації алгоритму розділення сигналу будемо використати розгортку цього типу.

### 3.2. Перевірка адекватності моделі реальним даним

Алгоритми фрактального стиснення засновуються при використанні довгострокових кореляцій між відліками сигналу. У контексті фрактального стиснення ці кореляції являють собою часткові самоподібності (можливо, узагальнені), які виникають через те, що фрагменти початкового сигналу можуть бути знайдені з використанням функціональної залежності між відліками цього

сигналу. Відомо, що у разі хаотичної динаміки, коли можлива фрактальна апроксимація процесу, кореляції всередині процесу приводять до того, що експериментальна вибірка формує деяку множину розмірності меншої, ніж розмірність всього початкового простору. На цих фактах побудоване визначення фрактальної і інформаційної розмірності, що описує властивість масштабної інваріантності моменту першого порядку для приростів випадкового процесу

$$E[|X(t, \Delta t)|^q] = c(q) \Delta t^{n(q)+1},$$

де  $X(t)$  — початковий випадковий процес на інтервалі  $[0, T]$ ,  $X(t, \Delta t) = X(t + \Delta t) - X(t)$ ,  $q$  вибирається з околиці одиниці.

Якщо дані задовольняють наступним вимогам: природи стаціонарні і задовольняють властивості масштабної інваріантності принаймні для моменту першого порядку, то вони можуть бути описані за допомогою стохастичної фрактальної моделі, перевірка адекватності якої описується в [6]. Таким чином, для того, щоб можна було виконати фрактальну апроксимацію процесу, він повинен задовольняти вимогам стохастичної фрактальної моделі принаймні першого порядку. Отже, виходячи з цих емпіричних міркувань, перевірка адекватності детермінованих фрактальних моделей алгоритмів фрактального стиснення може бути виконана за допомогою процедури перевірки адекватності стохастичної фрактальної моделі для моменту першого порядку. Приведемо її короткий опис. Передбачаючи, що початковий випадковий процес  $X(t)$  заданий на інтервалі  $[0, T]$ , розділимо його на  $N$  інтервалів довжини  $\Delta t$  і обчислимо

$$S_q(T, \Delta t) = \sum_{i=0}^{N-1} |X(i\Delta t, \Delta t)\Delta t|^q. \quad (4)$$

Щоб перевірити (4), будемо графіки залежності  $\log S_q(T, \Delta t)$  від  $\log \Delta t$  для різних  $q$  з околиці одиниці. Наприклад, ми вибирали  $q$  з інтервалу  $[0.5, 1.5]$  з кроком 0.2. Лінійність цих графіків для різних  $q$  і є тестом адекватності моделі. В нашому дослідженні лінійність оцінювалася за допомогою коефіцієнта детермінації. Для даних, що використовуються, він виявився в межах 0.87 — 0.99, що свідчить про адекватність моделі початковим даним.

### 3.3. Побудова компонент алгоритмів класифікації

Для рішення задачі автоматичного розділення сигналу про стан морської поверхні необхідно передусім виконати сегментацію сигналу на однорідні сегменти. Особливості в рішенні визначаються тим, що, по-перше, початкові дані представлені у вигляді векторної експериментальної кривої, і, по-друге, результат представляє матрицю (а не вектор) сегментації. Це приводить до необхідності введення підготовчого і заключного етапів. На підготовчому етапі виконується перетворення двовимірною радіолокаційного

портрету в одновимірну експериментальну криву. На заключному етапі вектор сегментації перетворюється в двовимірну матрицю. Відомо, що експериментальна крива являє собою нестационарний процес, що повільно міняється. Оскільки часто зустрічаємою особливістю сигналу є короточасні високочастотні сплески (списи), найбільш ефективним на наш погляд для сегментації даних буде використання модифікації вейвлет-методу виявлення змін властивостей, описаної нами в [7]. Основна ідея методу полягає в застосуванні порога в процентах від початкової дисперсії сигналу до коефіцієнтів дискретного вейвлет-перетворення.

Перевага віддається вейвлет-методам виявлення змін виходячи з наступних міркувань. При використанні в основі фрактального оператора вейвлет-апроксимації для задоволення умовам стисливості [2,5] бажано, щоб значущих вейвлет-коефіцієнтів в розкладанні було як можна менше і вони були невеликими по абсолютній величині. Отже, відліки одного інтервалу сегментації повинні бути однорідними, оскільки якщо інтервал включає в себе особливість, з'явиться велике число значущих коефіцієнтів, які будуть нести інформацію про цю особливість. Таким чином, ефективне кодування при використанні вейвлет-моделей досягається у разі однорідності даних.

Вейвлет-методи визначення моментів зміни властивостей допускають швидкі обчислювальні алгоритми і є адаптивними. Вони володіють також деякою універсальністю, дозволяючи виявляти зміни декількох характеристик одночасно при досить загальних припущеннях відносно властивостей випадкового процесу, а також добре реагують на несподівані сингулярності. Саме такими властивостями повинен володіти алгоритм сегментації часового ряду при рішенні задачі фрактального аналізу.

Внаслідок застосування вейвлет-методів визначення моментів зміни властивостей випадкового процесу отримуємо сегментацію сигналу на однорідні ділянки різної довжини. Якщо використати в якості компонент алгоритмів автоматичної класифікації безпосередньо ці сегменти, це приведе до необхідності виконувати класифікацію в просторі змінної метрики. Щоб цього уникнути, в якості компонент алгоритмів класифікації можна використати коефіцієнти фрактальних інтерполяційних функцій на основі лінійної або нелінійної вейвлет-апроксимації. Побудова фрактальної інтерполяційної функції детально розглядається в [2,5] і стисло характеризувалася у другому розділі. Кількість коефіцієнтів фрактальних інтерполяційних функцій для сегментів різної довжини буде однаковою, якщо використати для кожного сегмента одні і ті ж рівні вейвлет-апроксимації. У разі нелінійної вейвлет-апроксимації коефіцієнти функцій, що не входять в розкладання, покладаються рівними нулю. Отримані

вектора коефіцієнтів, що характеризують кожний сегмент часового ряду, класифікуємо відомими методами. Ми використали, наприклад, спочатку алгоритм "Спектр" для попередньої класифікації, а потім відомий алгоритм  $k$ -середніх [8].

## 4. ВИСНОВКИ

Застосування запропонованого підходу до радіолокаційних даних про стан морської поверхні підтвердило його працездатність на реальних даних, однак, нами отримані поки тільки попередні результати, запропоновані алгоритми вимагають подальшого дослідження. Основними подальшими напрямками досліджень можуть стати методи перевірки адекватності реальних даних фрактальної моделі, а також інтерпретація результатів класифікації.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Barnsley M., *Fractals Everywhere*, Academic Press, Boston, 1988.
2. Saeed Asgari, Nguyen T.Q., Sethares W.A. Wavelet-based approach to fractal image compression. //Proceeding of NORSIG. 1996. P. 323-326.
3. Cohen A., D'Ales J.-P., "Nonlinear approximation of random functions", *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 57, pp.518-540, April 1997.
4. Daubechies I., *Ten Lectures on Wavelets*, Philadelphia, PA: SIAM Press, 1992.
5. Востров Г.Н., Полякова М.В., Любченко В.В. Фрактальное сжатие одномерных временных рядов с использованием нелинейной вейвлет-аппроксимации // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одеса, 1999. — Вип. 3. — С. 194 — 198.
6. Davis A., Marshak A., Wiscombe W. Wavelet-based multifractal analysis of non-stationary and/or intermittent geophysical signals //Wavelets in Geophysics, Efi Foufoula, Praveen Kumar (eds.): Academic Press, August, 1994. — P. 249 — 298.
7. Полякова М.В., Любченко В.В. Структурный анализ временных рядов со скачками среднего значения //Оптимизация управления, информационные системы и компьютерные технологии: Труды Украинской академии экономической кибернетики (Южный научный центр). — Київ-Одеса: ИСЦ, 1999. — Вип.1. — Ч.1. — С. 174 — 179.
8. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. - М.: Финанси та статистика, 1985. — 487с.

# ЗАСТОСУВАННЯ ТОМОГРАФІЧНОГО ПІДХОДУ В ЗАДАЧАХ ВІДНОВЛЕННЯ РАДІОЗОБРАЖЕНЬ КОСМІЧНИХ РАДІОДЖЕРЕЛ

*В.В. Кошовий, А.Б. Лозинський, Б.А. Лозинський*

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів 79053, вул. Наукова 5, тел. (0322) 65-48-74, факс (0322) 64-94-27, E-mail: Lozynsky@ah.ipm.lviv.ua

В роботі показується, що задача відновлення радіозображень може бути зведена до класичної томографічної задачі відновлення функції двох змінних по її радонівському образу. На відміну від вимоги квазімонохроматичності при відновленні радіозображень на основі вимірювання поперечної кореляційної функції, запропонований підхід дозволяє використовувати широкі смуги приймальних трактів.

Слід очікувати, що методи відновлення зображень на основі поздовжньої кореляційної функції будуть більш стійкі до перекручень та впливу завад, якими так багаті низькочастотні радіодіапазони.

## 1. ВСТУП

Сучасна томографія для отримання інформації використовує випромінювання найрізноманітнішої природи. Це і ультразвук, і радіо- та оптичні сигнали, рентгенівські та гама-промені, різного роду корпускулярне випромінювання та ін. Для кожного виду випромінювання характерні свої специфічні особливості, які проявляються в постановці томографічного експерименту та в його апаратній реалізації.

Дана робота присвячена огляду потенційних можливостей застосування томографічного підходу в радіоастрономічних задачах відновлення зображень космічних радіоджерел.

Традиційно в радіоастрономії при вирішенні задачі відновлення зображень космічних радіоджерел використовується теорема Ван Ціттерта-Церніке, яка пов'язує Фур'є-перетворенням кутовий розподіл радіояскравості джерела з поперечною кореляційною функцією [1]. Застосування цього методу в радіоінтерферометрії з наддовгою базою (РНДБ), особливо в декаметровому (ДМ) діапазоні, наштовхується на великі труднощі, пов'язані зі значними фазовими спотвореннями при проходженні радіохвиль через

іоносферу Землі – так звану “фазову проблему”.

Разом з тим, існує реальна можливість відновлення радіозображення вимірюючи часову взаємну кореляційну функцію для двох рознесених у просторі точок (поздовжня кореляційна функція) і система РНДБ добре вписується в рамки такого підходу [2].

Зауважимо, що радіоастрономічну науку цікавлять в першу чергу космічні об'єкти, відстань до яких дуже велика. Тому під відновленням радіозображення розуміється визначення кутового розподілу радіояскравості випромінювання, яке надходить з різних ділянок неба. Це зручно інтерпретувати як розміщення зображень космічних радіоджерел на поверхні сфери з одиничним радіусом – небесної сфери.

Далі будемо дотримуватись наступних домовленостей, які визначаються специфікою поставленої задачі, спростують виклад, але зовсім не виключають можливості узагальнення:

– з уваги на віддалі, з якими маємо справу в радіоастрономії, вважаємо, що хвиля, яка падає на радіоінтерферометричну систему є плоскою;

– більшість цікавих для радіоастрономії джерел є некогерентними (випромінювання будь-якої пари світних елементів є некорельованим) і випромінюють в широкому спектрі частот. Реєструємо ж ми випромінювання в настільки вузькій (але відмінній від нуля) частотній смузі, що можна вважати спектр прийнятого сигналу плоским, однаковим як для всіх елементів джерела так і для джерела в цілому, а дисперсією в середовищі поширення можна знехтувати.

## 2. ПРОЕКЦІЙНІ ДАНІ

Будемо розглядати проекцію однієї з небесних півсфер на площину екватора – в радіоастрономії її прийнято називати площиною  $u'v'$  [1]. Розглянемо радіоінтерферометр, утворений двома антенами, рознесеними у напрямку схід-захід. Зрозуміло, що при обертанні Землі вектор бази

радіоінтерферометра також обертається відносно нерухомих зір, причому не виходячи з площини, в якій описує коло. Ця площина паралельна площині екватора, за згаданого наближення плоскої хвилі їх можна сумістити. Геометрична затримка  $\tau$  радіоінтерферометра при поширенні хвилі до двох антен однакова для всіх тих напрямків, які складають кут  $\varphi$  до вектора бази, і рівна  $\frac{D}{c} \cos(\varphi)$  (рис. 1).

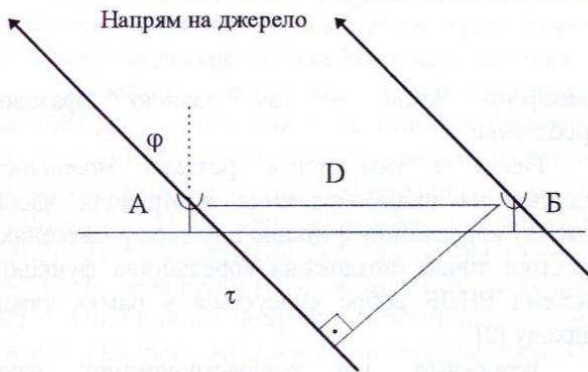


Рис. 1. Геометрична схема радіоінтерферометра.

Разом з тим, сукупність напрямків, які складають один і той же кут до певної осі, утворює конус (рис. 2). В нашому випадку вісь конуса співпадає з вектором бази, а лінія перетину конуса з небесною сферою є колом, центр якого лежить на продовженні вектора бази. Проекція цього кола на  $u'v'$ -площину є прямою, перпендикулярною вектору бази. Кожному куту розкриття конуса відповідає своя проекційна пряма.

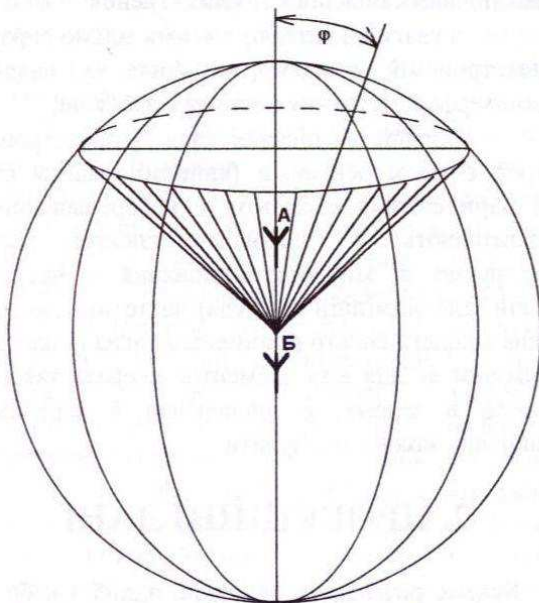


Рис. 2. Небесна сфера і конус, який відповідає певному значенню затримки  $\tau$ .

Розглянемо тепер поздовжню кореляційну функцію – відгук інтерферометра АБ. Допустимо,

що випромінювання елементів джерела, а, тим більше, різних джерел, є  $\delta$ -корельованим [1, 3]. Тоді

$$R_{AB}(t) = \int X_A(t) X_B(t-t) dt,$$

тобто значення  $R_{AB}(\tau)$  для конкретного значення  $\tau$  можна отримати, як інтегральну інтенсивність випромінювання небесної сфери вздовж лінії, геометрична затримка для елементів якої становить  $\tau$ . Оскільки геометрична затримка однозначно визначається кутом, утвореним вектором бази і напрямом на елемент випромінювання, ця лінія є колом – результатом перетину конуса з поверхнею кулі, коли вісь конуса проходить через центр кулі (рис. 2). Перейшовши до проекції на площину  $u'v'$  та врахувавши поворот вектора бази інтерферометра при обертанні Землі, відгук інтерферометра можна представити у вигляді

$$R_{AB}(\tau, T) = \int f(\tau \cos T - y \sin T, \tau \sin T - y \cos T) dy,$$

що являє собою проекцію функції розподілу радіояскравості  $f(u', v')$  на пряму, яка відповідає годинному куту  $T$ . Таке проектування співпадає по своїй структурі з перетворенням Радона [3], а тому можна для відновлення функції  $f(\alpha, \delta)$  на основі відомої  $R(\tau, T)$  скористатися томографічними методами.

Підкреслимо, що ми ніяк не обмежували смугу частот приймального тракту інтерферометра. Якщо ж прийняти, що реєстрований спектр випромінювання по площі зображення джерела у всіх його точках однаковий, то поздовжня кореляційна функція є згортою нормованої автокореляційної функції випромінювання елемента джерела з проекцією кутового розподілу яскравості на продовження вектора бази. Тому при переході від Радонівського до Фур'є-образу зображення отримується широкий трек, ширина якого пропорційна відношенню ширини смуги частот приймальної системи до центральної частоти прийому. При квазімонохроматичному наближенні такий трек вироджується в лінію – відповідає теоремі Ван Ціттерта-Церніке, а при нескінченно широкій смузі частот для відновлення зображення було б досить вимірювань на одній базі.

Опираючись на теорему про центральний переріз [4] можна представити взаємозв'язок поперечної та поздовжньої кореляційних функцій, місце томографічних методів у відновленні радіозображень. Як видно, якщо вимірювання поперечної кореляційної функції переводять зображення в Фур'є-простір, то поздовжньої – в простір Радона. Використання можливості відновлення зображення, крім очевидного – через Фур'є простір, зворотнім проектуванням, тобто з використанням сумарного зображення, представляє інтерес у плані пошуку можливостей подолання фазової проблеми. В Радонівському просторі вплив середовища поширення проявляється, в першу

чергу, у спотворенні параметра геометричної затримки  $\tau$ , яке, при спробі перейти у простір Фур'є, відразу ж згубно позначається на фазі по причині її циклічності. Проаналізуємо можливості відновлення зображень іншими методами в умовах завад.

Враховуючи значне перекучення фази при малих амплітудних спотвореннях [1] можна запропонувати наступну модель реєстрованих даних

$$R_B(\tau, T) = R_{AB}(\tau + n(T), T),$$

де  $n(T)$  - випадкова функція.

Тоді сумарне зображення

$$S(u', v') = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi R_{AB}(u' \cos T + v' \sin T + n(T), T) dT.$$

Очевидно, що з таких проєкційних даних точне відновлення функції  $f(x, y)$  здійснити неможливо. Тоді природньо задачу реконструкції переформулювати наступним чином: вимагається по наближених проєкційних даних знайти наближену функцію  $f_B(x, y)$ , яка в певному розумінні добре описувала б шукану функцію  $f(x, y)$ .

Для цього зауважимо, що випадкові зміщення проєкційних даних приводять до розсіювання точки в сумарному зображенні. При представленні вихідного зображення у вигляді суми світних точок, образ кожної буде аналогічно розсіяний в сумарному зображенні, тобто сумарне зображення буде згорнуте з функцією розсіювання точки, яка залежить від кореляційних характеристик спотворюючого середовища, в нашому випадку – іоносфери, і може бути врахована.

Таким чином, випадкові зміщення проєкційних даних вздовж координати  $\tau$  еквівалентні просторовій фільтрації сумарного зображення фільтром з випадковим імпульсним відгуком  $H(u', v')$ . Цей факт підкреслює інтуїтивно відчутну можливість проведення самокалібрування, коли на шуканому зображенні є зосереджена яскрава деталь, як квазар у випадку, наприклад, Крабовидної туманності.

Накопичення сумарних зображень приводить до підвищення ваги регулярної і зниження ваги випадкової компоненти імпульсного відгуку  $H(u', v')$ , що дозволяє відновлювати наближення шуканого зображення шляхом фільтрації просторовим фільтром з імпульсним відгуком  $\frac{1}{H(u', v')}$ .

Отже, використання для задач відновлення радіозображень поздовжньої кореляційної функції дозволяє отримати проєкційні дані – Радонівський образ проєкції шуканого зображення на  $u'v'$ -площину. Застосування томографічних методів відновлення зображень дозволяє використати накопичення вхідних даних і понизити чутливість вимірювань до спотворення в середовищі поширення хвиль.

Принциповим обмеженням можливих областей застосування томографічного підходу є допущення про однаковий спектр випромінювання елементів джерела. У випадку вирішення радіоастрономічних задач це означає відновлення радіозображень об'єктів з достатньо рівномірним розподілом спектрального індекса. В іншому разі згадане допущення буде вимагати вибору такої ширини смуги пропускання приймальних трактів радіоінтерферометричної системи, щоб нерівномірністю спектру випромінювання по площі радіоджерела можна було б знехтувати. Враховуючи, що зі зміною частоти в рамках одного діапазону зображення радіоджерел змінюється повільно, таке обмеження не буде суттєво відбиватись на можливостях вибору об'єкта спостережень.

В загальному випадку під задачею відновлення радіозображення розуміється побудова зображення по вимірних значеннях двовимірного Фур'є-спектру просторових частот для різних баз. У випадку орієнтації бази радіоінтерферометра Схід-Захід використання обертання Землі дозволяє отримати значення просторового спектру вздовж дуги еліпса на площині баз. Вибираючи значення просторового спектру для різних довжин баз для певної взаємної орієнтації інтерферометра і джерела отримаємо центральний переріз Фур'є-образу шуканого зображення, який, згідно теореми про центральний переріз, пов'язаний одновимірним перетворенням Фур'є з відповідною паралельною проєкцією зображення в радонівському просторі. Кожен такий переріз дозволяє знайти одну проєкцію, а знаходження однієї проєкції представляє собою одновимірний випадок відновлення, який і розглянемо докладніше.

### 3. ОДНОВИМІРНИЙ ВИПАДОК

Розглянемо задачу визначення кутового розподілу яскравості випромінювання джерела  $f_k(\varphi)$  в одновимірному випадку. Представимо  $f_k(\varphi)$  у вигляді розбиття на дрібні елементи, випромінювання від яких є некорельованим. Кожна з антен приймає сумарний сигнал від усіх елементів, причому для кожного елемента зі своєю різницею ходу до антен. Тоді взаємна поздовжня кореляційна функція являтиме собою суму автокореляційних функцій випромінювання елементів розбиття  $f_k(\varphi)$ .

Перейдемо від дискретного до неперервного представлення  $f_k(\varphi)$ . Сформулюємо та доведемо важливу теорему.

**Теорема.**

*В одновимірному випадку поздовжня кореляційна функція є зорткою нормованої автокореляційної функції випромінювання*

елемента джерела з функцією кутового розподілу яскравості.

**Доведення.**

Виходячи з геометрії задачі, аналогічно з вищеприведеними міркуваннями представимо функцію кутового розподілу  $f_k(\varphi)$  у зручнішому для нас вигляді  $f(\tau)$ . Потужність випромінювання елемента джерела  $e_i$  з координатою  $\tau_{ei}$  і розміром  $\Delta\tau_{ei}$  можна записати так:  $f(\tau_{ei})\Delta\tau_{ei}$ . Позначимо через  $r(\tau)$  нормовану автокореляційну функцію (однакову для всіх елементів). Тоді, можна записати:

$$R_{AB}(\tau) = \lim_{\Delta\tau_{ei} \rightarrow 0} \sum_i R_{ii}(\tau - \tau_{ei}) = \\ = \lim_{\Delta\tau_{ei} \rightarrow 0} \sum_i r(\tau - \tau_{ei}) f(\tau_{ei}) \Delta\tau_{ei},$$

або при переході до інтегралу:

$$R_{AB}(\tau) = \int_{\text{джерело}} r(\tau - \tau_e) f(\tau_e) d\tau_e. \quad (1)$$

Оскільки функція  $f(\tau)$  визначена тільки в принципово обмеженій  $\pm\tau_{\max}=D/c$  (з геометричних міркувань) області, покладемо, що  $f(\tau)$  рівна нулю за її межами, що дозволить розширити межі інтегрування до  $\pm\infty$ . Легко зауважити, що в цьому випадку інтеграл в (1) являє собою згортку

$$R_{AB}(\tau) = r(\tau) ** f(\tau), \quad (2)$$

що і треба було довести.

**Наслідок.**

Використовуючи сформульовану теорему про згортку з *поздовжньої кореляційної функції можна визначити кутовий розподіл яскравості  $f_k(\varphi)$*  (через  $f(\tau)$ ).

Позначимо  $R_{AB}(\tau) \Leftrightarrow G(\omega)$ ,  $r(\tau) \Leftrightarrow g(\omega)$  та  $f(\tau) \Leftrightarrow F(\omega)$ , де знак  $\Leftrightarrow$  означає Фур'є-перетворення, причому зауважимо, що  $R_{AB}(\tau)$  – вимірювана функція,  $r(\tau)$  і  $g(\tau)$  – наперед відомі. Тоді на підставі (2) можна записати:

$$G(\omega) = g(\omega)F(\omega), \\ F(\omega) = \frac{G(\omega)}{g(\omega)}. \quad (3)$$

Залишається тільки отримати  $f(\tau)$  з її Фур'є-образу  $F(\omega)$  і задача розв'язана. Слід зауважити, що дана задача відноситься до класу некоректних обернених задач і при практичній реалізації розв'язку (3) необхідно застосовувати методи регуляризації.

Розглянемо деякі випадки різного вигляду  $r(\tau)$ .

1. Випадок нескінчено широкого рівномірного спектру випромінювання. В цьому разі кореляційна функція являє собою дельта-імпульс  $r(\tau)=\delta(\tau)$  і  $R_{AB}(\tau)=\delta(\tau)**f(\tau)=f(\tau)$ , тобто тривіальний випадок, вимірювана поздовжня кореляційна функція власне і є шуканою  $f(\tau)$ .

2. Випадок квазімонохроматичного наближення. Тоді  $r(\tau) = \cos(\omega_0\tau)$ , а  $g(\omega) = \delta(\omega_0)$ , де  $\omega_0$

визначається відношенням бази інтерферометра до довжини хвилі. В результаті застосування (3) можливо визначити тільки одну гармоніку  $F(\omega_0)$  для однієї бази на одній частоті – по своїй суті це теорема ван Ціттерта-Церніке. Для відновлення зображення потрібні вимірювання на наборі баз.

3. Випадок, коли  $r(\tau)$  – гаусівська крива, тоді  $g(\omega)$  теж буде мати форму гаусівської кривої і, чим ширший спектр, то тим далше від центру значення  $G(\omega)$  можна ділити на  $g(\omega)$  без втрати точності – ілюстрація (еквівалент) обмеження роздільної здатності – вищі просторові частоти несуть інформацію про дрібніші деталі зображення.

## 4. ВИСНОВКИ

Тоді як задача відновлення зображення на основі поперечної кореляційної функції вимагає переходу до квазімонохроматичного наближення, тобто принципово не є точною, в термінах поздовжньої кореляційної функції можна точно оперувати інформацією в частотному континуумі.

На відміну від вимоги квазімонохроматичності при відновленні радіозображень на основі вимірювання поперечної кореляційної функції, запропонований підхід дозволяє використовувати широкі смуги приймальних трактів. Чим ширший спектр реєстрованого сигналу, тим вищу можна отримати роздільчу здатність і, що особливо важливо в радіоастрономії, тим вищу чутливість. Крім того цей метод вигідний можливістю компенсувати недостатню кількість баз інтерферометрів розширенням частотної смуги прийому. В принципі для відновлення радіозображення достатньо однієї довжини бази при використанні апертурного синтезу за рахунок обертання Землі.

Тому слід очікувати, що методи відновлення зображень на основі поздовжньої кореляційної функції будуть більш стійкі до перекручень та впливу завад, якими так багаті низькочастотні радіодіапазони.

## ЛІТЕРАТУРА.

1. Томпсон Р., Моран Дж., Свенсон Дж. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии: Пер. с англ. - М.: Мир, 1989. - 568 с.
2. Кошовий В.В., Лозинський А.Б. Відновлення радіозображень космічних радіоджерел на основі поздовжньої кореляційної функції // Відбір і обробка інформації. - 1998. - №12. - С. 37-41.
3. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин. Введение в статистическую радиофизику и оптику. - М.: Наука, 1981. - 640 с.
4. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии. - М.: Радио и связь, 1989. - 240 с.



# Узагальнений підхід швидкого трансформування класу Фур'є на основі згорток

I.O. Процько, В.А. Радомський

Інститут конструювання моделювання швейних виробів, м. Хмельницький, вул. Львівське шосе, 43/2, тел. (0382)557799, e-mail: khikmshv@ifocom.khmelnitskiy.ua

Узагальнений підхід для обчислення дискретного трансформування Фур'є (ДТФ) послідовностей довільного обсягу на основі циклічних згорток одержано в даній роботі. Синтез швидкого трансформування Фур'є (ШТФ) базується на декомпозиції експоненціального базису (ЕБ) ДТФ на матрицю показників і матриці знаків синуса і косинуса. Доведено еквівалентність блочно-матричних структур матриці показників і відповідних матриць знаків. В результаті, ДТФ послідовностей довільного обсягу зводиться до обчислень циклічних згорток для синусної і косинусної частини ЕБ. Це спрощує індексацію послідовностей і синтез швидких алгоритмів дискретного трансформування Фур'є або Харті послідовностей довільного обсягу.

## ВСТУП

Існують задачі аналізу інформаційних даних, що значно ефективніше розв'язуються в області спектрального представлення. Для цього використовують ШТФ вхідного масиву даних. ШТФ є потужним інструментом, що базується на ефективних алгоритмах реалізованих спеціальними програмними або апаратними засобами.

Теорія ШТФ почала свій розвиток з появою алгоритмів типу Кулі-Тюкі [1]. Особливого поширення алгоритми даного класу одержали для значень обсягів даних рівних цілій степені двійки. Але фізична природа багатьох явищ характеризується обсягом інформації, що може мати довільну кількість даних. Тому актуальним є довільний обсяг вхідних даних ефективного обчислення ДТФ масиву даних з кількістю відліків  $N$  (1), що належать множині натуральних чисел.

Виконання ДТФ послідовностей довільного обсягу, що проводиться засобами ШТФ з обсягами інформаційних даних рівних цілій степені двійки вимагає додаткових операцій. Вони полягають в зміні частоту дискретизації вхідного інформаційного сигналу в процесі аналізу. Збільшення числа відліків за рахунок збільшення частоти дискретизації при незмінному інтервалі аналізу сигналу вимагає змінення тривалості такту роботи аналого-цифрового перетворювача. При цьому практично складно отримати значення кількості вибірок рівного цілій степені два. В більшості випадків одержані вхідні дані доповнюють нулями до кількості, що дорівнює

цілій степені двійки. Розгляд питання використання підходу доповнення нулями послідовності ДТФ до необхідної (рівної цілій степені два) кількості відліків функції, дозволяє отримати інтерпольоване перетворення більшого числа компонент функції ДТФ та підвищити точність оцінки частотних піків на спектральній характеристиці [2]. Але при збільшенні обсягу, зростає величина обчислювальних затрат і, відповідно, час виконання ШТФ.

Для довільного обсягу  $N$  інформаційних даних, одержано різноманітні форми узагальненого ШТФ [3,4]. Існуючі підходи мають як свої переваги, так і особливості, що полягають в специфічній складності синтезу швидкого алгоритму, для певних значень обсягів. Тому є актуальним дослідження і розвиток загальних підходів ефективного обчислення ДТФ послідовностей довільного обсягу, що дасть можливість створювати гнучкі та універсальні інструменти спектрального представлення інформації.

## 1. ПРИВЕДЕННЯ ОБЧИСЛЕННЯ ДТФ ДО ЦИКЛІЧНИХ ЗГОРТОК

Одним з підходів в теорії синтезу алгоритмів ШТФ є приведення обчислення до циклічних згорток. Тобто, алгоритми швидких згорток визначають ефективне обчислення ДТФ. Цей підхід ефективного обчислення ДТФ започатковано в роботі Рейдера [5]. ДТФ зводилось до обчислення циклічної згортки для послідовності обсягом, що дорівнює простому числу. В основу приведення ДТФ:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W^{nk}, \quad (1)$$

де  $n, k=0, \dots, N-1$ ,  $W = \exp(-j2\pi/N)$ , до циклічної згортки покладено переіндексацію порядку вхідної послідовності  $x(n)$ . Для цього застосовано первісний корінь  $g$  з відповідним показником степені, що зводить добуток індексів до додавання показників степені числа  $g$ . Тобто, обчислення ДТФ набуває виду:

$$X(g^l) = \sum_{m=0}^{N-2} x(g^{-m})W^{lg} + x(0) \quad (2)$$

що відповідає циклічній згортці без  $x(0)$  [6].  
 При цьому враховується, що  $W^{nk} = W^{(nk) \bmod N} =$   
 $= W^{g^l m} = W^g$  та  $W^N = 1$ . Числу  $g$  відповідає первісний  
 корінь з властивостями  $g^{N-1} = 1$ ,  $g^k \neq 1$ , для  $0 < k < N-1$ .

Дальше підхід розвинуто та узагальнено в  
 роботах Винограда [7] для послідовностей обсягом,  
 що дорівнює простому числу та степені простого  
 числа, та одержано значення мінімальної  
 мультиплікативної обчислювальної складності. В  
 цих алгоритмах використовуються для певного  
 обсягу конкретні обчислення з використанням  
 китайської теореми про залишки, властивостей  
 прямого добутку матриць та алгоритмів циклічної  
 згортки. В роботі [8] розглянуто показники елементів  
 матриці ЕБ ДТФ, що дорівнюють  $(nk) \bmod N$ , при  
 $n, k = 1, 2, \dots, N-1$ , і виконано відносно них  
 переставлення (переіндексацію), з метою одержання  
 циклічної зліва матриці показників степені ЕБ ДТФ.  
 Це дало можливість більш зручніше проаналізувати  
 структуру матриці показників ЕБ ДТФ для довільних  
 значень обсягів.

## 2. ДЕКОМПОЗИЦІЯ

### ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО БАЗИСУ ДТФ

Проведемо декомпозицію та детальний  
 аналіз елементів матриці ЕБ ДТФ (1). Функція  $W_N^{rk}$ ,  
 де  $r, k = 0(1)N-1$ , періодична відносно  $N$ , тому,  
 можна записати квадратну матрицю показників  
 експоненціального базису порядку  $(N \times N)$  у вигляді:

$$V = [v(r, k) \bmod N], \quad (3)$$

де  $v(r, k)$  - значення елементів матриці по  $r = 1(1)N-1$   
 рядку та  $k = 1(1)N-1$  стовпцю. Враховуючи  
 симетричність функцій ЕБ ДТФ  $W_N^l$ , де  $l = 1(1)N-1$ , її  
 можна повністю визначити для  $l = 0(1)N/4$ ,  
 доповнюючи матрицями знаків  $Z_s$  синуса і  $Z_c$   
 косинуса [9], при цілих  $N$ , кратних 4-ом, і для  
 парних  $N$ , що є дільниками 360 :

$$V = [v(r, k) \bmod (N/4)], \quad r, k = 1(1)(N/4), \quad (4)$$

для решти  $N$ , (непарних, парних не кратних 4 і  
 парних не дільників 360) визначаємо при  
 $l = 0(1)\{N/2\}$  :

$$V = [v(r, k) \bmod (N/2)], \quad r, k = 1(1)\{N/2\}, \quad (5)$$

при  $N$ -непарному, береться ціла частина від ділення  
 $\{N/2\}$ . Порядок матриць (4,5) при цьому  
 зменшується.

Матриці знаків синуса  $Z_s$  і косинуса  $Z_c$   
 формуються на основі елементів матриці (3) і  
 визначаються за нерівностями:

$$Z_s[r, k] = \begin{cases} +1, & \text{якщо } v(r, k) < N/2 \\ -1, & \text{якщо } v(r, k) > N/2; \end{cases} \quad (6)$$

$$Z_c[r, k] = \begin{cases} +1, & \text{якщо } 3N/4 < v(r, k) < N/4 \\ -1, & \text{якщо } N/4 < v(r, k) < 3N/4, \end{cases} \quad (7)$$

де  $r, k = 1(1)N/4$  для (4) і  $r, k = 1(1)\{N/2\}$  для (5).

На рис. 1 показано розміщення симетрії  
 значень матриць знаків синуса, косинуса, де для  
 $Z_s$  - -антисиметричне відображення значень синуса;  
 для  $Z_c$  + - симетричне відображення значень  
 косинуса; для  $Z_s$  ■■■ -антисиметричне відображення  
 значень парних лінійок і парних стовпців матриці  
 значень знаків синуса; для  $Z_c$  ■■■ - антисиметричне  
 відображення значень непарних лінійок і непарних  
 стовпців матриці значень знаків косинуса.

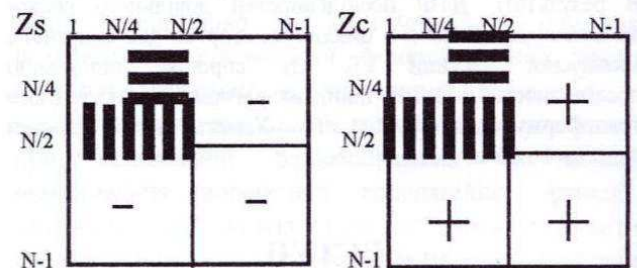


Рис.1. Симетричність розміщення елементів у  
 матрицях знаків  $Z_s$  синуса та  $Z_c$  косинуса.

Аналіз одержаних матриць  $V$  (4,5)  
 показників ЕБ ДТФ, що містять цілі числа, у випадку  
 для  $N$  простого, показує, що матриця є  
 нормалізований латинський квадрат. В інших  
 випадках, довільних значень обсягів  $N$ , з матриці  $V$   
 (4,5) може бути виділений набір латинських  
 квадратів, де кожен одержаний квадрат не містить  
 елементів інших квадратів.

Визначення матриць показників ЕБ ДТФ у  
 випадку довільного обсягу вимагає затрат часу при  
 обчисленні за формулами (4,5) для кожного  
 конкретного значення обсягу. Тому ефективніше  
 формувати матриці показників за допомогою  
 переставлення елементів кожного наступного рядка  
 матриці на основі попереднього. Для цього знайдено  
 форму підстановки, що визначається на основі  
 елементів першого та другого рядка квадратної  
 матриці показників. Підстановку можна описати за  
 допомогою циклічного розкладу, який  
 характеризується числом циклів циклічного розкладу  
 $P(z) = (z_1)(z_2) \dots (z_i)$ , що є конкретним для кожного  
 довільного значення обсягу. Наприклад, для обсягу  
 $N=17$ ,  $P(z) = (1\ 2\ 4\ 8)(3\ 6\ 5\ 7)$ ;  $N=30$ ,  $P(z) = (1\ 2\ 4\ 7)(3\ 6\ 5)(8\ 9\ 10)(11\ 12\ 13\ 14)$ ;  $N=44$ ,  $P(z) = (1\ 3\ 9\ 5\ 7)(2\ 4\ 8\ 6\ 10)(11\ 12\ 13\ 14)(15\ 16\ 17\ 18\ 19\ 20)$ ;  $N=64$ ,  $P(z) = (1\ 3\ 9\ 5\ 15\ 13\ 7\ 11)(2\ 6\ 14\ 10)(4\ 12)(8)$ .

Отже, сформовані  $V_p$  матриці показників за циклічним розкладом підстановки  $P(z)$  визначають структури матриць показників степені ЕБ ДТФ послідовностей довільного обсягу і відповідні еквівалентно-структурні матриці знаків  $Z^c$ ,  $Z^s$ , які в сукупності становлять цілісність ЕБ ДТФ. Під еквівалентно-структурними матрицями розуміються матриці одного порядку з однаковими властивостями, що складаються з різних елементів, і містять відповідні підматриці з однаковими порядками та властивостями.

Розглянемо структуру, сформованих за циклічним розкладом підстановки, матриць показників  $V_p$  степені ЕБ ДТФ послідовностей довільного обсягу та відповідних матриць знаків  $Z^c$  синуса і  $Z^s$  косинуса, що містять елементи  $\pm 1$ . Кожен одержаний квадрат, що побудований на основі підстановки  $z$ , з циклічного розкладу  $P(z)$ , містить елементи рівні між собою розміщені паралельно бічній діагоналі  $v[i,j]=v[k,l]$ , при  $i+j=k+l$ , де  $i,j,k,l \in \{1,2,\dots, n\}$ ,  $v[i,j] \in V_p$  або рівні всі елементи симетрично розміщені відносно головної діагоналі. Тобто, такі квадратні матриці називаються Ганкелевими (Hankel), що повністю визначаються своїм першим рядком та останнім стовпчиком. Окрім того, у даної Ганкелевої матриці  $V_p$  кожен наступний рядок одержаний з попереднього циклічним зсувом вліво. Тобто, Ганкелева матриця повністю визначається своїм першим рядком і такі матриці називають лівоциркулянтними або циклічними зліва.

Можна сформулювати на основі декомпозиції ЕБ ДТФ (3-7) для відповідних косинусних і синусних частин теореми еквівалентності структур матриці показників степені і матриці знаків.

**Теорема.** Для квадратних матриць показників степені (5) і знаків косинуса (7) порядку  $\{N/2\} \times \{N/2\}$ , обчислених на основі періодичності та симетрії ЕБ ДТФ, а для матриці показників степені (3) і відповідної матриці знаку синуса (6) порядку  $\{N \times N\}$ , обчислених на основі періодичності, та переставленні рядків і стовпців за допомогою підстановок з циклічного розкладу, існує еквівалентність структур для довільного обсягу  $N$ .

**Доведення.** Для взаємозв'язку елементів декомпозиції ЕБ ДТФ необхідні аналогічні дії по переставленню рядків і стовпців, у відповідність до матриці  $V_p$ , над матрицями (6,7) знаків  $Z^c$  синуса і  $Z^s$  косинуса. Так, як значення величин  $\cos(2\pi n/N)$  для  $n=0(1)N-1$  експоненціального базису ДТФ, рівномірно розподілені на відрізьку  $(0,2\pi)$ , симетричні відносно осі  $N/2$ , як для абсолютних величин значень косинуса, так і для їх знаків. Тому достатньо для косинусної частини розглядати елементи декомпозиції  $V_p$  та  $Z^c$  і одержані їхні властивості для порядку  $\{N/2\} \times \{N/2\}$ , на відміну від

антисиметричної функції  $\sin(2\pi n/N)$  для  $n=0(1)N-1$  відрізьку  $(0,2\pi)$  властивості еквівалентності структур, якої вірні для порядку  $\{N \times N\}$ , обчислених на основі періодичності даної функції.

### 3. ОБЧИСЛЕННЯ ДТФ НА ОСНОВІ ПРОВЕДЕНОЇ ДЕКОМПОЗИЦІЇ

Одержана структура матриць показників степені  $V_p$  і відповідних матриць знаків задає процедуру (рис.2) проведення обчислення ДТФ послідовностей довільного обсягу за допомогою циклічних згорток. При цьому необхідно застосовувати швидкі алгоритми згорток [6], що і визначатимуть основні обчислювальні затрати даного трансформування.

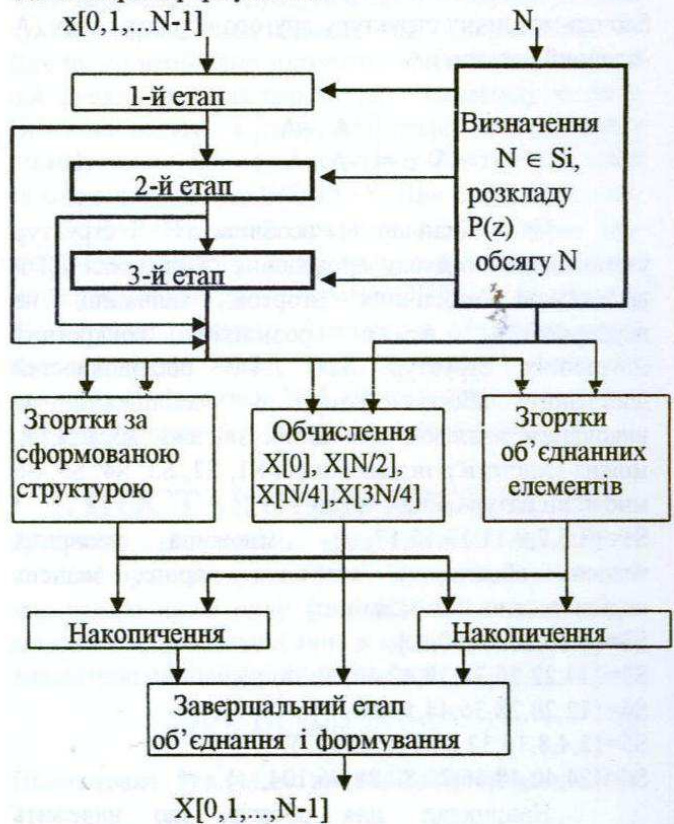


Рис.2. Обчислення ДТФ послідовностей довільного обсягу.

На початковому етапі проводиться групування (переіндексація) вхідних даних, що визначається циклічним розкладом підстановки. Одночасно можуть визначатись коефіцієнти косинусних і синусних складових ЕБ ДТФ, що приймають участь в операціях згортки. Для косинусної частини проводиться групування вже об'єднаних вхідних даних:

$$x_c(i) = x(i) \pm x(N-1), \quad i=1(1)\{N/2\}-1, \quad (8)$$

що може виконуватись в один-три етапи. На основі сформульованої теореми за одержаним циклічним

розкладом підстановки матриця показників степені  $V_p$  ЕБ ДТФ послідовностей довільного обсягу і відповідна матриця знаку  $Z^s$ ,  $Z^s$ , розбиваються на еквівалентні блочно-матричні структури. Вони можуть визначати додаткові об'єднання даних та обсяг і кількість циклічних згорток необхідних для проведення обчислення. Так, варто зауважити, для парних значень обсягів перетворення ДТФ матриця показників степені  $V_p$  для косинусної і синусної частин складатиметься з підматриць  $V_0$ ,  $V_e$  і матиме вид:

$$V_p = \begin{bmatrix} V_0 & V_e \\ V_e & V_0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

що вимагає додаткових об'єднань даних. Важливо, що для синусної частини ЕБ ДТФ порядку  $(N \times N)$  циклічні зліва підматриці містять асиметричну блочно-матричну структуру другого порядку виду (А-блочний елемент):

$$V_p = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Ці основні особливості структур узагальненого підходу проведення обчислення ДТФ на основі циклічних згорток, звичайно, не перекривають всього розмаїття конкретних матричних структур для ДТФ послідовностей довільного обсягу. Тому ці особливості, за виконаним аналізом для цілих значень обсягів  $N$ , можна виділити в підмножинах  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  множини натуральних чисел.

$S_1 = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\}$  - множина непарних значень обсягів, а множина парних значень поділяється на підмножини:

$S_2 = \{6, 10, 18, 30, 90, \dots\}$ ,

$S_3 = \{14, 22, 26, 34, 38, 42, 46, 50, 58, \dots\}$ ,

$S_4 = \{12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, \dots\}$ .

$S_5 = \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, \dots\}$ .

$S_6 = \{24, 40, 48, 56, 72, 80, 88, 96, 104, \dots\}$ .

Наприклад, для обсягів, що належать підмножині  $S_5$ , елементи якої дорівнюють цілій степені двійки, легко подати кількість згорток  $s$  для косинусної частини на основі даного підходу у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1.

N	8	16	32	64	128	...
s	1	4,1	8,4,1	16,8,4,1	32,16,8,4,1	...
		1	4,1	8,4,1	16,8,4,1	...
			1	4,1	8,4,1	...
				1	4,1	...
					1	...

На завершальному етапі на основі одержаної матричної структури, об'єднуємо з попередніх етапів одержані значення згорток і компонуючи дійсні та

уявні частини, проводимо формування вихідних значень дискретних коефіцієнтів Фур'є або Хартлі.

## ВИСНОВКИ

В роботі показано, як на основі переставлення елементів вхідної послідовності, що визначається на основі перших двох рядків матриці показників (3), обчислюється ДТФ за допомогою алгоритмів згортки. Визначення переставлення не потребує спеціальних обчислень і для обсягів  $N, N/2$  - простих чисел може формуватись елементарним відбором елементів натурального ряду. Використання циклічного розкладу підстановки  $P(z)$  приводить до однотипового підходу проведення організації обчислення ДТФ послідовностей довільного обсягу. Окреме проведення обчислень для косинусної та синусної частин ЕБ дозволяє розпаралелювати процес обчислення і визначати не тільки ДТФ, але і дискретне перетворення Хартлі послідовностей довільного обсягу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Cooley, J.W., J.W. Tukey, *An Algorithm for the Machine Computation of Complex Fourier Series*, *Math. Comp.* 19, 1965, p.297-301.
2. Отнес Р., Энксон Л. *Прикладной анализ временных рядов. Основные методы: Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. -428 с.*
3. Ryszard Stasinski, *The techniques of the Generalized Fast Fourier Transform Algorithm* *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.39, NO. 5, MAY 1991, p.1058-1069
4. Сверлик М.Б., Троянский А.В. *Обобщенное матричное описание алгоритма БПФ. Радиоэлектроника №7, 1995, с.27-33*
5. C.M.Rader, *Discrete Fourier transform when the number of data samples is prime. Proc.IEEE* 56, 1968, p.1107-1108.
6. Макклеллан Дж. Х., Рейдер Ч. М. *Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов: Пер. с англ.-М.: Радио и связь, 1983. -264с.*
7. S. Winograd, *On computing the discrete Fourier transform. Math.Comput.* 32, 1978, p.175-199.
8. Ш. Зохар, *Алгоритм Винограда для дискретного преобразования Фурье. В кн.: Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений/ Под. ред. Т.С. Хуанга. Пер. с англ. -М.: Радио и связь, 1984. -224 с.*
9. Prots'ko I.E. *An algorithm for computing the discrete Fourier transform.//Proceedings of LSPIC-90. -Riga, april 22-26, -1990. -P.123-127.*

# ДВОВИМІРНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є З КОМПЛЕКСНОЮ ФАЗОЮ

Микола Будник

Інститут кібернетики НАНУ, просп. Акад. Глушкова 40, Київ 03680, Україна  
Тел: (044) 266-1267, Факс: 266-3348, Електронна пошта: budnik @ d220.icyb.kiev.ua

**ABSTRACT:** In general, report is devoted to development of a theory of Fourier Transform (FT) for multi-dimensional signal domain. In particular, a new approach for the two-dimensional (2D) FT is proposed. Essence of above approach consists in replacing of the single (scalar) phase to two phases which are proportional to Cartesian co-ordinates of the FT garmonics onto the 2D signal plane. It was shown that the proposed FT have hipercomplex nature and the two orthogonal phases one can interpret as the vector-phase so as components of complex number. It was introduced the 22 so-called "derivative" spectra, which permit to analyze 2D imaging in a detail way. Developed results are useful for the spatial filtration of 2D imaging and simulation of appropriate technical systems as a 2D complex spatial filters.

## ВСТУП

Багато прикладних задач зводиться до аналізу двовимірних функцій. Сюди відносяться задачі прикладної оптики [1], розпізнавання зображень [2] та оброблення двовимірному інформації довільної природи. Відомо, що одним із розповсюджених методів аналізу є інтегральне перетворення Фур'є (ПФ). У найбільш загальній комплексній формі для одно- та багатовимірного випадків ПФ має вигляд [3,4]

$$C(k) = (1/2\pi) \int f(x) \exp[-ikx] dx = A(k) \exp[-i\varphi(k)], \quad (1)$$

$$S(x) = \int C(k) \exp[ikx] dk = \int A(k) \exp[i\{kx - \varphi(k)\}] dk, \quad (2)$$

$$C(K) = (1/2\pi)^N \int f(X) \exp[-i\langle KX \rangle] dX, \quad (3)$$

$$S(X) = \int C(K) \exp[i\langle KX \rangle] dK. \quad (4)$$

В операторній формі (1,3) та (2,4) можна записати у вигляді  $C=F(f)$  та  $S=F^{-1}(C)$ , де  $C, S$  - фур'є-спектр та відновлений сигнал,  $F$  та  $F^{-1}$  оператор ПФ та оберненого ПФ (ОПФ). В (3,4) вхідна змінна та хвильове число (частота) є векторами  $X=\{x_p\}$ ,  $K=\{k_p\}$ ,  $p=1, \dots, N$ ;  $\langle KX \rangle$  - їх скалярний добуток,  $\int dX(K)$  -  $N$ -кратні інтеграли  $\int \dots \int dx_1(k_1) \dots dx_N(k_N)$ . Відмітимо, що (1-4) описують математичний спектр, визначений як для додатних (реальних) частот, так і для від'ємних  $k_p \in ]-\infty, \infty[$  на нескінченній області визначеності  $x_p \in ]-\infty, \infty[$ . Вирази (1,3) для оберненого ПФ (ОПФ) є розв'язок оберненої задачі. Для її розв'язання, тобто відновлення функції  $f(x)$ , необхідно знати комплексний

спектр  $C(k)$ . З другого боку ОПФ можна розглядати як оператор, що переводить амплітудний спектр у вихідний сигнал  $G^{-1}(\varphi): A \rightarrow f$  і залежить від фази як від параметра. Таким чином, одновимірне ОПФ має один параметр. Обгрунтуємо, що у  $N$ -мірному випадку оператор повинен залежати від  $N$  параметрів. Для цього необхідно зрозуміти, чому ПФ одновимірної функції має два параметра - амплітуду та фазу. Причина полягає в тому, що графік цієї функції є підмножиною прямого добутку області визначення та множини значень  $G(f) \subset X \times Y$ . При  $X \subset R, Y \subset R$ , маємо  $G \subset R \times R = R^2$ , тобто графік є підмножиною двовимірного простору. Тому одновимірне ПФ повинно мати два параметри, а оператор ОПФ, що переводить  $A \rightarrow f$  - один параметр. Аналогічно для  $N$ -вимірного випадку маємо  $X \subset R^N, Y \subset R$ , та  $G \subset R^{N+1}$ . Тому ПФ повинно описуватися  $N+1$  параметрами, а оператор ОПФ, що переводить  $A \rightarrow f$  -  $N$  параметрами.

## 1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Зрозуміло, що такими додатковими параметрами повинні бути додаткові фази. Проте  $N$ -вимірне ПФ має всього лише одну фазу  $\varphi(K)$ . Її вигляд можна встановити, виділивши явно в комплексному спектрі, аналогічно одновимірному випадку

$$C(K) = A(K) \exp[-i\varphi(K)]. \quad (5)$$

Підстановка (5) в (4) дає вигляд сумарної фази ОПФ

$$S(X) = \int A(K) \exp[i\varphi_\Sigma] dX, \quad \varphi_\Sigma = \langle KX \rangle - \varphi(K). \quad (6)$$

Якщо  $x$  одновимірна і має смисл часу  $t$ , то  $k = \omega$  та  $\varphi = \omega t_0$ , де  $t_0$  має смисл часу затримки гармоніки. Тоді у багатовимірному випадку запропонуємо

$$\varphi(K) = \langle KX_0 \rangle = \sum \varphi_p, \quad \varphi_p = k_p x_{0p}, \quad (7)$$

де  $\varphi_p$  можна інтерпретувати як фазовий спектр, що відповідає  $p$ -ій координаті вхідного сигналу. Таким чином, в рамках існуючого багатовимірного ПФ, що описується амплітудою та скалярною фазою, у фур'є-області відбувається втрата інформації. Для адекватного опису вхідного сигналу такому ПФ недостає  $N-1$  ступеня вільності, яким відповідають додаткові параметри. Шлях до розробки ПФ, при якому не відбувається втрата інформації, полягає у переході від скалярної фази до векторної. Зрозуміло, що таку

векторизацію фази легко провести на основі (7), вважаючи величини  $\varphi_p$  проекціями деякої вектор-фази  $\Phi$ . Метою роботи є розробка ПФ з такою "векторною" фазою для  $N=2$ .

## 2. СТАНДАРТНЕ ПФ

У випадку періодичних функцій ПФ зводиться до ряду. Функція  $f(X)$  задана на  $N$ -мірному кубі  $x_p \in [-L_p, L_p]$ . Далі будемо користуватися нормованими величинами  $k_{op}x_p$ ,  $k_p/k_{op}$ , де  $k_{op}=\pi/L_p$  – характерна частота по  $p$ -ій координаті. Тоді при  $p=1,2$ ,  $x_1=x$ ,  $x_2=y$ ,  $k_{0x}=k_{01}$ ,  $k_{0y}=k_{02}$  маємо  $x=k_{0x}x_1$ ,  $y=k_{0y}x_2$ ,  $k_x=k_1/k_{0x}=\pi$ ,  $k_y=k_2/k_{0y}=\pi$ , а  $(x,y) \in [-\pi,\pi]$ . Фізичний спектр  $n,m \in [1, \infty[$ , в одновимірному випадку має вигляд [4]

$$S(x)=a_0/2+\sum A_n \sin\{nx+\varphi_n\}, \quad A_n^2=a_n^2+b_n^2, \quad \text{tg}\varphi_n=a_n/b_n, \quad (8)$$

$$a_n=(1/\pi)\int f(x)\cos(nx)dx, \quad b_n=(1/\pi)\int f(x)\sin(nx)dx, \quad (9)$$

$$C_n=(1/\pi)\int f(x)\exp[-inx]dx=A_n \exp[-i\varphi_n]=a_n-ib_n, \quad (10)$$

$$S(x)=a_0/2+\sum C_n \exp[inx]. \quad (11)$$

У багатовимірному випадку приводиться вираз для математичного спектру при  $n,m \in ]-\infty, \infty[$  [3]

$$S(x,y)=\sum \sum C_{nm} F^{-1}, \quad F^{-1}=1/F=\exp[i(nx+my)], \quad (12)$$

$$C_{nm}=(1/2\pi)^2 \int \int f(x,y) F dx dy, \quad F=\exp[-i(nx+my)], \quad (13)$$

На практиці, як правило, розглядають чотири коефіцієнти Фур'є, одержані в результаті розкладу спектру (13) по добутках косинусів і синусів [5].

$$4\pi^2 a_{nm} = \int \int f(x,y) g_{11} dx dy, \quad 4\pi^2 b_{nm} = \int \int f(x,y) g_{12} dx dy, \quad (14)$$

$$4\pi^2 c_{nm} = \int \int f(x,y) g_{22} dx dy, \quad 4\pi^2 d_{nm} = \int \int f(x,y) g_{21} dx dy, \quad (15)$$

$$S(x,y) = \sum \sum [a_{nm} g_{11} + b_{nm} g_{12} + c_{nm} g_{21} + d_{nm} g_{22}], \quad (16)$$

$$g_{11} = \cos(nx)\cos(my), \quad g_{21} = \cos(nx)\sin(my), \quad (17)$$

$$g_{12} = \sin(nx)\cos(my), \quad g_{22} = \sin(nx)\sin(my). \quad (18)$$

При цьому всі амплітудні спектри ( $a_{nm}$  – косинус-спектр,  $d_{nm}$  – синус-спектр;  $b_{nm}$  і  $c_{nm}$  – крос-спектри) дійсні, а фаза ігнорується. Такі парціальні спектри не мають прозорого фізичного сенсу, а тому використовується сумарний спектр (19).

$$A_{nm}^2 = a_{nm}^2 + b_{nm}^2 + c_{nm}^2 + d_{nm}^2. \quad (19)$$

Враховуючи комплексний характер ПФ (13),  $F=g_{11}-g_{22}-i(g_{12}+g_{21})$  одержимо, що спектр дорівнює

$$C_{nm} = \Lambda \exp[-i\gamma], \quad \text{tg}\gamma = (b_{nm} + c_{nm}) / (a_{nm} - d_{nm}), \quad (20)$$

$$\Lambda = [A_{nm}^2 + 2(b_{nm}c_{nm} - a_{nm}d_{nm})]^{1/2}.$$

Проте такий підхід пов'язаний із двома проблемами По-перше, безпосередній фізичний смисл фази  $\gamma$  невідомий, а по-друге – амплітуда  $\Lambda$ , яка відповідає такій фазі, відрізняється від (19). (Причина таких проблем полягає в тому, що в дійсності двовимірне ПФ не може бути адекватно описане комплексними числами (див. П.7.)). Тому автору невідомі приклади використання фази у випадку двовимірного (тим більше багатовимірного) ПФ.

Зідно наших уявлень (7), така фаза повинна бути сумою двох фаз-проекцій

$$C_{nm} = A_{nm} \exp[-i\varphi_{nm}], \quad \varphi_{nm} = \varphi_n + \varphi_m, \quad (21)$$

$$\varphi_n(x) = k_{0x}x_{0n}, \quad \varphi_m(y) = k_{0y}y_{0m}, \quad (22)$$

де  $\varphi_n(x)$  та  $\varphi_m(y)$  – відповідні фази-проекції, що описують положення  $m$ -ї гармоніки на площині. Далі будуть одержані вирази (40,41), які показують, що дійсно  $\gamma = \varphi_{nm}$  та  $\Lambda = A_{nm}$ . Але для повного описання двовимірного ПФ однієї амплітуди та однієї фази недостатньо. Таким чином, за незалежні параметри (тобто спектри), що підлягають визначенню і мають фізичний сенс, необхідно взяти амплітуду  $A_{nm}$  та ортогональні фази  $\varphi_n(x)$ ,  $\varphi_m(y)$  відносно вісей прямокутної декартової системи координат на площині.

## 3. ВВЕДЕННЯ 2-ВИМІРНОГО ПФ

Спочатку покажемо, що вираз для одновимірного фізичного спектру (8), що використовується на сьогодні, не зовсім коректний. Для цього необхідно перейти до математичного спектру

$$S(x) = \sum A'_n \sin\{nx + \varphi_n\}, \quad a'_n = a_n/2, \quad b'_n = b_n/2. \quad (23)$$

і записати вираз для амплітуди 0-ї гармоніки відновленого сигналу  $S_0(x) = A'_0 \sin\varphi_0$ . Проте з точки зору ПФ постійна складова вихідного сигналу визначається тільки відповідним коефіцієнтом Фур'є, тобто  $f_0(x) = A'_0$ . Для того, щоб узгодити обидва вирази  $S_0(x) = f_0(x)$  необхідно покласти  $\varphi_0 = \pi/2$ . Останнє означає, що нульова гармоніка повинна мати фазу  $(=\pi/2)$ , що не має фізичного сенсу. Реально, як це добре видно з (8) або (9), постійна складова є чисто дійсною, тобто їй відповідає нульова фаза. Вихід із цього протиріччя полягає у переході до нової фази  $\psi$ , що задовільняє умову  $\psi_0 = 0$ . В результаті отримаємо

$$S(x) = \sum A'_n \cos\{nx + \psi_n\}, \quad \psi_n = \pi/2 - \varphi_n, \quad \text{tg}\psi_n = b'_n/a'_n. \quad (24)$$

Причина такого протиріччя полягає в тому, що тангенс кута  $\varphi$  (8) є відношенням дійсної частини до уявної частини комплексного спектрального коефіцієнта, отже  $\varphi$  є кутом між останнім і його уявною частиною. Це приводить до того, що рівність (9)  $C_n = A_n \exp[-i\varphi_n] = a_n - ib_n$ , є формальною тому, що строго маємо  $\text{Re}\{C_n\} = b_n$ ,  $\text{Im}\{C_n\} = -a_n$ . Заміна (24) дає кут  $\psi$  між комплексним спектром і його дійсною частиною, що відповідає формалізму комплексних чисел

$$C = A \exp(i\psi), \quad a = \text{Re}\{C\} = A \cos\psi, \quad b = \text{Im}\{C\} = A \sin\psi. \quad (25)$$

Для подальшого використання знову перейдемо до фізичного спектру, де для уніфікації врахуємо очевидне співвідношення  $a_0 = A_0$

$$S(x) = A_0/2 + \sum A_n \cos\{nx + \psi_n\}, \quad \text{tg}\psi_n = b_n/a_n. \quad (26)$$

Для обчислення двовимірного ПФ подамо двовимірну функцію у вигляді добутку двох одновимірних

$$f(x,y) = f(x)g(y). \quad (27)$$

Можливість такого представлення у загальному випадку ґрунтується на властивостях матриць. З точки зору теорії матриць, двовимірна функція, задана в дискретних відліках, є матрицею, а одновимірна

- вектором. Відомо [6], що кожна матриця може бути представлена прямим добутком двох векторів. Неважко переконатись, що йому відповідає добуток двох функцій, отже і кожна двовимірна функція може бути подана як добуток одновимірних. При підстановці (27) у (12,13) ядра ПФ та ОПФ вироджуються, тобто подвійні інтеграл та ряд розщеплюються на добутки одинарних, що дає

$$S(x,y) = S(x)S(y), \quad C_{nm} = C_n C_m. \quad (28)$$

Щоб отримати явний вираз для  $S(x,y)$ , підставимо в (28) вирази для одновимірних ОПФ у коректному вигляді (25), тоді формально маємо

$$S(x,y) = S_0 + S_X + S_Y + S_{XY}, \quad S_0 = A_{0X} A_{0Y} / 4, \quad (29)$$

$$S_X = (A_{0Y} / 2) \sum A_n \cos\{nx + \psi_n\}, \quad \text{tg} \psi_n = b_n / a_n, \quad (30)$$

$$S_Y = (A_{0X} / 2) \sum A_m \cos\{my + \psi_m\}, \quad \text{tg} \psi_m = b_m / a_m, \quad (31)$$

$$S_{XY} = \sum \sum A_n A_m \cos(nX + \psi_n) \cos(mY + \psi_m). \quad (32)$$

З (29-32) випливає, що двовимірний спектр складається з 4-х парціальних компонент: постійної складової  $S_0$ , двох одновимірних спектрів  $S_X$ ,  $S_Y$  та власне двовимірного  $S_{XY}$ . Важливо відмітити, що парціальні одновимірні спектри не співпадають зі звичайними одновимірними, а власне двовимірний спектр не має смислу кореляційного спектру.

Проте, двовимірний спектр у вигляді (9,29-32) не може нас задовольнити тому, що він описується 4-ма параметрами – двома амплітудами та двома фазами. Така кількість завелика, незалежних параметра повинно бути тільки три, а тому необхідно шукати рівняння зв'язку між ними. Для цього розкладемо (32), використовуючи формули для косинуса від двох аргументів. В результаті одержимо, що власне двовимірний спектр має вигляд (19) з коефіцієнтами

$$a_{nm} = A_n A_m \cos \psi_n \cos \psi_m, \quad b_{nm} = A_n A_m \sin \psi_n \cos \psi_m, \quad (33)$$

$$c_{nm} = A_n A_m \cos \psi_n \sin \psi_m, \quad d_{nm} = A_n A_m \sin \psi_n \sin \psi_m, \quad (34)$$

або, враховуючи (25)

$$a_{nm} = a_n a_m, \quad b_{nm} = b_n a_m, \quad c_{nm} = a_n b_m, \quad d_{nm} = b_n b_m. \quad (35)$$

Вирази (33-35) можна одержати також в результаті підстановки (25) у (28)

$$C_{nm} = A_n A_m \exp[i(\psi_n + \psi_m)] = a_{nm} - d_{nm} + i(b_{nm} + c_{nm}). \quad (36)$$

#### 4. ЗАГАЛЬНИЙ ВИРАЗ

Комбінування виразів (33) дають можливість ввести нові двовимірні коефіцієнти Фур'є  $A, B, C, D$ , що зв'язані з коефіцієнтами  $a, b, c, d$  одновимірного ПФ (далі, для простоти, індекси  $nm$  в них опущено)

$$A = (a^2 + c^2)^{1/2} = a_n A_m, \quad B = (b^2 + d^2)^{1/2} = b_n A_m, \quad (37)$$

$$C = (a^2 + b^2)^{1/2} = A_n a_m, \quad D = (c^2 + d^2)^{1/2} = A_n b_m, \quad (38)$$

звідки одержимо шукані рівняння зв'язку

$$A_{nm}^2 = A^2 + B^2 = C^2 + D^2 = A_n^2 A_m^2, \quad (39)$$

$$\text{tg} \psi_n = B/A = d/c = b/a \equiv b_n/a_n, \quad (40)$$

$$\text{tg} \psi_m = D/C = c/a = d/b \equiv b_m/a_m, \quad (41)$$

що визначають три незалежних параметра – амплітуду  $A_{nm}$  та дві фази  $\psi_n, \psi_m$  як нелінійні комбінації 4-х амплітуд (14,15) двовимірного ПФ, які повністю описують фур'є-образ та мають безпосередній фізичний смисл. Смисл парціальних фаз – зміщення гармонік на площині відносно центра системи координат, яке, згідно (21) та (24), має вигляд

$$x_{0n} = \psi_n / k_{0x}, \quad y_{0m} = \psi_m / k_{0y}. \quad (42)$$

Згідно (29-41), фізичний спектр має загальний вигляд

$$S(x,y) = A_{00}/4 + \sum (A_{n0}/2) \cos\{nx + \psi_n\} + \sum (A_{0m}/2) \cos\{my + \psi_m\} + \sum \sum A_{nm} \cos\{nx + \psi_n\} \cos\{my + \psi_m\}, \quad (43)$$

$$A_{00} = A_{0X} A_{0Y}, \quad A_{n0} = A_n A_{0Y}, \quad A_{0m} = A_{0X} A_m, \quad (44)$$

$$A_{nm}^2 = A^2 + B^2, \quad \text{tg} \psi_n = B/A, \quad \text{tg} \psi_m = D/C, \quad (45)$$

$$A^2 = a^2 + c^2, \quad B^2 = b^2 + d^2, \quad C^2 = a^2 + b^2, \quad D^2 = c^2 + d^2, \quad (46)$$

$$\pi^2 a = \iint f(x,y) g_{11} dx dy, \quad \pi^2 b = \iint f(x,y) g_{12} dx dy, \quad (47)$$

$$\pi^2 c = \iint f(x,y) g_{21} dx dy, \quad \pi^2 d = \iint f(x,y) g_{22} dx dy, \quad (48)$$

де функції  $g_{ij}$  описуються виразами (17,18). Коефіцієнти Фур'є для фізичного спектру (47,48) в 4 рази більші від (14,15), згідно з (35).

Замість (45) можна також користуватися формулами, залежними від "малих" коефіцієнтів

$$A_{nm}^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2, \quad \text{tg} \psi_n = b/a, \quad \text{tg} \psi_m = c/a, \quad (49)$$

З (49) випливає, що амплітудний спектр описується виразом, аналогічним (19). Відмітимо, що для відшукання парціальних фазових спектрів вирази (40, 41) дають ще можливість  $\text{tg} \psi_n = d/c$ ,  $\text{tg} \psi_m = d/b$ , але для визначеності вибрано варіант подібний до одновимірного за позначеннями. Вирази (43, 44, 45 або 49, 46-48) описують ПФ у загальному вигляді. Для практичних обчислень можна привести спрощені вирази для  $A_{00} = a_{00}$ ,  $A_{n0}$  та  $A_{0m}$

$$A_{00} = \pi^{-2} \iint f(x,y) dx dy, \quad A_{n0}^2 = a_n^2 + b_n^2, \quad A_{0m}^2 = a_m^2 + c_m^2, \quad (50)$$

$$\pi^2 a_{n0} [b_{n0}] = \iint f(x,y) \cos(nx) [\sin(nx)] dx dy, \quad (51)$$

$$\pi^2 a_{0m} [c_{0m}] = \iint f(x,y) \cos(mx) [\sin(mx)] dx dy. \quad (52)$$

#### 5. ДОСЛІДЖЕННЯ ПФ

Для математичного спектру  $(n,m \in ]-\infty, \infty[)$  замість (43) маємо однорідну формулу

$$S = \sum \sum A_{nm} G_{nm}(x,y), \quad G_{nm} = \cos(nx + \psi_n) \cos(my + \psi_m), \quad (53)$$

Тут парціальні спектри обчислюються за допомогою (49), а коефіцієнти Фур'є – (14,15). Набір функцій  $\{G_{nm}\}$  є повною ортонормованою системою функцій для двовимірного ПФ. Таким чином, (53) дає загальний вигляд двовимірної тригонометричної функції, справедливий і для фізичного спектру. Тому, більш коректно подати останній у вигляді, подібному (53)

$$S = \sum \sum E_{nm} G_{nm}(x,y), \quad E_{nm} = A_{nm}, \quad n,m > 1, \quad (54)$$

$$E_{00} = A_{00}/4, \quad E_{n0} = A_{n0}/2, \quad E_{0m} = A_{0m}/2, \quad (55)$$

Де коефіцієнти в (54) та (55) визначаються, відповідно, виразами (47-49) та (50-52). Також (53) дозволяє узагальнення на континуальний випадок

$$A(k_x, k_y) = (1/2\pi) \iint f(x, y) G(k_x, k_y, x, y) dx dy, \quad (56)$$

$$S(x, y) = \iint A(k_x, k_y) G^{-1}(k_x, k_y, x, y) dk_x dk_y, \quad (57)$$

$$G^{-1}(k_x, k_y, x, y) = \cos[k_x x + \psi(k_x)] \cos[k_y y + \psi(k_y)], \quad (58)$$

У вигляді (56-58) ПФ є інтегральним перетворенням з ядром  $G$ . Враховуючи континуальний аналог (42)

$$x_0(k_x) = \psi(k_x)/k_x, \quad y_0(k_y) = \psi(k_y)/k_y \quad (59)$$

одержимо, що ядро двовимірного ОПФ  $G^{-1}$  дорівнює

$$G^{-1}(k_x, k_y, x, y) = \cos[k_x(x+x_0)] \cos[k_y(y+y_0)], \quad (60)$$

Приймаючи до уваги аналогію з виразами для ядер ПФ та ОПФ, одержимо, що ядро двовимірного прямого ПФ є простим узагальненням одномірного випадку.

$$G(k_x, k_y, x, y) = \cos[k_x(x-x_0)] \cos[k_y(y-y_0)]. \quad (61)$$

Звідси легко одержати випадок періодичної функції, коли спектр дискретний, тоді відповідне ПФ має ядро, що є узагальненням (53) та (61)

$$A_{nm} = (1/2\pi)^2 \iint f(x, y) H_{nm}(x, y) dx dy \quad (62)$$

$$H_{nm}(x, y) = \cos[(k_{0x}(nx-x_{0n})] \cos(k_{0y}(my-y_{0n})). \quad (63)$$

З огляду на те, що фаза є вектор, можна перейти до довжини  $\Phi$  та кута  $\theta$  в полярній системі координат, а також аналогічних параметрів  $\rho$ ,  $\alpha$  для зміщень.

$$\Phi^2 = \psi_n^2 + \psi_m^2, \quad \text{tg}\theta = \psi_m/\psi_n, \quad (64)$$

$$\rho^2 = x_{0n}^2 + y_{0m}^2, \quad \text{tg}\alpha = y_{0m}/x_{0n} = (k_{0y}/k_{0x}) \text{tg}\theta, \quad (65)$$

Це має сенс при аксіальній симетрії функції  $f(\rho, \alpha) = f(\rho)g(\alpha)$ , тоді  $k_p^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $\text{tg}\alpha = k_y/k_x$ . Таким чином, можна розглядати 5 спектрів – 3 двовимірних та 2 одновимірних:  $A_{nm}$  – амплітудний,  $\psi_n$  –  $x$ -фазовий,  $\psi_m$  –  $y$ -фазовий,  $\Phi_{nm}$  – радіально-фазовий,  $\theta_{nm}$  – аксіально-фазовий. Замість останніх 4-х можна розглядати  $X$ -спектр  $x_{0n}$ ,  $Y$ -спектр  $y_{0m}$ , радіальний  $\rho_{nm}$  та  $\alpha_{nm}$  аксіальний спектри. Будемо називати їх первісними тому, що вони описують розподіл у фур'є-області.

## 6. ПОХІДНІ СПЕКТРИ

Спектри, утворені з первісних спектрів як параметрично заданих функцій, назвемо похідними спектрами. Можна утворити всього 22 різних похідних спектра – 6 двовимірних та 16 одномірних. Двовимірні: амплітудно-фазовий  $A_{nm}(\psi_n, \psi_m)$  або амплітудно-радіально-аксіально-фазовий  $A(\Phi, \theta)$ , амплітудно-просторовий  $A_{nm}(x_{0n}, y_{0m})$  або амплітудно-радіально-аксіальний  $A(\rho, \alpha)$ , радіально-амплітудно-аксіальний фазовий  $\Phi(A, \theta)$ , аксіально-амплітудно-радіальний фазовий  $\theta(A, \Phi)$ , радіально-амплітудно-аксіальний  $\rho(A, \alpha)$ , аксіально-амплітудно-радіальний  $\alpha(A, \rho)$ . Одновимірні: амплітудно-радіально-фазовий  $A(\Phi)$ , амплітудно-радіальний  $A(\rho)$ , амплітудно-аксіально-фазовий  $A(\theta)$ , амплітудно-аксіальний  $A(\alpha)$ , радіально-аксіальний фазовий  $\Phi(\theta)$ , радіально-аксіальний  $\rho(\alpha)$ , радіально-фазово-аксіальний  $\Phi(\alpha)$ , радіально-аксіально-фазовий  $\rho(\theta)$  – всього 8 прямих та стільки ж обернених.

Наявність значної кількості спектрів (5 первісних та 22 похідних) дає можливість всебічно аналізувати властивості двовимірного зображення як у фур'є-області (первісні спектри), так і в площині (похідні спектри). Наприклад, амплітудно-просторовий спектр  $A(x_0, y_0)$  дає розподіл гармонік в площині, радіально-аксіальний  $\rho(\alpha)$  – залежність зміщення гармоніки від напрямку (діаграма направленості) і т.д. Можливо, в прикладних задачах матимуть сенс й інші комбінації наведених спектрів.

## 7. ГІПЕРКОМПЛЕКСНИЙ СПЕКТР

Так введений спектр має гіперкомплексний (ГК) характер [5], а саме – є тривимірним ГК числом, бо має дві фази. Легко показати, що (53) є дійсною частиною ГК спектру  $S = \text{Re}\{Z\}$  як інтегрального перетворення, одержаного узагальненням (12,13)

$$4\pi^2 C = \iint f(x, y) F(x, y) dx dy, \quad (66)$$

$$C = a + ib + jc + jd = A \exp[i\psi_n + j\psi_m], \quad (67)$$

$$Z = \Sigma \Sigma C F^{-1} = \Sigma \Sigma A_{nm} \exp[i(nx + \psi_n)] \exp[j(my + \psi_m)], \quad (68)$$

$$F(x, y) = \exp[-(inx + jmy)], \quad F^{-1} = 1/F = \exp[inx + jmy]. \quad (69)$$

Уявні одиниці  $i, j$  мають смисл орт-векторів площини. Спектр (67) можна вважати добутком двох комплексних чисел (КЧ) з різними уявними одиницями. Зображення ГК спектру як КЧ приводить до інтерпретації як КЧ також і фази ( $\Phi$  та  $\theta$  даються (64))

$$C = A \exp[i\psi_n + j\psi_m] = A \exp[i\Psi], \quad \Psi = \Phi \exp[-k\theta], \quad k = ij. \quad (70)$$

Фаза  $\Psi$  описує координати двовимірної фур'є-гармоніки на площині, яка розглядається як площа КЧ.

## ВИСНОВКИ

Розвинутий в роботі підхід дозволяє:

- 1) зберегти всю інформацію у вхідному сигналі, до якого застосовується ПФ;
- 2) одержати багато похідних спектрів, що дають змогу детально проаналізувати вхідний сигнал;
- 3) одержати просторовий розподіл амплітуд двовимірних фур'є-гармонік на площині;
- 4) проводити фазову фільтрацію зображення;
- 5) досліджувати різноманітні системи реєстрації зображень як двовимірні просторові фільтри.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Апенко М.И., Дубовик А.С., *Прикладная оптика*. – М:Наука, 1982.
2. Иванюгин В.М., Петухов С.В., Машинное стереозрение / *Зарубежная радиоэлектроника*. – № 7-9, 1993. – с. 56-66.
3. *Математическая энциклопедия*, т.4, /Гл. ред. И.М. Виноградов. – М:Сов. Энциклопедия, 1982.
4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А., *Справочник по математике*. – М:Наука, 1980.
5. Пытьев Ю.П., Чуличков А.И., *ЭВМ анализирует форму изображения*. – М:Знание, 1988.
6. Ланкастер П., *Теория матриц*. – М:Наука, 1978.
7. Кантор И.Л., Солодовников А.С., *Гиперкомплексные числа*. – М:Наука, 1973.



# Фільтрація ближнього поля системи взаємодіючих випромінювачів

В.П. Савчук, І.М. Глушко

Одеський Державний Політехнічний Університет

м. Одеса, пр. Шевченка, 1, тел. 22-34-74

E. mail: postmaster@opi.odessa.ua

Розглядається задача фільтрації ближнього поля багатоелементної випромінюючої антени, елементи якої взаємодіють по полю, що випромінюється. Метод фільтрації заснований на корекції амплітудного розподілу коливальних швидкостей елементів антени. Представлений рекурсивний алгоритм, що використовує багатомірну параметричну ідентифікацію оператора взаємодії випромінювачів.

## ВСТУП

Випромінюючі антени Тротта дозволяють створити в своєму ближньому полі умови, аналогічні полю плоскої хвилі, що біжить. Такі антени застосовуються як в метрології, так і для рішення задач дефектоскопії і діагностики. Конструктивно антена Тротта являє собою  $m$  лінійно розташованих груп випромінювачів, кожна з яких складається з  $n$  рознесених на рівну відстань випромінювачів. Кожна група здвинута відносно сусідньої групи на відстань  $d$ , рівну відстані між окремими випромінювачами. Амплітудний розподіл в апертурі кожної групи має біноміальний характер. Діаграма спрямованості антени Тротта виражається наступною функцією кута  $\theta$ :

$$D(\theta) = \frac{\sin(m \cdot \varphi)}{m \cdot \sin(\varphi)} \cdot \cos^n(\varphi), \quad (1)$$

де  $\varphi = \pi \cdot \lambda / d \cdot \sin \theta$ ,  $\lambda$  — довжина хвилі.

Така форма діаграми дозволяє отримати в ближньому полі антени умови, відповідні плоскій хвилі, що біжить. Однак, якщо випромінювачі взаємодіють по полю, що випромінюється, то амплітудний розподіл на стороні управління не буде співпадати з розподілом на стороні випромінювання. У цьому випадку у діаграмі з'являються далекі бічні пелюстки, а ближнє поле стає неоднорідним. Усунути неоднорідність ближнього поля можна за допомогою коректуючого амплітудного розподілу на стороні управління. Корекція розподілу еквівалентна включенню просторового фільтра, що усуває неоднорідність ближнього поля [1].

## 1. АЛГОРИТМ ФІЛЬТРАЦІЇ

Зв'язок нормальної складаючої коливальної швидкості  $v_n$  випромінювача з номером  $n$  і напруги  $u_m$ , що підводиться до випромінювача з номером  $m$ , визначається як:

$$u_m = \sum_{n=1}^N z_{mn} \cdot v_n, \quad m = 1, \dots, N, \quad (2)$$

де  $N$  — число елементів решітки;  $z_{mn}$  — взаємний опір випромінювання перетворювачів з номерами  $m$  і  $n$  (при  $m \neq n$ ) або власний, включаючи механічний, опір випромінювання перетворювача з номером  $m$  (при  $m = n$ ).

Будемо розглядати сукупність швидкостей  $v_n$  як вектор  $\mathbf{v}$  величин, що спостерігаються з деякою похибкою, а сукупність напружень  $u_m$  — як вектор керуючих впливів. Тоді рішення системи рівнянь (2) відносно швидкостей можна записати у вигляді:

$$\mathbf{v} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{B} = \mathbf{Z}^{-1}$  — матриця коефіцієнтів взаємного впливу елементів решітки;  $\mathbf{Z}$  матриця власних і взаємних опорів;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  — вектор, характеризуючий похибку вимірювання швидкості.

Якщо опори випромінювання не відомі, то співвідношення (3) являє собою систему багатомірних рівнянь регресії вектора швидкостей, що спостерігаються по вектору  $\mathbf{u}$  вхідних впливів з матрицею  $\mathbf{B}$  невідомих параметрів [2]. Матрицю  $\mathbf{B}$  можна ідентифікувати, якщо виміряти  $J$  векторів  $\mathbf{v}(j)$  ( $j$  — номер поточного вимірювання) для заданих впливів  $\mathbf{u}(j)$ . В тому випадку, коли компоненти вектора некоррельовані і розподілені згідно з нормальним законом, критерій якості оцінки  $\mathbf{B}$  у відповідність з методом найменших квадратів можна представити у вигляді:

$$Q_n(J) = \sum_{j=1}^J q_j \cdot [v_n(j) - \tilde{\mathbf{b}}_n(j) \cdot \mathbf{u}(j)]^2, \quad (4)$$

де  $n$  — номер випромінювача;  $v_n(j)$  — його коливальна швидкість;  $q_j$  — довільний ваговий коефіцієнт;  $\tilde{\mathbf{b}}_n(j)$  — оцінка рядка з номером  $n$  матриці  $\mathbf{B}$  на кроці  $j$ .

Рішення системи нормальних рівнянь

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \tilde{\mathbf{b}}_n} = 0, \quad n = 1, \dots, N$$

відносно  $\tilde{\mathbf{b}}_n(j)$  мінімізує критерій (4) і дає оптимальну оцінку  $\tilde{\mathbf{B}}$  матриці  $\mathbf{B}$  на кожному кроці  $j$ . Це рішення можна представити у вигляді процесу послідовних ітерацій [3]:

$$\tilde{\mathbf{b}}_n(j) = \tilde{\mathbf{b}}_n(j-1) + q_j \cdot \Gamma(j) \cdot \mathbf{u}(j) \cdot \Delta v_n, \quad (5)$$

де

$$\Delta v_n = [v_n(j) - \tilde{\mathbf{b}}_n(j-1) \cdot \mathbf{u}(j)],$$

$$\Gamma(j) = \Gamma(j-1) - q_j \cdot \Delta \Gamma(j-1),$$

$$\Delta \Gamma(j-1) = \frac{\Gamma(j-1) \cdot \mathbf{u}(j) \cdot \mathbf{u}^T(j) \cdot \Gamma(j-1)}{1 + q_j \cdot \mathbf{u}^T(j) \cdot \Gamma(j-1) \cdot \mathbf{u}(j)},$$

$\Gamma$  — знак транспонування.

Для побудови просторового фільтра ближнього поля антени до процедури ідентифікації, заданої співвідношенням (5), необхідно приєднати рівняння послідовного управління амплітудним розподілом коливальних швидкостей в апертурі антени:

$$\mathbf{u}(j) = \tilde{\mathbf{B}}^{-1}(j) \cdot \mathbf{w}, \quad (6)$$

де  $\mathbf{w}$  — амплітудний розподіл швидкостей в апертурі антени, що забезпечує необхідні властивості її ближнього поля.

Процес формування амплітудного розподілу складається з двох етапів. На першому етапі по заданому вектору входних впливів на електричній стороні випромінювачів і вектору швидкостей, що спостерігається на їх акустичній стороні, оцінюються коефіцієнти регресії відгуку по вектору впливів. На другому етапі будується вектор збудження, що є входним для наступного кроку ідентифікації.

Початкові умови для розглянутого процесу можна записати у вигляді:

$$\mathbf{B}(0) = \mathbf{I}, \quad \mathbf{u}(0) = \beta \cdot \mathbf{w}, \quad \Gamma(0) = \alpha \cdot \mathbf{I}, \quad (7)$$

де  $\mathbf{I}$  — одинична матриця,  $\alpha, \beta = const, \alpha \gg 1$ .

Процес завершується при умові:

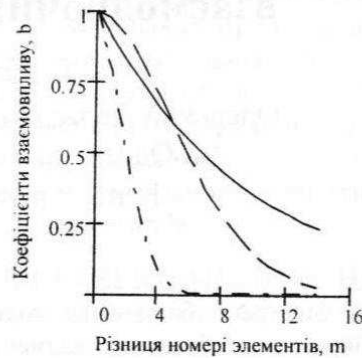
$$\|\mathbf{w} - \mathbf{v}(j)\| < \mu, \quad (8)$$

де  $\|\cdot\|$  — норма вектора,  $\mu$  — константа, яка характеризує точність формування амплітудного розподілу.

## 2. Результати моделювання

У цьому розділі приведені результати моделювання процесу формування ближнього поля для

одновимірних антен Тротта при різних видах взаємного зв'язку їх елементів (мал. 1).

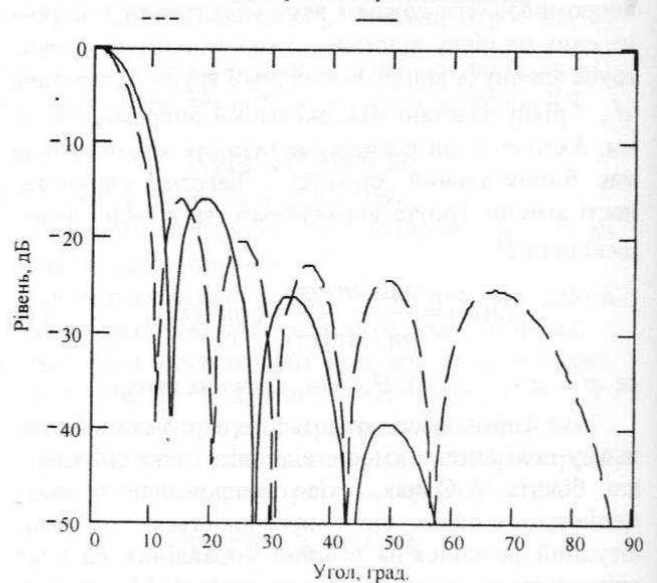


Мал. 1. Залежність коефіцієнтів взаємного впливу від різниці номерів елементів для різної міри зв'язку:

— сильний;  
--- середній;  
- - - слабкий.

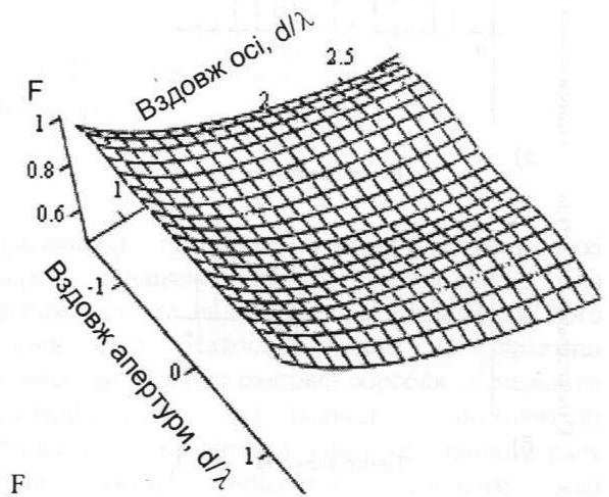
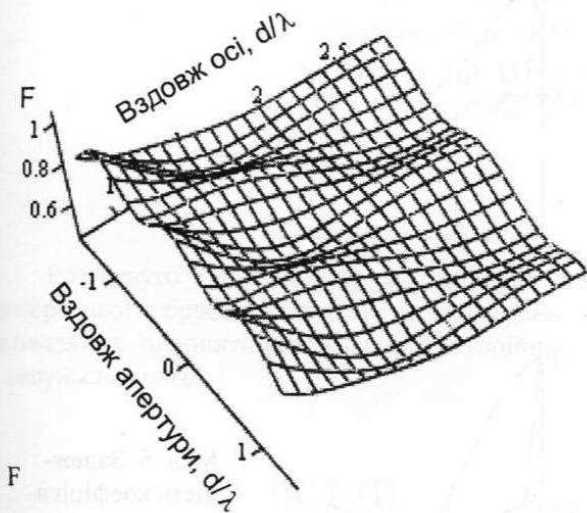
На мал. 2 показані діаграми спрямованості лінійної антени з сильно зв'язаними елементами. Число елементів антени  $N = 15$  ( $n = 5, m = 11$ ), відстань між ними  $d = 0.4 \cdot \lambda$ ,  $\lambda$  — довжина хвилі, що випромінюється. Для формування рівномірного розподілу тиску в ближньому полі використано п'ять кроків корекції. На мал. 3 представлена структура ближнього поля, а на мал. 4 приведені лінії постійного рівня відносного тиску в ближньому полі. Ці малюнки показують, що для отримання однорідного ближнього поля необхідно усунути в діаграмі спрямованості далекі по куту бічні пелюстки.

Мал. 2. Діаграма спрямованості:



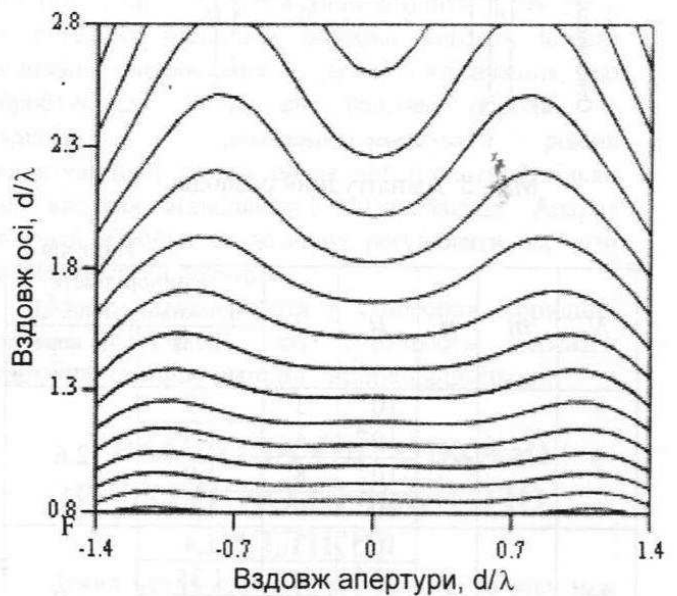
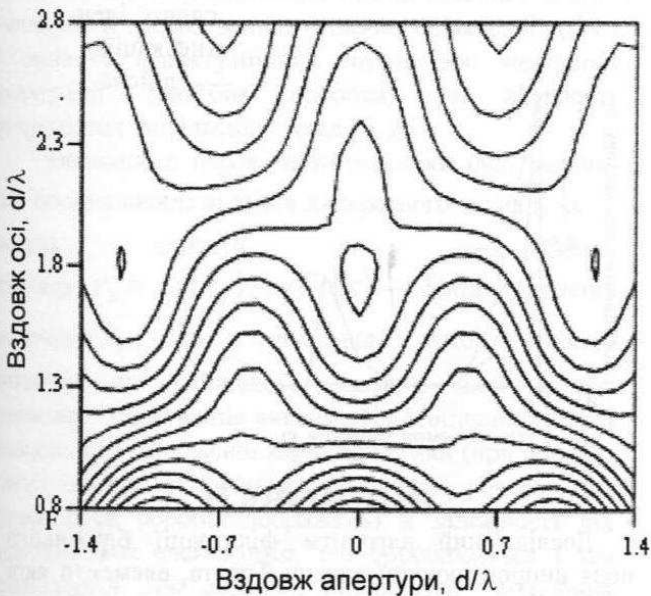
до корекції; після корекції.

На мал. 5а приведений амплітудний розподіл Тротта на стороні випромінювання, який забезпечує необхідну структуру ближнього поля. На мал. 5б показаний розподіл, який виходить через взаємний вплив випромінювачів на стороні випромінювання, якщо на стороні збудження введений розподіл Тротта. На мал. 5в показаний отриманий внаслідок корекції розподіл на стороні збудження, який забезпечує розподіл Тротта на стороні випромінювання при даному взаємозв'язку елементів.



Мал. 3. Близьке поле:

а) --- до корекції; б) — після корекції.



а)

б)

Мал. 4.. Лінії рівня відносного тиску в ближньому полі:

а) --- до корекції; б) — після корекції.

Процес формування однорідного ближнього поля завершується за число кроків, менше ніж число елементів антени. Але ідентифікація матриці взаємозв'язку завершується не повністю. Це говорить про те, що має місце неоднозначний зв'язок між зміною структури ближнього поля і коефіцієнтами взаємного впливу випромінювачів антени.

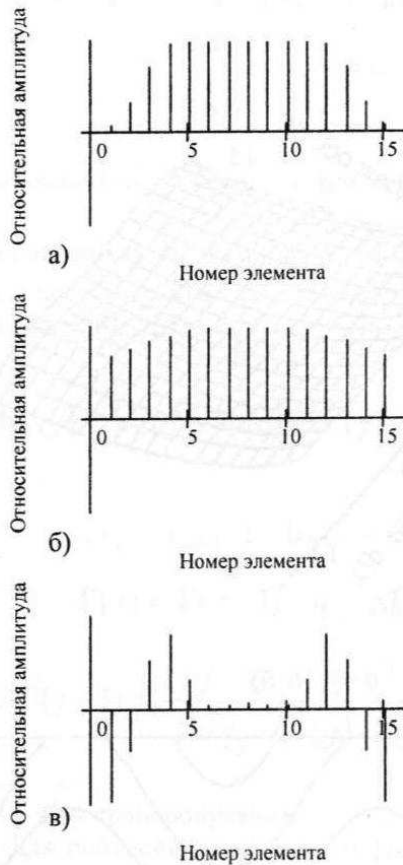
На мал. 6 показана залежність дійсних коефіцієнтів взаємного впливу і коефіцієнтів, отриманих в процес ідентифікації, від відстані між взаємодіючими елементами. Аналогічні результати отримані для інших антен Тротта.

Результати моделювання представлені в таблиці 1, де визначено:  $N$  — число випромінювачів;  $m$  —

число груп;  $n$  — число в групі;  $\mu = \frac{|\mathbf{w} - \mathbf{v}|^2}{|\mathbf{w}| \cdot |\mathbf{v}|}$  —

похибка корекції;  $J$  — число кроків корекції.

Для аналізу впливу похибки вимірювання коливальної швидкості на стороні випромінювання проведено моделювання процесу фільтрації ближнього поля методом Монте-Карло. Результати моделювання показують, що із зростанням похибки вимірювання швидкості при фіксованому значенні точності корекції зростає як середнє число ітерацій, так і його варіація. Наприклад, для 29-елементної антени при точності корекції  $\mu = 0.01$  дані моделювання представлені в таблиці 2.



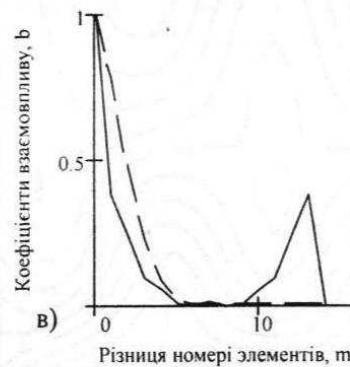
Мал. 5. Амплітудний розподіл

Таблиця 1.

N	m	n	$\mu$	J	Неоднорідність ближнього поля, дБ	
					Після корекції	До корекції
9	5	5	$10^{-2}$	3	1.9	2.6
			$10^{-4}$	4	1.9	
			$10^{-7}$	8	1.9	
			$10^{-8}$	9	1.9	
11	7	5	$10^{-2}$	3	1.4	2.6
			$10^{-4}$	4	1.35	
			$10^{-7}$	16	1.3	
			$10^{-8}$	19	1.3	
15	11	5	$10^{-2}$	3	2.0	3.2
			$10^{-4}$	5	1.8	
			$10^{-7}$	9	1.8	
			$10^{-8}$	36	1.8	
29	23	7	$10^{-2}$	4	1.8	3.5
			$10^{-4}$	6	1.6	
			$10^{-7}$	12	1.6	
			$10^{-8}$	14	1.6	

Таблиця 2.

Пхибка вимірювання (СКО)	Число ітерацій			
	Середнє	Мин.	Макс.	СКО
0.3	6	5	8	0.6
0.4	7	6	9	0.65
0.5	8	6	11	1.1
0.6	9	6	16	1.5



Мал. 6. Залежність коефіцієнтів взаємного впливу від різниці номерів елементів:  
— отримана внаслідок ідентифікації;  
--- дійсна.

## ВИСНОВКИ

Досліджений алгоритм фільтрації ближнього поля випромінюючої антени Тротта, елементи якої взаємодіють по полю, що випромінюється. Процес корекції амплітудного розподілу в апертурі антени сходиться до бажаного розподілу значно швидше, ніж ідентифікація матриці коефіцієнтів взаємного впливу. Це говорить про те, що має місце неоднозначний зв'язок між зміною структури ближнього поля і коефіцієнтами взаємного впливу випромінювачів антени. Із зростанням похибки вимірювання швидкості при фіксованій точності корекції зростає число кроків корекції.

## ЛІТЕРАТУРА

- Зверев В. А. "Радиооптика". — М.: Радио и связь, 1975. — 304 с.
- Гроп Д. "Методы идентификации систем". — М.: Мир, 1979. — 302 с.
- Изерман Р. "Цифровые системы управления". — М.: Мир, 1984. — 542 с.

# ПОПЕРЕДНЯ ОБРОБКА СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ

С. Г. Антощук, В. М. Крилов, В. О. Давидов

Одеський державний політехнічний університет  
м. Одеса, пр. Шевченко 1. Факс (0482)600-83E-mail  
Krylov@enf.opu.odessa.ua

Розглянуто гібридні методи лінійно-рангової попередньої обробки сигналів та зображень, що дозволяють зменшити рівень як флюктуаційної, так і імпульсної завад.

## ВСТУП

При розробці систем розпізнання та обробки сигналів і зображень, які працюють в масштабі реального часу, основною проблемою, що обмежує область їхнього застосування, є шуми і завади різноманітного походження. Вплив останніх можна зменшити застосуванням лінійної фільтрації (ЛФ) у випадку флюктуаційних шумів або медіанної фільтрації (рангова обробка) за наявності розрізнених імпульсних завад [1, 2].

Визначимо переваги та недоліки цих засобів. ЛФ послідовності відліків дискретного сигналу  $\{x_k\}$  можна описати як перетворення вигляду:  $y_k = L_k(x_k)$ , де  $L_k(x)$  — лінійна функція величини  $x_k$ , що є зваженою сумою відліків сигналу, які складають заданий окіл даного елемента. Зважування виконується у відповідності зі значеннями імпульсної характеристики (при обробці сигналів) або зі значеннями функції розсіювання точки (при обробці зображень) в залежності від відстані між елементами, що обробляються і що зважуються. ЛФ дозволяє виконувати виділення необхідної для подальшої обробки області спектрів сигналів і зображень, здійснювати різноманітні лінійні операції (диференціювання, інтегрування та інші), проводити оптимальні вінеровську та погоджену обробки. До переваг цієї групи засобів відноситься наявність швидких алгоритмів і розвинених засобів синтезу фільтрів. До недоліків засобів ЛФ відносяться чутливість до імпульсної завади (в одномірному випадку) або до завади типу «яскрава точка» (у двомірному випадку). Поява значних по інтенсивності завад такого типу впливає на результати ЛФ у всьому фрагменті сигналу (зображення), що обробляється.

Рангові алгоритми здійснюють нелінійне перетворення сигналу  $y_k = \Phi_k(x_k)$ , де  $\Phi_k(x_k)$  — функція, вигляд якої визначається деякою заданою підмножиною так званих рангів або рангових

(порядкових) статистик вибірки відліків, які утворені відліком сигналу (зображення), що обробляється, та відліками, які складають його заданий окіл. Найбільш часто на практиці використовується вид рангової обробки — медіанна фільтрація (МФ), яка полягає у знаходженні центрального (медіанного) члена варіаційного ряду та в заміні інтенсивності елемента, що обробляється, цією величиною. Цей вид обробки дозволяє істотно знизити рівень імпульсних завад і завад типу «яскрава точка», однак не виявляє значного впливу на флюктуаційний шум. Крім того, застосування медіанної обробки вносить істотні нелінійні викривлення у сигнал (зображення, що обробляється). Інший вид рангової обробки — «зрізка» — дозволяє знижувати рівень флюктуаційної завади, однак він дієздатний тільки при високих відношеннях сигнал/завада. Апарат рангової обробки не дозволяє регулювати частотні характеристики фільтрів.

Метою даної роботи є створення гібридних методів фільтрації, які суміщають переваги рангових методів і методів лінійної фільтрації.

## РАНГОВА ОБРОБКА ЗІ ЗВАЖЕНОЮ КІЛЬКІСТЮ ВІДЛІКІВ

Даний метод враховує кореляційні зв'язки між елементами зображення.

Введемо позначки: S-окіл елемента  $(x_i, y_i)$  — задана певним чином в просторовій області множина елементів зображення, що оточує центральний елемент  $(x_i, y_i)$ ;  $N_s$  - об'єм околу, тобто кількість елементів, що її складають;  $V_s(r)$  - варіаційний ряд з елементів S-околу,  $r = 0, 1, \dots, N_{s-1}$ ;  $r_s(v)$  — ранг елемента в варіаційному ряді; M-окіл — підмножина S-околу, визначена за деяким правилом.

Запропонований гібридний метод обробки передбачає такі етапи:

— S-околу елемента, що обробляється, створюють M-околу, які розрізняються за відстанню до елемента, що обробляється. Кожному M-околу присвоюється свій цілочисельний ваговий коефіцієнт;

— складається варіаційний ряд з елементів  $M$ -околів. У відповідності з вибраним цілочисельним ваговим коефіцієнтом кількість членів варіаційного ряду  $M$ -околу збільшується;

— вибирається центральний (медіанний) член варіаційного ряду  $V_s(r)$  з рангом  $E[r_s(v)/2]+1$ .

Тут  $E$  — операція цілочисельного ділення. Елемент,

що обробляється, замінюється на вибране медіанне значення  $V_s(r)$ .

Результати обробки тестового зображення, ушкодженого як завадою типу «яскрава точка», так і флюктуаційною подані на рис. 1.

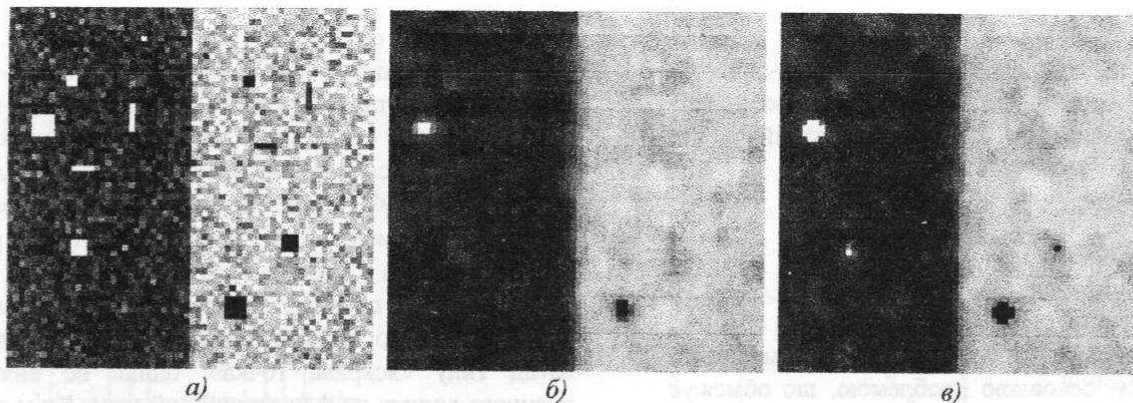


Рис. 1. Приклад обробки зображення ранговими фільтрами: а) вхідне зображення; б) медіанний фільтр; в) медіанний фільтр зі зваженою кількістю відліків.

З рис. 1. видно, що частотні характеристики розробленого гібридного фільтра по відношенню до медіанного змінилися, а рівень нелінійних викривлень малорозмірних об'єктів зменшився. Проведені експерименти показали, що запропонований вид обробки дозволяє зменшувати рівень імпульсних завад та завад типу «яскрава точка», зменшувати рівень флюктуаційних завад, змінювати частотні характеристики розроблених фільтрів шляхом зміни вагових коефіцієнтів. Нелінійні викривлення, які вносяться при такій обробці, у порівнянні з медіанною обробкою зменшуються, тому що результат обробки зміщується у варіаційному ряді до значення інтенсивності елементу, що обробляється. У відсутності флюктуаційної завади різниця між результатами обробки за допомогою розробленого методу і з використанням медіанної фільтрації незначна. До недоліків методу слід віднести деяке зниження швидкодії по відношенню до медіанної фільтрації.

## ЛІНІЙНО-РАНГОВА ФІЛЬТРАЦІЯ

Іншим методом попередньої обробки зображень є лінійно-рангова обробка (ЛРФ) з медіанним вибором середнього. В цьому випадку обробка полягає у наступному:

— окіл елементу, що обробляється, зважується у відповідності з імпульсною характеристикою або функцією розсіювання точки фільтра;

— з результатів зважування складається варіаційний ряд  $V_s(r)$ . Вибирається центральний (медіанний) член варіаційного ряду  $V_s(r)$  з рангом  $E[r_s(v)/2]+1$ . Елемент, що обробляється, замінюється на вибране медіанне значення  $V_s(r)$ .

Члени варіаційного ряду, що визначаються імпульсною завадою, розміщені на периферії варіаційного ряду і на результати обробки не впливають. Тому запропонований метод дозволяє, на відміну від ЛФ, усунути вплив імпульсної завади на результати обробки.

У відповідності з законом великих чисел у формі Чебишева, середнє в околі елементу, що обробляється, і медіана варіаційного ряду є незміщеними і ефективними оцінками математичного очікування. Тому можна стверджувати, що при необмеженому збільшенні фрагменту, що обробляється, результати ЛРФ і ЛФ збігаються. Такий же збіг спостерігається при флюктуаційному характері завади. Тому частотні характеристики ЛРФ незначно відрізняються від частотних характеристик відповідних ЛФ. Внаслідок цього при реалізації ЛРФ можуть бути використані відомі методи синтезу ЛФ.

Результати обробки тестового зображення (див. рис. 1, а), яке ушкоджено як завадою типу «яскрава точка», так і флюктуаційною завадою, подані на рис. 2.

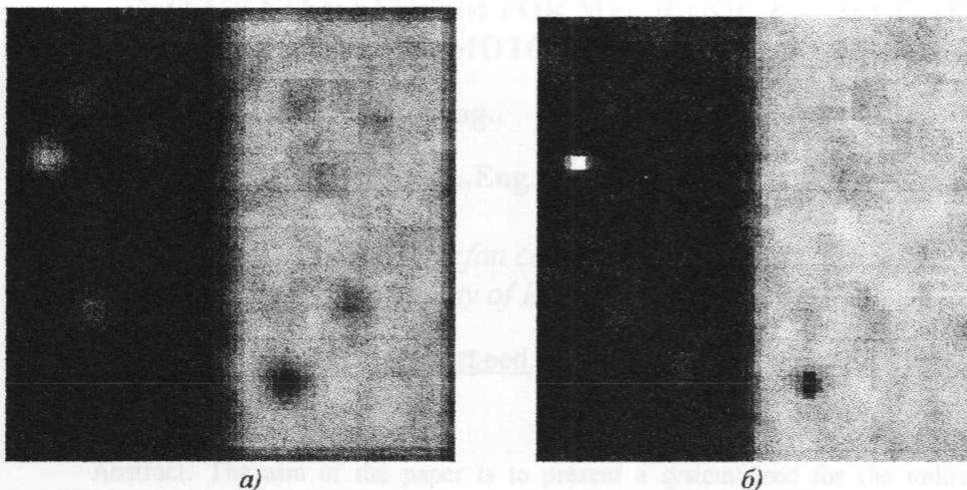


Рис. 2. Приклад обробки зображення лінійними фільтрами: а) лінійний фільтр; б) лінійний фільтр з медіанним вибором середнього.

## ПРОСТОРОВЕ АВТОМАТИЧНЕ РЕГУЛЮВАННЯ ПІДСИЛЕННЯ

Перспективним методом поліпшення якості зображень при наявності мультиплікативної флюктуаційної завади є просторове автоматичне регулювання підсилення (ПАРП). Система ПАРП працює таким чином: на вхід регулюючого елементу подається сигнал строки зображення. Коефіцієнт підсилення змінюється у відповідності із значенням управляючої дії. Опорне значення інтенсивності визначається за головним максимумом гістограми зображення, тобто за глобальною оцінкою фону. В системі визначається середнє значення інтенсивності в деякій заданій області елементу, що оброблюється, яке відповідає локальній оцінці фону. У відповідності з різницею між локальною та глобальною оцінками фону змінюється коефіцієнт підсилення регулюючого елемента. В наслідок цього фон кожного локального фрагменту наближається до глобальної оцінки фону. Дослідження реальних сигналів показали, що даний метод дозволяє усунути в процесі обробки завади типу «яскраве чорне або біле пляма». Для цього можна використовувати операцію рангової зрізки для усіх об'єктів, яскравість яких виходить за рамки наперед заданого діапазону (яскравість цих об'єктів замінюється глобальною оцінкою фону).

## ВИСНОВКИ

Проведені експерименти підтвердили, що запропоновані види обробки дозволяють водночас зменшувати рівень завад типу «яскрава точка» і рівень флюктуаційних завад. До недоліків методів

слід віднести зниження швидкодії по відношенню як до медіанної, так і до лінійної фільтрації.

Розроблені методи рекомендуються для використання у випадку обробки сигналів і зображень, ушкоджених як імпульсною так і флюктуаційною завадами. В цьому випадку традиційну спільну обробку ранговим і лінійним фільтрами доцільно замінити обробкою одним з запропонованих гібридних методів. Швидкодія гібридних методів менша швидкодії лінійної і рангової фільтрації окремо, але значно вища швидкодії спільної рангової і лінійної обробки. Практичне використання алгоритмів попередньої обробки показало, що у разі наявності мультиплікативної флюктуаційної завади, система просторового автоматичного регулювання підсилення є досить ефективною. Рівень нелінійних викривлень при використанні розроблених методів зменшується і з'являється можливість синтезувати гібридні фільтри з заданими частотними характеристиками.

Автори використовували наведені методи під час вирішення ряду практичних задач для розпізнавання об'єктів в умовах високого рівня завад.

## Література

1. Прэтг У. Цифровая обработка изображений.—Т. 2 — М. Мир.—1982.
2. Крылов В. Н., Антошук С. Г., Бодалевский А. А. Ранговая обработка двумерных изображений в пространстве оценок и решений //Труды Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 1998. - с. 105-108.

