КОГЕРЕНТНІ ОЦІНКИ ІМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РИТМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ІЗ НЕВІДОМИМ ПЕРІОДОМ

Віктор Михайлишин, Ігор Яворський

Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України
79601, Україна, Львів, МСП, вул. Наукова, 5
Телефон: 8 0322 63-33-55
Факс: 8 0322 64-94-27
Електронна пошта: mykhai@ipm.lviv.ua, iavor@ipm.lviv.ua

Розглянуто властивості когерентного методу оцінювання перших двох моментних функцій періодично нестаціонарного випадкового процесу з невідомим періодом стохастичної повторюваності. Отримано вирази для зміщення та дисперсії когерентних оцінок імовірнісних характеристик ритмічних сигналів, коли оцінки періоду знаходились на основі компонентних статистик.

ВСТУП

Метод когерентного оцінювання ймовірнісних характеристик періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) дає змогу здійснювати оброблення сигналів безпосередньо у часовій області. Він грунтується на усередненні відліків реалізації через період корельованості. Попереднє оцінювання періоду впливає на властивості когерентних оцінок імовірнісних характеристик ПКВП.

КОГЕРЕНТНА ОЦІНКА МАТЕМАТИЧНОГО СПОДІВАННЯ

Когерентна оцінка математичного сподівання періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП) при апріорі невідомому періоді корельованості визначається статистикою

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \xi(t + n\tau_m), \qquad (1)$$

де N - кількість відліків , що усереднюються, τ_m - оцінка періоду корельованості.

У роботі [1] показано, що для визначення періоду корельованості можуть використовуватися функціонали, вид яких, аналогічний компонентним оцінкам відповідних імовірнісних характеристик ПКВП:

$$\hat{m}(t,\tau) = \sum_{l=-N_1}^{N_1} \hat{m}_l(\tau) e^{il\frac{2\pi}{\tau}t}, \qquad (2)$$

де

$$\hat{m}_l(\tau) = (2\theta)^{-1}\int_{-\theta}^{\theta} \xi(t)\, e^{il\frac{2\pi}{\tau}t}\, dt$$

Математичне сподівання функціоналу (2) визначає його регулярну складову

$$\hat{S}(\tau) = E\hat{m}(t,\tau) = \frac{1}{2\theta}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\int_{-\infty}^{\infty} m(s) e^{il\frac{2\pi}{\tau}(t-s)}\, ds .$$

Відповідна випадкова складова має вигляд

$$\hat{N}(\tau) = \hat{m}(t,\tau) - \hat{S}(\tau) = \frac{1}{2\theta}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\int_{-\infty}^{\infty} \overset{o}{\xi}(s) e^{il\frac{2\pi}{\tau}(t-s)}\, ds .$$

Оцінка періоду корельованості ПКВП τ_m є розв'язком нелінійного рівняння

$$\left[\frac{dS(\tau)}{d\tau} + \varepsilon\frac{dN(\tau)}{d\tau}\right]_{\tau=\tau_m} = 0, \text{ де } S(\tau) = \frac{\hat{S}(\tau)}{\hat{S}(T)},$$

$$N(\tau) = \frac{\hat{N}(\tau)}{\sqrt{E\hat{N}^2(\tau)}},\ \varepsilon = \frac{\sqrt{E\hat{N}^2(\tau)}}{\hat{S}(T)} .$$

При виконанні умови $\lim_{|u|\to\infty} b(t,u) = 0$, $\varepsilon \to 0$ при $\theta \to \infty$. Для достатньо великих θ параметр $\varepsilon << 1$ і розв'язок нелінійного рівняння знаходимо у вигляді ряду

$$\tau_m = \tau_0 + \varepsilon\tau_1 + \varepsilon^2\tau_2 + \ldots$$

Невідомі величини першого наближення $\tau_0 = T + \Delta T$ і τ_1 знаходимо із системи лінійних рівнянь: $\Delta T = -\frac{s_1}{s_2}$, $\tau_1 = -\frac{n_1}{s_2}$, де

$$s_i = \left[\frac{d^i S(\tau)}{d\tau^i}\right]_{\tau=T},\ n_i = \left[\frac{d^i N(\tau)}{d\tau^i}\right]_{\tau=T}$$

Представимо функціонал (1) у вигляді

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\infty}^{\infty} \xi(t+nx)\,\delta(x-\tau_m)dx .$$

Скористаємося формальним розкладом δ - функції у ряд Тейлора

$$\delta(x-\tau_m)=\delta(x-T)-\delta'(x-T)(\tau_m-T)+$$

$$+\frac{1}{2}\delta''(x-T)(\tau_m-T)^2-\ldots$$

Оскільки оцінка періоду корельованості подана у вигляді ряду по степенях малого параметра ε, обмежуючись першим наближенням, запишемо

$$\delta(x-\tau_m)=\delta(x-T)-\varepsilon\tau_1\delta'(x-T).$$

Тоді

$$\hat{m}(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\infty}^{\infty}\xi(t+nx)\left[\delta(x-T)-\varepsilon\tau_1\delta'(x-T)\right]dx=$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi(t+nT)-\varepsilon\tau_1\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\infty}^{\infty}\xi(t+nx)\,\delta'(x-T)dx\right].$$

З властивостей похідної δ - функції маємо

$$\int_{-\infty}^{\infty}\xi(t+nx)\,\delta'(x-T)dx=-\xi'_x(t+nT).$$

Перетворимо статистику (1) до вигляду

$$\hat{m}(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi(t+nT)+\varepsilon\tau_1\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi'_x(t+nT). \qquad (3)$$

Отримане в [1] співвідношення, що визначає перше наближення

$$\tau_1=-\frac{n_1}{s_2}=-\frac{1}{\sqrt{EN^2(T)\,s_2}}\times$$

$$\times\left[\frac{i}{2\theta T}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\,\overset{o}{\xi}(s)\,e^{i\Lambda_l(t-s)}ds\right]$$

підставимо в (3), і в результаті маємо статистику

$$\hat{m}(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi(t+nT)-\frac{i}{2N\theta T\tilde{S}_2}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\times$$

$$\times\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\xi'_x(t+nT)\,\overset{o}{\xi}(s)\,e^{i\Lambda_l(t-s)}ds\,.$$

Знайдемо її математичне сподівання

$$E\hat{m}(t)=m(t)-\frac{i}{2N\theta T\tilde{S}_2}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\times$$

$$\times\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)E\,\overset{o}{\xi}(s)\left[\frac{\partial}{\partial x}\xi(t+nx)\right]_{x=T}e^{i\Lambda_l(t-s)}ds$$

і конкретизуємо вид співмножника

$$E\overset{o}{\xi}(s)\left[\frac{\partial}{\partial x}\xi(t+nx)\right]_{x=T}=\frac{\partial}{\partial x}b(t+nx,s-t-nx)_{x=T}=$$

$$=\left[\frac{\partial b(s,t-s+nx)}{\partial x}\right]_{x=T}.$$

Таким чином, у першому наближенні оцінка математичного сподівання, отримана на основі статистики (1) із врахуванням того, що оцінка періоду корельованості знаходиться на основі функціоналу (2) виявляється зміщеною. Величина зміщення визначається таким співвідношенням:

$$\varepsilon_1\left[\hat{m}(t)\right]=-\frac{i}{2N\theta T\tilde{S}_2}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\left[\frac{\partial b(s,t-s+nx)}{\partial x}\right]_{x=T}e^{i\Lambda_l(t-s)}ds\,.$$

Легко переконатися у тому, що при $N\to\infty$ зміщення $\varepsilon_1\left[\hat{m}(t)\right]\to 0$. Тому така оцінка асимптотично незміщена.

Тепер дослідимо вплив випадкових флуктуацій на характеристики оцінки (1). Для цього визначимо її другий центральний момент

$$D\left[\hat{m}(t)\right]=E\hat{m}^2(t)-\left[E\hat{m}(t)\right]^2 \qquad (4)$$

Подамо статистику (1) у вигляді

$$\hat{m}(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi(t+nT)-\frac{i}{2N\theta T\tilde{S}_2}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\left[\frac{\partial}{\partial x}\overset{o}{\xi}(t+nx)\right]_{x=T}\overset{o}{\xi}(s)e^{i\Lambda_l(t-s)}ds+$$

$$+m(t)-\frac{i}{2N\theta T\tilde{S}_2}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\left[\frac{\partial}{\partial x}m(t+nx)\right]_{x=T}\overset{o}{\xi}(s)e^{i\Lambda_l(t-s)}ds$$

У припущенні гаусового ПКВП обчислюємо згідно (4) дисперсію оцінки математичного сподівання

$$D\left[\hat{m}(t)\right]=\frac{1}{N}\sum_{n=-N+1}^{N-1}\left(1-\frac{|n|}{N}\right)b(t,nT)-$$

$$-\frac{1}{4N^2\theta^2T^2\tilde{S}_2^2}\sum_{l,k=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\Lambda_k e^{i(l-k)\frac{2\pi}{T}}\times$$

$$\times\sum_{n,m=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}\int_{-\theta}^{\theta}(s_1-t)(s_2-t)\times \qquad (5)$$

$$\times\left[\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\begin{bmatrix}b(t+nx,my-nx)b(s_1,s_2-s_1)+\\ b(s_2,t-s_2+nx)b(s_1,t-s_1+my)\end{bmatrix}_{x,y=T}\right]\times$$

$$\times e^{i\frac{2\pi}{T}(ks_2-ls_1)}ds_1ds_2-$$

$$-\frac{i}{N^2\theta T\tilde{S}_2}\sum_{l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l e^{i\Lambda_l t}\times$$

$$\times\sum_{m,n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\left[\frac{\partial m(t+mx)}{\partial x}\right]_{x=T}b(t,s-t-nT)e^{i\Lambda_l(t-s)}ds$$

$$.$$

Аналіз співвідношення (5) показує, що при $N\to\infty$ та $\theta\to\infty$ другий центральний момент оцінки прямує до нуля. Таким чином, оцінка (1) слушна.

КОГЕРЕНТНА ОЦІНКА КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ

Попереднє оцінювання періоду корельованості ПКВП впливає також на якість когерентної оцінки кореляційної функції. Припустимо, що період визначається за максимумом функціоналу математичного сподівання (2). Розглянемо когерентну оцінку кореляційної функції

$$\hat{b}(t,u) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \overset{o}{\xi}(t+n\tau_m)\,\overset{o}{\xi}(t+u+n\tau_m)\,. \quad (6)$$

Подамо статистику (6) в інтегральному вигляді, використовуючи фільтруючу властивість δ-функції і, розкладаючи її у ряд Тейлора. У першому наближенні по малому параметру ε отримаємо

$$\hat{b}(t,u) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\infty}^{\infty} \overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\delta(x-\tau_m)dx =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \overset{o}{\xi}(t+nT)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nT) -$$

$$- \varepsilon\tau_1 \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\infty}^{\infty} \overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\delta'(x-T)dx =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \overset{o}{\xi}(t+nT)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nT) +$$

$$+ \varepsilon\tau_1 \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left[\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right]_{x=T}\right].$$

Оскільки $\tau_1 = -\dfrac{n_1}{s_2}$, то для гаусового ПКВП має місце співвідношення

$$E\hat{b}(t,u) = b(t,u)\,.$$

Отже, в першому наближенні оцінка (6) незміщена.

Визначимо тепер дисперсію такої оцінки.

$$E\left[\hat{b}(t,u)\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{N^2}\sum_{n,m=0}^{N-1}\left[\begin{gathered} b(t,(m-n)T)b(t+u,(m-n)T) + \\ + b(t,u+(m-n)T)b(t,u+(n-m)T) \end{gathered}\right] +$$

$$+ \varepsilon^2 E\left[\begin{gathered} \tau_1^2 \frac{1}{N^2}\sum_{n,m=0}^{N-1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right]_{x=T} \times \\ \times \left[\frac{\partial}{\partial y}\overset{o}{\xi}(t+my)\,\overset{o}{\xi}(t+u+my)\right]_{y=T} \end{gathered}\right]$$

Математичне сподівання другого доданка рівне

$$E\left[\begin{gathered} \tau_1^2 \frac{1}{N^2}\sum_{n,m=0}^{N-1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right]_{x=T} \times \\ \times \left[\frac{\partial}{\partial y}\overset{o}{\xi}(t+my)\,\overset{o}{\xi}(t+u+my)\right]_{y=T} \end{gathered}\right] =$$

$$= -\frac{1}{4\theta^2 T^2\sqrt{EN^2(T)s_2^2}} \times$$

$$\times \sum_{k,l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\Lambda_k e^{i(l-k)\frac{2\pi}{T}t}\int_{-\theta}^{\theta}\int_{-\theta}^{\theta}(s_1-t)(s_2-t) \times$$

$$\times E\,\overset{o}{\xi}(s_1)\,\overset{o}{\xi}(s_2)e^{i\frac{2\pi}{T}(ks_2-ls_1)}ds_1ds_2 \times$$

$$\times \frac{1}{N^2}\sum_{n,m=0}^{N-1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right]_{x=T} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial y}\overset{o}{\xi}(t+my)\,\overset{o}{\xi}(t+u+my)\right]_{y=T}$$

Враховуючи співвідношення

$$E\left[\begin{gathered} \overset{o}{\xi}(s_1)\,\overset{o}{\xi}(s_2)\,\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx) \times \\ \times \overset{o}{\xi}(t+mx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+mx) \end{gathered}\right] =$$

$$= b(s_1, s_2-s_1)G(t+nx, t+u+nx, t+mx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_1+nx)G(s_2, t+u+nx, t+mx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_2, t-s_1+u+nx)G(s_2, t+nx, t+mx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_2+mx)G(s_2, t+nx, t+u+nx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_2+u+mx)G(s_2, t+nx, t+u+nx, t+mx)\,,$$

де

$$G(s_1,s_2,s_3,s_4) = E\left[\overset{o}{\xi}(s_1)\,\overset{o}{\xi}(s_2)\,\overset{o}{\xi}(s_3)\,\overset{o}{\xi}(s_4)\right] -$$

$$- b(s_1, s_2-s_1)b(s_3, s_4-s_3)\,,$$

запишемо остаточний вираз для дисперсії оцінки кореляційної функції:

$$D\left[\hat{b}(t,u)\right] =$$

$$= \frac{1}{N^2}\sum_{m.n=0}^{N-1} G(t+nT, t+u+nT, t+mT, t+u+mT) -$$

$$- \frac{1}{4N^2\theta^2T^2\tilde{S}_2^2}\sum_{k,l=-N_1}^{N_1}\Lambda_l\Lambda_k e^{i(l-k)\frac{2\pi}{T}t} \times$$

$$\times \int_{-\theta}^{\theta}\int_{-\theta}^{\theta}(s_1-t)(s_2-t)e^{i\frac{2\pi}{T}(ks_2-ls_1)} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left[b(s_1, s_2-s_1) \times\right.\right.$$

$$\times G(t+nx, t+u+nx, t+mx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_1+mx)G(s_2, t+u+nx, t+mx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_1+u+nx)G(s_2, t+nx, t+mx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_1+mx)G(s_2, t+nx, t+u+nx, t+u+mx) +$$

$$+ b(s_1, t-s_2+u+mx) \times$$

$$\left.\left.\times G(s_2, t+nx, t+u+nx, t+mx)\right]\right]_{x,y=T} ds_1 ds_2$$

Метод оцінки періоду за статистикою (2) при $m(t)\approx 0$ непридатний. У цьому випадку слід використати кореляційний функціонал

$$\hat{b}(t,u,\tau) = \sum_{l=-N_2}^{N_2} B_l(u,\tau)\, e^{il\frac{2\pi}{\tau}t} \quad ,(7)$$

де

$$B_l(u,\tau) = (2\theta)^{-1}\int_{-\theta}^{\theta} \overset{o}{\xi}(t)\,\overset{o}{\xi}(t+u)\, e^{-il\frac{2\pi}{\tau}t}\, dt\,,$$

$$\overset{o}{\xi}(t) = \xi(t) - \hat{m}(t)\,.$$

Якщо період визначати за абсолютним максимумом статистики (7), то перше наближення оцінки періоду має вигляд

$$\tau_1 = -\frac{1}{s_2}\left[\frac{i}{2\theta T}\sum_{l=-N_2}^{N_2}\Lambda_l \int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\,\overset{o}{\eta}(s)\, e^{il\frac{2\pi}{T}(t-s)}\, ds\right], \text{ де}$$

$\overset{o}{\eta}(s) = \overset{o}{\xi}(s)\,\overset{o}{\xi}(s+u) - b(s,u)$. Тоді із врахуванням співвідношення

$$E\left[\overset{o}{\eta}(s)\,\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right] =$$

$$= E\left[\overset{o}{\xi}(s)\,\overset{o}{\xi}(s+u) - b(s,u)\right] \times$$

$$\times E\,\overset{o}{\eta}(s)\left[\frac{\partial}{\partial x}\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right]_{x=T} ds$$

знайдемо математичне сподівання

$$E\left[\tau_1 \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right)\right]_{x=T}\right] =$$

$$= -\frac{i}{2Ns_2\theta T}\sum_{l=-N_2}^{N_2}\Lambda_l e^{il\frac{2\pi}{T}t}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\, e^{-il\frac{2\pi}{T}s} \times$$

$$\times E\,\overset{o}{\eta}(s)\left[\frac{\partial}{\partial x}\overset{o}{\xi}(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(t+u+nx)\right]_{x=T} ds\,.$$

Зміщення когерентної оцінки кореляційної функції (6) у першому наближенні має вигляд

$$\varepsilon_1\left[\hat{b}(t,u)\right] = -\frac{i}{2Ns_2\theta T}\sum_{l=-N_2}^{N_2}\Lambda_l e^{il\frac{2\pi}{T}t}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}(s-t)\times$$

$$\times\left[\frac{\partial}{\partial x}G(s,s+u,t+nx,t+u+nx)\right]_{x=T} e^{-il\frac{2\pi}{T}s}\, ds\,.$$

Дисперсія такої оцінки визначається восьмим моментом, котрий у випадку гаусового ПКВП виражається через кореляційну функцію. Тому й тут при виконанні умови $\lim\limits_{|u|\to\infty} b(t,u) = 0$ оцінка (6) є слушною.

КОГЕРЕНТНІ ОЦІНКИ ПРИ СПРОЩЕНІЙ ПРОЦЕДУРІ ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДУ

Нехай оцінка періоду ритміки ПКВП знаходиться шляхом максимізації статистики виду

$$\hat{m}_l(\tau) = \frac{1}{\theta}\int_{-\theta}^{\theta}\xi(t)\cos l\frac{2\pi}{\tau}t\, dt \quad (8).$$

Тоді маємо перше наближення оцінки періоду корельованості у вигляді

$$\tau_1 = -\frac{1}{s_2}\left[\frac{\Lambda_l}{\theta T}\int_{-\theta}^{\theta} s\,\overset{o}{\xi}(s)\sin\Lambda_l s\, ds\right].$$

Оскільки

$$E\left[\tau_1\sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\xi(t+nx)\right]_{x=T}\right] =$$

$$= -\frac{\Lambda_l}{s_2^2\theta T}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta} s\left[\frac{\partial}{\partial x}E\xi(t+nx)\,\overset{o}{\xi}(s)\right]_{x=T}\sin\Lambda_l s\, ds =$$

$$= -\frac{\Lambda_l}{s_2^2\theta T}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta} s\left[\frac{\partial b(s,t-s+nx)}{\partial x}\right]_{x=T}\sin\Lambda_l s\, ds\,,$$

то зміщення оцінки (1) у даному випадку з точністю до величини першого порядку малого параметра ε рівне

$$\varepsilon_1\left[\hat{m}(t)\right] = -\frac{\Lambda_l}{N\theta T\tilde{S}_2}\sum_{n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta} s\left[\frac{\partial b(s,t-s+nx)}{\partial x}\right]_{x=T}\times \sin\Lambda_l s\, ds\,.$$

Дисперсія оцінки математичного сподівання (1) у першому наближенні для гаусового ПКВП має вигляд:

$$D\left[\hat{m}(t)\right] = \frac{1}{N}\sum_{n=-N+1}^{N-1}\left(1-\frac{|n|}{N}\right)b(t,nT) + \frac{\Lambda_l^2}{N^2\theta^2T^2\tilde{S}_2^2}\times$$

$$\times\sum_{n,m=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta}\int_{-\theta}^{\theta} s_1 s_2\left[\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}G(s_1,s_2,t+nx,t+my)\right]_{x,y=T}\times$$

$$\times\sin\Lambda_l s_1\sin\Lambda_l s_2\, ds_1 ds_2 -$$

$$-\frac{1}{N^2\theta T\tilde{S}_2}\sum_{m,n=0}^{N-1}\int_{-\theta}^{\theta} s\, b(s,t-s+nT)\times$$

$$\times\left[\frac{\partial}{\partial x}m(t+mx)\right]_{x=T}\sin\Lambda_l s\, ds\,.$$

Аналіз цього співвідношення показує, що оцінка (1) за умови оцінювання періоду корельованості за статистикою (8) також є слушною.

ВИСНОВКИ

Показано слушність когерентних оцінок імовірнісних характеристик ПКВП у випадку компонентного оцінювання періоду корельованості.

Отримані співвідношення для зміщення оцінок дають змогу контролювати величину систематичної похибки. Метод ефективний при вібродіягностиці обертових машин.

ЛІТЕРАТУРА

1.Михайлишин В.Ю., Яворский И.Н. “Компонентное оценивание периода стохастической повторяемости ритмических сигналов”//Автоматика.-1993.-№4.-С.43-47