ІНТЕРАКТИВНА ІМІТАЦІЯ ТА АНАЛІЗ РОЗКРАШЕНОЇ СІТКИ ПЕТРИ З ВИКОРИСТАННЯМ АЛГЕБРИ ПРЕДИКАТНИХ ОПЕРАЦІЙ

Н.С. Кравець

Харківський державний технічний університет радіоелектроніки, 61166 Харків, пр. Леніна14, телефон (0572) 40-94-46, факс (0572) 40-91-13

АБСТРАКТ

У роботі розглядаються базові елементи та операції фундаментальної алгебри предикатних операцій та їх застосування при розробці імітаційної моделі ординарної розкрашеної сітки Петрі. Розроблено метод визначення множини тупікових становищ системи з використанням представлення логічної структури розкрашеної сітки Петрі в термінах фундаментальної алгебри предикатних операцій. Запропонована програмна система ISICPN, яка дозволяє розробляти і виконувати імітаційні моделі систем на мові розкрашених сіток Петрі без контролю часу, корегувати структуру сітки та аналізувати деякі її властивості, що базується на апараті фундаментальної алгебри предикатних операцій.

Ключові слова: предикати, алгебра предикатних операцій, розкрашені сітки Петрі, імітаційне моделювання, множина тупікових становищ,

ВСТУП

Алгебра предикатів та алгебра предикатних операцій належать до області логичної математики, яка виникла у зв'язку з необхідністю формального опису об'єктів і процессів.

Алгебра предикатів є узагальненням апарату булевих функцій (перехід від двійчастих знаків до букв) та апарату багатозначної логіки (перехід від функцій до відношень) і являє собою універсальний математичний апарат, який використовується теорією інтелекту для формального опису відношень[1].

Алгебра предикатних операцій являє собою надбудовання над алгеброю предикатів, її поширення. Алгебра предикатів охоплюється алгеброю предикатних операцій.

Предикатні операції використовуються у тих випадках, коли виникає необхідність проводити дії над предикатами або описувати з'вязки між ними [2]. Алгебри предикатних операцій можна використовувати під час проектування систем обробки інформації, різних інформаційних структур та їх електронних схем. Алгебри предикатних операцій доцільно використовувати для формульного запису властивостей інтелектуальної поведінки того, що випробується, під час вивчення механізмів інтелекту людини. Сама ж ця поведінка вдало описується мовою алгебри предикатів.

Алгебра предикатів та алгебра предикатних операцій дозволяють формалізувати відношення, будь вони реакцією людини на зовнішні діяння або відношення між буквами в слові та словами в реченні, але при моделюванні динамічних об'єктів виникають деякі труднощі.

Існують інші інструменти дослідження систем, більш придатні для наведення динамічної поведінки системи що моделюється, наприклад сітки Петрі. На цей час існує безліч модифікацій сіток Петрі, запропонованих для того, щоб більш адекватно та зручно виражати у термінах сіток особливості функціонування реальних дискретних систем. Ці модифікації приводять до класів сіток, більш потужних, ніж клас сіток Петрі. Наприклад, імітаційні сітки Петрі, регулярні сітки Петрі, чергові сітки Петрі, регулярні стохастичні сітки Петрі, розкрашені або позначені сітки Петрі [3], алгебраїчні сітки Петрі[4].

При моделюванні сітками Петрі дискретних систем фішки часто відповідають об'єктам, що передаються від компоненту до компоненту системи (даним в інформаційних системах, деталям, ресурсам і т.і.). частіше ці об'єкти мають додаткові атрибути, які дозволяють розпізнавати їх та використовувати ці різниці для управління функціонуванням системи. Однак, фішки в сітках Петрі "безособові" і не відображають такі різниці.

Розкрашені сітки Петрі являють собою модифікацію сіток Петрі, в якій фішкам приписані деякі ознаки, наприклад, різні кольори, а умови зпрацьовування переходів та правила зміни розмітки сітки задаються спеціальною таблицею, що враховує кольори фішок.

Розкрашені сітки Петрі - це мова моделювання развинена для систем, в яких розподіл ресурсів, комунікацій та синхронізація грають важливу роль. Розкрашені сітки Петрі об'єднують в собі силу ординарних сіток Петрі з силою мови програмування високого рівня.

Для моделювання деякіх систем може виникати потреба у визначенні додаткових умов зпрацьовування переходів, а також більш загальний математичний опис функціонування сітки. Це тягне за собою розробку нових модифікацій - алгебраїчних сіток та алгебраїчних сіток Петрі високого рівня.

1. АЛГЕБРИ ПРЕДИКАТНИХ ОПЕРАЦІЙ

У термінах алгебри предикатів [1] відношення визначаються таким чином. Вхідні сигнали, які пред'являють тому, хто випробується в експериментах, що відносяться до теорії T, називаються предметами теорії T. Непорожня множина U всіляких предметів теорії T називається універсумом теорії T. Нехай $x_1, x_2, \ldots, x_m$ - всілякі місця предметів, що використовуються в експериментах теорії T. Вони називаються предметними змінними теорії T. Якщо предмет a знаходиться на місці x_i ($i = \overline{1, m}$), то говорять, що змінна x_i приймає значення a і пишуть $x_i = a$.

Якщо $a_1, a_2, \ldots, a_m \in U$ та $x_1 = a_1, x_2 = a_2, \ldots, x_m = a_m$, то говорять, що вектор (або набір) $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ належить до простору предметів U^m. Простір U^m теорії T утворено із всіляких векторів $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, які складені з предметів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ в теорії T. Число m називається розмірністю простору U^m. Воно повинно збігатися із числом місць, що використовується в експериментах теорії T.

Будь-яка множина P простору U^m називається відношенням, що задане на U^m. Будь-яка функція, $P(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, що відображує множину U^m у множину $\Sigma = \{0, 1\}$, називається предикатом, що заданий на U^m, або просто предикатом на U^m. Елементи множини Σ називаються логічними константами. Елемент 0 називається хибою, елемент 1 - істиною. Предикат P називається кінцевим, якщо множина U кінцева, та безкінцевим - у протилежному випадку. Відмінні $x_1, x_2, \ldots, x_m$ називаються аргументами предиката $P(x_1, x_2, \ldots, x_m)$.

Таким чином, алгебра предикатів дозволяє описувати у вигляді рівнянь тільки детерміновані та дискретні процеси. Таке визначення виключає з розгляду безперервні інформаційні процеси.

Нехай U - універсум предметів; $X_1, X_2, \ldots, X_m$ - предметні відмінні. M - множина всіх предикатів P $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$ на предметному просторі U^m. Множина M називається універсумом предикатів. Відмінні, що визначені на множині M, називаються предикатними відмінними. Їх значення - предикати, що задані на U^m. Множина M^n називається предикатним простором розмірністю n над предикатним простором U^m. Елементи множини M^n (набори предикатів) називаються предикатними векторами.

Будь-яка функція

$$F(X_1, X_2, \ldots, X_n) = Y, \qquad (1.1)$$

що відображує множину M^n у множину M називається предикатною операцією. R - множина усіх предикатних операцій. Алгеброю предикатних операцій над R називається будь-яка алгебра, що задана на носії R.

У [2] визначені булева алгебра предикатних операцій, алгебра предикатних операцій із константами та відмінними, диз'юнктивно-кон'юнктивна алгебра предикатних операцій і фундаментальна алгебра предикатних операцій.

Фундаментальною алгеброю називається алгебра предикатних операцій, в якій базисними операціями служать диз'юнкція та кон'юнкція, а базисними елементами - предикат 0 та всілякі предикати пізнавання предметів x_i^a ($i = \overline{1, m}$, $a \in U$) та предикати пізнавання предикатів X_j^P ($j = \overline{1, n}$, $P \in M$).

Теорема щодо повноти фундаментальної алгебри. Фундаментальна алгебра для будь-яких U, m и n повна. Доведення теореми наведено в [2].

2. ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛОГИЧНОЇ СТРУКТУРИ РОЗКРАШЕНОЇ СІТКИ ПЕТРІ У ТЕРМІНАХ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ АЛГЕБРИ ПРЕДИКАТНИХ ОПЕРАЦІЙ

Представимо у термінах фундаментальної алгебри предикатних операцій розкрашену сітку Петрі. Розкрашена сітка Петрі визначається такою п'ятіркою: $N = (P, m, F, H, Cond, V, M_0)$,

де P - скінченна непорожня множина символів $\{P_1, P_2, \ldots P_n\}$, які називаються місцями. Представимо їх як скінченну непорожню множину предикатів виду

$$P_i(x_1, x_2, \ldots x_m) = x_1^{a1} \wedge x_2^{a2} \wedge \ldots \wedge x_j^{aj} \wedge \ldots \wedge x_m^{am}, \quad (2.1)$$

де a_j - кількість фішок j - го типу в місці P_i, $a_j \in \{0, 1, 2, \ldots\}$;

n - кількість місць;

m - кількість типів фішок (кольорів).

Будемо вважати, що в розкрашеній сітці в кожне місце можуть поцілити фішки тільки визначеного типу і ніякі інші. Таким чином, якщо деяке a_j при будь-якій розмітці дорівнює нулю, то x_j^{aj} - можно уважати несуттєвою відмінною.

F - функція інцидентності, що вказує на наявність дуг, які з'єднують місця з переходами. Представимо її як предикат $F(p_1, p_2, \ldots p_n)$, де $p_i \in \{1, 2, \ldots k)$. Якщо існує дуга із P_1 в V_1, то $p_1^1 = 1$. Таким чином, функція інцидентності для сітки Петрі з рис.1 може бути записана в такому вигляді: $F: = p_1^2 \wedge p_2^3 \wedge p_3^4 \wedge \wedge p_4^5 \wedge p_5^6 \wedge p_6^2 \wedge p_7^3 = 1$, де для p_i^j $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, k}$; $i = \overline{1, 7}$; $j = \overline{1, 6}$.

H - функція інцидентності, що вказує на наявність дуг, які з'єднують переходи з місцями, визначається аналогічно функції F, як предикат $H(v_1, v_2, \ldots v_k)$. Якщо існує дуга із V_1 в P_2, то $v_1^2 = 1$, де $v_i \in \{1, 2, \ldots n\}$. Таким чином, таблиця інцидентності для сітки Петрі з рис.1 може бути записана у такому вигляді: $H = v_1^1 \wedge v_2^2 \wedge v_3^3 \wedge v_4^4 \wedge v_5^5 \wedge v_5^6 \wedge v_5^7 = 1$, де для v_i^j $i = \overline{1, k}$; $j = \overline{1, n}$; $i = \overline{1, 5}$; $j = \overline{1, 7}$.

Cond - множина умов зпрацьовування переходів $\{C_1, C_2, \ldots C_k\}$, де к - кількість переходів сітки. Для розкрашеної сітки Петрі Cond буде мати вигляд

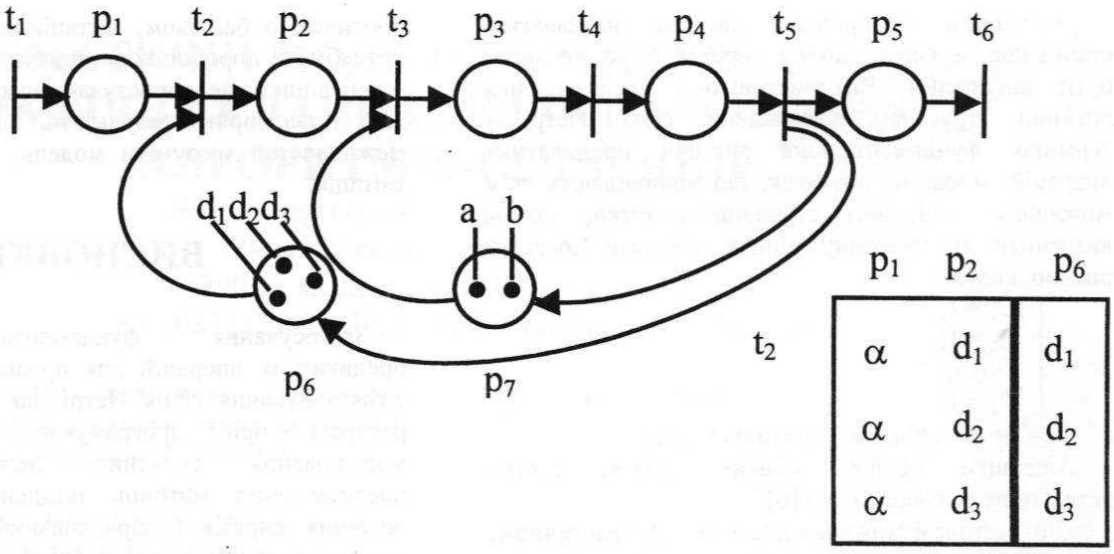

Рисунок 2.1 Розкрашена сітка Петрі та умови зпрацьовуваання переходу t_2.

кон'юнкції логічних виразів, так для сітки з рис.1 умова C_2 для переходу V_2 буде мати вигляд:

$$C_2 = (x_6 / 0\ P_1\ (x_1,\dots, x_{10}) \vee x_1 / 0\ P_6\ (x_1,\dots, x_{10})) \wedge$$
$$\wedge (x_6 / 0\ P_1\ (x_1,\dots, x_{10}) \vee x_2 / 0\ P_6\ (x_1,\dots, x_{10})) \wedge$$
$$\wedge (x_6 / 0\ P_1\ (x_1,\dots, x_{10}) \vee x_3 / 0\ P_6\ (x_1,\dots, x_{10})) = 0. \quad (2.2)$$

Зручніше записати умови у вигляді системи рівнянь:

$$C_{21} = x_6 / 0\ P_1\ (x_1,\dots, x_{10}) \vee x_1 / 0\ P_6\ (x_1,\dots, x_{10}) = 0,$$
$$C_{22} = x_6 / 0\ P_1\ (x_1,\dots, x_{10}) \vee x_2 / 0\ P_6\ (x_1,\dots, x_{10}) = 0,$$
$$C_{23} = x_6 / 0\ P_1\ (x_1,\dots, x_{10}) \vee x_3 / 0\ P_6\ (x_1,\dots, x_{10}) = 0.$$

Для того щоб визначити загальний вигляд умови зпрацьовування переходу для розкрашеної сітки Петрі введемо предикатну операцію G:

$$G_i\ (P, X) = x_i / X\ P\ (x_1,\dots, x_m), \quad (2.3)$$

де X може приймати значення 0; x_i^{ai-1}; x_i^{ai+1}.

Тоді умова (2.2) буде мати вигляд :

$$C_{21} = G_6\ (P_1, X) \vee G_1\ (P_6, X) = 0,$$
$$C_{22} = G_6\ (P_1, X) \vee G_2\ (P_6, X) = 0,$$
$$C_{23} = G_6\ (P_1, X) \vee G_3\ (P_6, X) = 0, \quad (2.4)$$

де X = 0.

Використовуючи (2.3), умови зміни розмітки вихідних місць переходу V_2 сітки с рис.1 запишемо у вигляді:

$$R_{21} = G_1\ (P_2, X),$$
$$R_{22} = G_2\ (P_2, X),$$
$$R_{23} = G_3\ (P_2, X), \quad (2.5)$$

где $X = x_i^{ai+1}$.

V - скінченна непорожня множина предикатних операцій $\{V_1, V_2,\dots V_k\}$, що зовуться переходами. Зпрацьовування перехода є множиною операцій над предикатами P_i та, отже, предикатом розмітки M які мають вигляд:

$$V_i = C_{il}\ (G_s\ (P_j, X)) \vee R_{il}\ (G_s\ (P_j, Y)), \quad (2.6)$$

де $l = \overline{1, u}$; $i = \overline{1,k}$; $j = \overline{1, n}$;

$s \in \{1, m\}$;

$X = x_s^{as-1}$; $Y = x_s^{as+1}$.

M_0 - початкова розмітка. Розмітка являє собою предикат виду

$$M = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n. \quad (2.7)$$

Визначення обмеженої ординарної сітки Петрі в термінах алгебри предикатних операцій наведено в [5].

2.1 ВИЗНАЧЕННЯ МНОЖИНИ ТУПІКОВИХ СТАНОВИЩ

Сітки Петрі були розроблені і використовуються для моделювання. Однак само моделювання малокорисне. Необхідно провести аналіз системи, що моделюється. Цей аналіз, можливо сподіватися, приведе до глибокого проникнення у поведінку системи, що моделюється. Декілька методів аналізу вже розроблено, однак в області аналізу сіток Петрі існує ще багато проблем.

Сітки Петрі можна аналізувати трьома різними методами. Перший метод - імітація. Це дуже схоже на відладку та виконання програми. Це означає, що ми можемо виконувати модель сітки Петрі для отримання статистичних результатів про поведінку системи, що моделюється.

Другий метод аналізу - входження графів (або простір становищ, або досягаємість графів). Основною ідеєю після входження графів є побудова орієнтованого графу, який має вузол для кожного можливого становища системи і дугу для кожної можливої зміни становища. Очевидно, такий граф може бути дуже великим навіть для маленької сітки Петрі. Однак, він може бути побудований і проаналізований повністю автоматично. Існують техніки, які роблять можливим таку обробку ущільнених входжень графів. Ці техніки основані на класах еквівалентності.

Третій метод аналізу - інваріанти місць. Цей метод дуже схожий з використанням інваріантів у простій веріфікації програми. Користувач конструює множину рівнянь, які задовольняють кожному становищу системи яке можна досягти. Рівняння використовуються для доведення властивостей системи, що моделюється, тобто відсутність мертвих точок (тупікових становищ).

Тупіковим становищем системи називається становище, в якому жоден перехід сітки не може бути запущений. Використовуючи представлення логічної структури розкрашеної сітки Петрі у термінах фундаментальної алгебри предикатних операцій, множина розміток, що відповідають всім можливим тупіковим становищам сітки, можна визначити як множину рішень системи логічних рівнянь виду:

$$\begin{cases} C_1 = 1; \\ C_2 = 1; \\ \dots\dots\dots \\ C_k = 1, \end{cases}$$

де к - кількість переходів у сітці.

Алгоритм пошуку рішень схожих систем детальніше розглядається в [6].

Цим методом можливо довести у математичному розумінні, що система має певну множину властивостей поведінки. Однак, промислові системи часто такі складні, що не можливо або, при наймні, дорого зробить повне доведення їхньої коректності. Тому, формальні методи веріфікації повинні розглядатися як доповнення до більш неформальних результатів, що одержані за допомогою засобів імітації. Використання формальної веріфікації часто виділяє більш важливі підсистеми або більш важливі аспекти всієї системи.

3. СИСТЕМА ISICPN ІНТЕРАКТИВНОЇ ІМІТАЦІЇ РОЗКРАШЕНОЇ СІТКИ ПЕТРІ

Система ISICPN - інструментальний засіб для роботи з розкрашеними сітками Петрі без контролю часу, правила зпрацьовування переходів якої реалізуються за допомогою фундаментальної алгебри предикатних операцій. Ця система обладнана зручним інтерфейсом і призначена для інтерактивної імітації розкрашеної сітки Петрі (РСП), з наданням можливості внесення змін у структуру сітки та перевірки властивостей збереження і обмеженості. Програма реалізована на мові Delphi.

Вхідними даними є параметри та структура РСП-сітки що вводяться користувачем, вихідні дані - структура сітки (текстовий файл), значення властивостей для даної структури.

РСП-моделі без контролю часу звичайно використовуються для перевірки функціонально-логичної коректності системи. Під час інтерактивної імітації користувач керує всім процесом. Можливо побачити ефект окремих кроків безпосередньо на графічному зображенні розкрашеної сітки Петрі. Це означає, що користувач може досліджувати різні становища та обирати між можливими переходами. Інтерактивна імітація схожа на покрокову відладку. Це дає можливість при наскрізному контролі РСП-моделі досліджувати різні сценарії та перевіряти, чи відповідає робота моделі очікуванням. Це протилежно багатьом, імітаційним пакетам, що не потребують доробок користувача, які часто діють, як чорні ящики, де користувач може визначати вхідні дані і перевіряти результати, але має дуже мало можливостей зрозуміти модель, на якій зоснована імітація.

ВИСНОВКИ

Застосування фундаментальної алгебри предикатних операцій для представлення та опису функціонування сіток Петрі дає суттєву економію ресурсів при програмуванні, особливо для моделювання складних систем, тому що представлення матриць інцідентності у вигляді логічних виразів (упорядкований рядок символів) значно зкорочує час пошуку. Дане твердження несправедливе тільки в одному випадку, якщо в сітці кожне місце буде виявлятися вхідним та вихідним місцем для кожного переходу, що малоймовірно. Фундаментальна алгебра предикатних операцій дозволяє формалізувати такі перетворення сіток Петрі, як приєднання, вилучення, накладення і т.і. сіток Петрі у алгебрі регулярних сіток Петрі [3]. Використання можливостей розкрашених сіток Петрі в поєднанні з апаратом фундаментальної алгебри предикатних операцій дозволяє успішно моделювати функції інтелекту людини. Система ISICPN може бути використана як інструментальний засіб під час розробки інтелектуальних агентів. Однак, розв'язання в даних термінах задач досяжності разметки значно підвищить ефективність моделювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ю.П. Шабанов-Кушнаренко *Теория интеллекта. Математические средства.* - Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1984.-144с.
2. З. В. Дударь, Н. С. Кравец, Ю. П. Шабанов-Кушнаренко. *О фундаментальной алгебре предикатных операций.* \\ Проблемы бионики, 1998. Вып. 49.с.3-13.
3. З. В. Е. Котов *Сети Петри.* - М.:Наука, 1984 - 160с.
4. C.Dimitrovici, U.Hummert, L. Petrucci *Semantics, Compositions and Net Properties of Algebraic High-level Nets*, 1991.
5. Н.С. Кравец *Моделирование структуры сетей Петри с помощью алгебры предикатных операций* Вестник ХГПУ Новые решения в современных технологиях, 1999. Вып. 44.с.13-14.
6. Д.Э. Ситников *Методы решения уравнений алгебры конечных предикатов с параметрами и их применение в информационных системах:* Дисс. на соиск. уч. степ. канд. тех. наук /05.25.05/.-Харьков, 1991.-177с.+приложения.