Ітеративна процедура, яка використовує принцип дуальності в задачах навчання розпізнаванню образів

Васильєв В.І., Струк С.П.
МННЦ ІТІС, Україна, Київ

Розглядається ітеративна процедура навчання розпізнаванню образів, побудована на основі теорії редукції з використанням принципу дуальності. В основі запропонованої процедури лежить альфа-процедура, яка дозволяє послідовно корегувати простір в процесі його розширення і вирішальне правило, яке працює в ньому. Наводиться приклад розв'язку конкретної задачі.

ВСТУП

Принцип дуальності вперше був сформульований в теорії оптимального управління для умов, коли керуючий вплив носить двоїстий характер: з одного боку він використовується для приведення об'єкта управління в необхідний стан, а з іншого боку — для вивчення й уточнення математичної моделі цього об'єкта. Не можна керувати об'єктом оптимально, не знаючи його характеристик. Але можна, тимчасово відклавши убік оптимальність, керувати, уточнюючи при цьому характеристики моделі, покращуючи тим самим управління, постійно наближаючи його до оптимального. Недостатність вихідної інформації приводить до необхідності об'єднувати вивчення об'єкта з його управлінням. У системах дуального управління завжди є протиріччя між цими двома функціями управління. Успішне управління можливе лише при достатній близькості об'єкта і його моделі, але близькість їхніх характеристик можлива лише при достатньому об'ємі інформації про об'єкт, яка накопичується під час керування. Можна почати керувати, не чекаючи уточнення всіх особливостей моделі, але за це доводиться платити тимчасовим погіршенням якості управління, одержуючи натомість нову інформацію і поліпшуючи модель.

Аналогічно вищесказаному, при навчанні розпізнаванню образів часто в міру надходження навчальної інформації на кожному кроці уточнюється вирішальне правило. Спочатку імовірність помилкового розпізнавання нових об'єктів може бути великою, але зате інформація про неї дозволяє корегувати вирішальне правило. При цьому корекція звичайно проводиться тільки тоді, коли правило помиляється. Так працює багато алгоритмів послідовного навчання, наприклад – *перцептронні*, але в них розв'язки приймаються тільки після завершення навчання. Крім того, ці алгоритми діють весь час в одному і тому ж просторі властивостей об'єктів.

Алгоритми навчання часто втрачають привабливість тільки тому, що для одержання необхідної якості і надійності розпізнавання їм потрібна навчальна вибірка занадто великого об'єму, що особливо неприємно, коли її об'єкти з'являються рідко, і для кожного з них треба проводити дорогі вимірювання. Доводиться довго чекати і витрачати великі матеріальні ресурси поки буде отримана вибірка, об'єм якої дозволить одержати потрібні характеристики розпізнавання. У цьому випадку розумно використовувати принцип дуальності: нехай погано навчена система починає розпізнавати відразу ж при надходженні об'єктів різних класів, причому кожна помилка розпізнавання буде сигналом до корегування вирішального правила. Таким чином можна використовувати будь-які ітераційні алгоритми навчання розпізнаванню образів, але тут будуть розглянуті тільки алгоритми, побудовані на принципах теорії редукції [1], які мають в даному випадку значні переваги.

Для алгоритмів, побудованих на теорії редукції, загальним є те, що при навчанні вони синтезують простір ознак, розмірності $n_0 << m$ (m – кількість вихідних властивостей, які вимірюються на об'єктах), в якому лінійне вирішальне правило безпомилково розділяє навчальну вибірку. Однак на практиці часто зустрічаються завдання, в яких навчальна вибірка формується поступово, один об'єкт за іншим. У цьому випадку бажано організувати навчання так, щоби відбір ознак починався відразу ж після появи перших об'єктів. При цьому подвійність (дуальність) будуть виявляти відразу дві найважливіших характеристики навчання: вирішальне правило і простір, у якому це правило діє.

Опис базової альфа-процедури

Процедура навчання для випадку бінарних ознак вже розглянута в [2]. Тут же буде розглянута альфа-процедура (аналогічна описаній в [2]), і яка успішно працює у випадку неперервних і змішаних просторів, де принцип дуальності використовується з таким же успіхом. Як і у випадку бінарних ознак, тут простір формується послідовно — одна ознака за іншою, а *кроками ітерації* будемо називати моменти відбору нової, додаткової ознаки, що дозволяє в розширеному просторі розділити вже накопичену вибірку лінійно і безпомилково. Навчання починається, коли вперше одночасно виконуються відразу два співвідношення:

$$V_1[l] \neq \varnothing, \quad V_2[l] \neq \varnothing, \tag{1}$$

де $V_1[l]$ і $V_2[l]$ — множини першого і другого образу на навчальній вибірці довжиною l.

Співвідношення (1) показують, що множини обох образів не порожні і містять хоча б по одному об'єкту. Побудовані на першому кроці простір і вирішальне правило в ньому відразу ж використовуються для розпізнавання. Діє це правило до першої помилки, після чого починається наступний етап навчання, що полягає в розширенні простору. Сигналом для продовження процесу навчання може служити одна, чи кілька помилок, або задане відношення кількості помилок до довжини накопиченої навчальної вибірки. На кожному кроці навчання простір розширюється шляхом додавання такої нової ознаки, яка дозволяє побудувати в новому просторі лінійне вирішальне правило, що безпомилково розділяє накопичену навчальну вибірку.

На першому кроці одна з множин (V_1 або V_2) містить тільки один елемент, що приводить до виконання умови (1). Як тільки виконується умова (1), створюється C_m^2 пар із всіх m вимірюваних на об'єктах властивостей, і на площині кожної пари для кожного об'єкта відповідно до альфа-процедури [1] обчислюється направляючий параметр

$$\tilde{x}_{ik} = \rho_i \cos(\beta_i + \alpha_{si}), \tag{2}$$

де i та k – індекси однієї з пар координат x_i та x_k, вибраних з C_m^2 властивостей, $\tilde{x}_{ik}$ – деяка пряма, що проходить через початок координат під кутом α_{si} до координати x_i; $\rho_i = \sqrt{x_i^2 + x_k^2}$; $\beta_i = \arctan\dfrac{x_i}{x_k}$ — кут, що характеризує кожен об'єкт в координатах x_i та x_i, $\alpha_{si} = 0°\ldots360°$ – кут повороту $\tilde{x}_{ik}$; s – змінний параметр, що визначає величину кута α_{si}.

На Рис.1 показано, як визначаються параметри α-процедури для одного об'єкта X_j і для одного значення кута α_{si}.

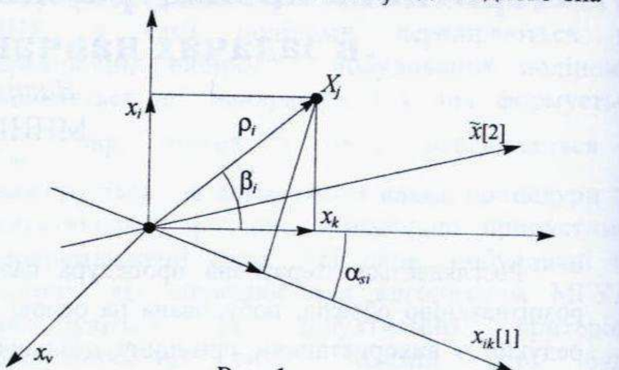

Рис. 1

Величина $\tilde{x}_{ik}$ є проекцією точки X_j на напрямок $\tilde{x}_{ik}$ і визначається координатами x_i та x_k, які відповідають об'єкту X_j. Кут α_{si} змінюється на певну величину (наприклад, $\Delta\alpha = 1°$) від 0° до 360° з відліком від напрямку x_i. В процесі обертання вибирається такий кут α_{si}, для якого $\alpha_{si}^* = \arg\max_s(\omega_{is})$. На першому кроці ω_{is} визначається відстанню між єдиним об'єктом одного з образів і найближчим до нього об'єктом другого образу. Кут α_{si} відповідає максимальній відстані, що ділиться навпіл, а на середині відрізка ставиться перпендикуляр, що визначає вирішальне правило для пари x_i и x_k. Із всіх C_m^2 пар вибирається така, для якої відстань ω_{is} максимальна, і тоді відповідний перпендикуляр буде визначати вирішальне правило першого кроку навчання. При появі нових об'єктів щоразу корегується α_{si}^* для обраної найкращої пари, так щоби відповідна відстань ω_{is} прийняла максимальне значення. Якщо при появі деякого об'єкта не вдалося знайти α_{si}, при якому образи вибірки розділяються безпомилково, то переходять до другого кроку навчання. Пара, вибрана на першому кроці, визначається напрямком $\tilde{x}_{ik}[1]$, побудованим на цьому кроці. На другому кроці навчання проглядаються всі $(m\text{–}2)$ властивостей, що залишилися, і кожна з яких утворює з напрямком $\tilde{x}_{ik}[1]$ площину, в якій потрібно організувати обертання відрізка $\tilde{x}_2$ навколо початку координат. Для кожного кута і кожного об'єкта вибірки знаходиться направляючий параметр

$$\tilde{x}_2 = \rho_2 \cos(\beta_2 + \alpha_{s2}), \tag{3}$$

де $\rho_2 = \sqrt{x^2[1] + x_v^2}$; x_v– одна з $(m\text{–}2)$ властивостей, ортогональних до площини двох вже вибраних ознак x_i, x_k; $\beta = \arctan\dfrac{x_v}{\tilde{x}_2}$.

При фіксованому положенні кута α_{s2} всі точки накопиченої навчальної вибірки проектуються на напрямок $\widetilde{x}_2$ і вибирається значення кута α^*_{s2}, яке максимізує відстань між найближчими точками різних образів на напрямку $\widetilde{x}_2$. З $(m–2)$ властивостей вибирається таке, для якого ця відстань максимальна. Вибраній властивості буде відповідати напрямок $\widetilde{x}\,[2]$, що визначається кутом α^*_{s2}, і яка буде використовуватися в наступних кроках ітеративної процедури. На другій ітерації відрізок ω_{is} на напрямку $\widetilde{x}\,[2]$ ділиться навпіл, а вирішальним правилом на цьому кроці буде тривимірна площина, яка перпендикулярна цьому відрізку і проходить через його середину.

При появі нових об'єктів щоразу в площині $\widetilde{x}\,[1] - \widetilde{x}\,[2]$ корегується кут α^*_{s2}, так щоби максимізувати на визначеному ним напрямку відстань між найближчими точками різних образів. Якщо при цьому не вдасться розділити накопичену навчальну вибірку, то організується наступний (третій) крок навчання. На цьому кроці вищеописана процедура проводиться в площині $\widetilde{x}\,[2] - x_l$, де x_l – одна із не задіяних властивостей. Така процедура повторюється доти, поки ріст навчальної вибірки не перестане приводити до помилок розпізнавання нових об'єктів. Отримане в результаті ітеративної процедури правило, яке дає розв'язок (ми називаємо його вирішальним) — це площина, перпендикулярна до останнього напрямку $\widetilde{x}\,[\varphi]$, яка проходить через середину відрізка, що з'єднує найближчі точки різних образів.

Якщо спробувати використовувати для реалізації принципу дуальності інші процедури навчання, що не використовують теорію редукції, то на кожному кроці прийшлося би розв'язувати до кінця задачу в m-мірному просторі властивостей об'єктів. При цьому такі процедури програвали б α-процедурі, що на будь-якому кроку лише корегує лінійне вирішальне правило не в просторі всіх m властивостей, а на площині. Це дозволяє спостерігати весь ітеративний процес навчання на екрані комп'ютера. Крім того, описана процедура на кожному кроці здійснює відразу два види корекції — корегування простору (вибір додаткової ознаки) і корегування вирішального правила в ньому.

Підсилення вирішального правила

Раніше була описана ітеративна α-процедура, яка будує єдине, оптимальне в розумінні [3] вирішальне правило, яке проходить на першому кроці через середину відрізка ω_{is}, що визначає максимальну відстань між єдиним об'єктом одного образу і найближчим до нього об'єктом іншого образу. На наступних кроках відрізок ω_{is} визначає максимальну відстань між найближчими об'єктами різних образів. На Рис. 2 об'єкти різних образів позначені кружечками і хрестиками. Вирішальне правило $R(X)$, що проходить перпендикулярно до

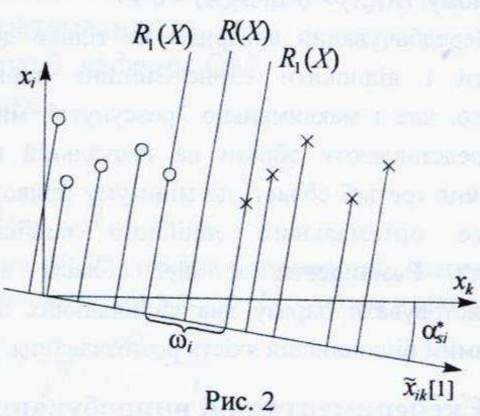

Рис. 2

відрізка ω_{si} і розділяє його навпіл, буде оптимальним в розумінні [5] щодо накопиченої вибірки.

Для будь-якого вирішального правила $R(X)$ (в тому числі й оптимального), що розділяє навчальну вибірку безпомилково, справедлива теорема, доведена в [3]. Основне твердження цієї теореми полягає в тому, що якщо з N вирішальних правил вибирається одне, яке безпомилково розділяє випадкову і незалежну вибірку довжиною l, то із ймовірністю $(1–\eta)$ можна стверджувати, що ймовірність помилкової класифікації при використанні цього правила не перевищить величини

$$\varepsilon = \frac{\ln N - \ln \eta}{l}. \tag{4}$$

Проведемо паралельно до $R(X)$ дві площини: $R_1(X)$ та $R_2(X)$ (Рис.2). Кожна із цих площин буде перпендикулярна відрізку ω_{si}, але площина $R_1(X)$ проходить через точку x_1, а площина $R_2(X)$ — через точку x_2. Точки x_1 та x_2 – є найближчими точками різних образів.

Рішення про належність кожного об'єкта навчальної вибірки може прийматися по двох правилах:

$$\begin{cases} X \in V_1, \text{ якщо } R_1(X) > 0; \\ X \in V_2, \text{ якщо } R_1(X) \le 0. \end{cases} \tag{5}$$

або

$$\begin{cases} X \in V_1, \text{ якщо } R_2(X) \ge 0; \\ X \in V_2, \text{ якщо } R_2(X) < 0. \end{cases} \tag{6}$$

Обидва правила безпомилково розділяють випадкову вибірку, а тому теорема в однаковій степені визначає їхню якість (ε) і надійність (η). Весь простір розбивається цими правилами на три області:

1. Область, яка містить тільки об'єкти $X \in V_1$, обидва правила в цій області діють безпомилково.
2. Область, що містить тільки об'єкти $X \in V_2$, обидва правила в цій області діють безпомилково.
3. Область, в якій немає об'єктів, але обидва правила – $R_1(X)$ та $R_2(X)$ – суперечать одне одному: ($R_1(X) > 0$ та $R_2(X) < 0$).

Передбачуваний алгоритм не тільки дозволяє виявити і відновити єдине лінійне вирішальне правило, але і максимально "розсунути" множини, що представляють образи на навчальній вибірці. Звуження третьої області до мінімуму приводить до єдиного оптимального лінійного вирішального правила. Розширення ж цієї області дозволяє використовувати одразу два вирішальних правила, тим самим підвищивши якість розпізнавання.

Експериментальні випробування

Описана процедура була апробована для розв'язку конкретної задачі. В якості повної навчальної вибірки використовувалась тестова випадкова множина, що складалася із 100 об'єктів, серед яких було 50 з одного образу, і 50 об'єктів іншого. На кожному об'єкті вимірювалось m=18 властивостей. Серед них було 4 ознаки $\{X_1, \dots X_4\}$. В ході експерименту об'єкти появлялись послідовно – один за одним. Процедура починала працювати відразу ж після виконання співвідношень (1). На першому кроці аналізувались всі властивості до знаходження першої ознаки. На другому кроці аналізувалось $(m-1) = 17$ пар, і вибиралась найкраща.

Було проведено ряд експериментів, кожен із яких відрізнявся послідовністю об'єктів, що появлялися. Причому, окрім випадкових послідовностей вибиралися ще й такі, які для навчання системи були критичними. На цих експериментальних даних була в повному об'ємі перевірена ітеративна α-процедура. В результаті її роботи були синтезовані простори, в яких в гіршому випадку містилося до двох не оптимальних ознак (оптимальними при синтезі вибірки ми взяли ознаки $\{X_1, \dots X_4\}$). Цікавим фактом є те, що в одній з вибірок при максимально коректному навчанні система знайшла розв'язок, оптимальніший за передбачений під час генерації вибірки (замість чотирьох ознак було відібрано три, і побудовано вирішальне правило, яке безпомилково розділяло навчальну вибірку). Для досягнення повного розділення навчальної вибірки системі достатньо було не більше десяти ітерацій. Наведемо два приклади, які ілюструють адаптацію системи в критичних для неї ситуаціях. Тут наводиться послідовність правил, які будуються системою в кожному з випадків (до повного розділення навчальної вибірки).

І приклад:

1. $\cancel{x_3}\underline{x_2} = 0{,}29$.
2. $0{,}73{*}x_2{+}0{,}68{*}x_0 = 0{,}70$.
3. $0{,}68{*}x_2 + 0{,}59{*}x_0 - 0{,}44{*}x_4 = 0{,}34$.
4. $0{,}73{*}x_2 + 0{,}64{*}x_0 - 0{,}20{*}x_4 + 0{,}12{*}x_5 = 0{,}60$.
5. $0{,}71{*}x_2 + 0{,}62{*}x_0 - 0{,}20{*}x_4 + 0{*}x_5 - 0{,}28{*}x_6 = 0{,}48$
6. $0{,}71{*}x_2 + 0{,}62{*}x_0 - 0{,}20{*}x_4 + 0{*}x_5 - 0{,}10{*}x_6 + {}$ $+ 0{,}26{*}x_1 = 0{,}62$.

ІІ приклад:

1. $\cancel{x_1}\underline{x_1} = 0{,}21$.
2. $0{,}74{*}x_1{+}0{,}67{*}x_0 = 0{,}57$.
3. $0{,}56{*}x_1 + 0{,}69{*}x_0 + 0{,}47{*}x_3 = 0{,}78$.
4. $0{,}51{*}x_1 + 0{,}63{*}x_0 + 0{,}47{*}x_3 + 0{,}36{*}x_2 = 0{,}93$.
5. $0{,}42{*}x_1{+}0{,}52{*}x_0{+} 0{,}39{*}x_3 + 0{,}35{*}x_2 - 0{,}53{*}x_0 = 0{,}54$.

…

10. $0{,}45{*}x_1 + 0{,}56{*}x_0 + 0{,}41{*}x_3 + 0{,}37{*}x_2 - 0{,}31{*}x_0 -$ $-0{,}02{*}x_4 - 0{,}08{*}x_2 + 0{,}03{*}x_5 - 0{,}07{*}x_3 + 0{,}28{*}x_2 = 0{,}77$.

Можна побачити, що на 5 кроці в І прикладі система, знайшовши кращий варіант, ніж X_5, анулює його. На 5 кроці в ІІ прикладі вибирає повторно властивість, яка вже присутня в правилі. Це означає, що система корегує згенероване нею правило в доволі широких межах. Тобто, відмічається досить високий рівень гнучкості в процесі навчання.

ВИСНОВКИ

Підсумувавши результати роботи, можна сказати, що альфа-процедура може в повній мірі використовуватися для побудови ефективних ітеративних алгоритмів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Васильев В.И. Теория редукции в проблемах экстраполяции //Проблемы управления и информатики. – 1996. № 1,2.— С. 239-251.
2. Васильев В.И. Итеративная процедура обучения имитационному поведению //Кибернетика и выч. техника. – 1989. Вып. 84.— С. 27–33.
3. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения). – М.: Наука, 1974.— 416 с.