

# SIMULATION OF THE RADIATION CREEP OF A REACTOR FUEL

Tarasov V.A.

SDB "Molnija", Prohorivskaja St.45, 65005, Odessa, Ukraine

Phone: (048) 7323164 Fax: (048) 7324906

E-Mail: [kpmo@farlep.net](mailto:kpmo@farlep.net)

Are submitted the computer system for radiation creep simulation, developed on the basis of the offered model of a radiation creep and the method of dynamic simulation of a dislocation movement, and results of computer experiment on radiation creep research on an example of technical uranium and its alloys with the small additions of molybdenum (0,9 %  $\div$  1,3 %).

## 1. INTRODUCTION

The special interest represents study of a radiation creep of materials. The majority of experimental data on radiation creep concerns to already used in working reactors materials, which were tested in conditions close to working modes of reactors. The experimental researches of radiation damage of materials and change of their properties are connected to the large expenses of work, means and time, and also frequently with significant difficulties of technical and technological character. The large variety of theoretical models of radiation creep is united by one common parcel - presence in an irradiated material of high concentration of point defects (PD) and sinks for them. The account of this parcel with attraction of dislocation representations allows to explain features of radiation creep of materials under a loadings by result of gliding and climbing of dislocations in a field of the distributed obstacles. The theoretical models, constructed on the basis of these representations and using the analytical description, allow to receive analytical expressions for speed of radiation creep, allowing qualitatively to judge character of influence of some factors on radiation creep rate. However quantitative revealing of features of radiation creep on the basis of model of dislocation movement in a field of the distributed obstacles is possible only with attraction of methods of mathematical simulation on a computer. Therefore special value is represented by development of computer systems for radiation creep simulation, allowing to receive estimations of radiation creep speed in significant ranges

of change of such parameters, as temperature, loading and density of a radiation flow.

The computer simulation of nuclear structures of defects in crystals and their reorganizations under influence of loadings, thermal fluctuations and irradiation became the important method of research. The authors [1] consider, that the time comes nearer, when the statement anyone (especially expensive) experiment in radiation physics will be preceded by its computer simulation. Many models of computer simulation of radiation defects allowing are nowadays known to find in this or that approximation types of defective structures. Clearly, however, that the finding of defective structures, that is finding of distributions in space of a various sort of defects of a crystal lattice, is only first step of research. Its following step should consist in study of influence of all set of defects on change of those or other physical properties of metals at an irradiation. The development of computer simulation of radiation damages, as was emphasized in [2], is connected to development of complex computer simulation systems, which will unite in themselves various more private algorithms of simulation of nuclear structures of defects in crystals and their reorganization. Preliminary structure of such system submitted in a fig.1 there was discussed.

The development of ideal computer system for radiation creep simulation demands development of complex simulation system, which structure will be coordinated to structure submitted on a fig. 1. However development of such system while remains by affair of the future. Today efforts are concentrated on development simplified simulation radiation creep system, which main component is the system of dislocation movement simulation, for which work all other necessary making (fig. 1) are set as entrance parameters, for with the help of such systems it is possible to receive estimations of radiation creep speed. In the future the developed simulating systems of dislocation movement will enter by a key part in ideal computer system simulating radiation creep of materials.

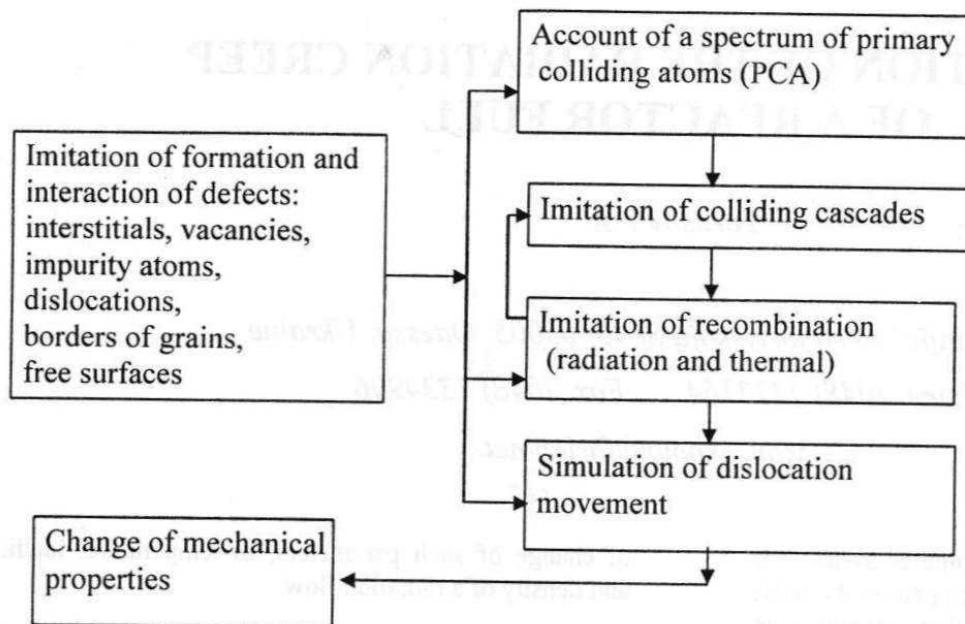


Fig. 1. The structure of system simulating influence of an irradiation on mechanical properties.

## 2. PHYSICAL MODEL OF RADIATION CREEP

The physical model accepted by the author, assumes presence in an irradiated material active to movement dislocations, obstacles for driving dislocations, as which the spherical centers of expansion of various capacity and dislocation loops of a edge type were considered, and PD (interstitials and the vacancies), generated by an irradiation (in divided materials PD are generated also by process of braking of splinters of division), and the established concentration PD considerably exceeds thermoequilibrium. The model of a radiation creep is explained within the framework of the mechanism of gliding and climbing dislocations based on the conception of a dislocation as not ideal sink for PD [3]. The model is efficient for installed concentration PD, considerably exceeding thermally steady state concentration. The gliding of dislocation are describing as due to moving dislocation kinks in Peierl's relief. The climbing of dislocation are describing as due to moving dislocation jogs.

## 3. METHOD OF DYNAMIC SIMULATION OF FLEXIBLE DISLOCATIONS MOVING

The mathematical model of dislocation movement is based on model of dislocation gliding in a Peierl's relief, carried out by means of movement of kinks, and on model of dislocation climbing carried out by means of movement of dislocation jogs being sinks for PD [3]. The obstacles are described by the fields of stress, for example, voids, spherical congestions of point defects,

spherical allocation in alloys and, under certain conditions, admixture atoms in solid solutions of replacement, and also the introduced splinters of divided materials are described by a stress field of a spherical-symmetric center of expansion.

According to a method of dynamic simulation of dislocations movement mathematical simulation on the computer of gliding and climbing of flexible dislocation was carried out as follows. On a dislocation line gets out N of basic points (each point there corresponds an elementary segment of a dislocation line), the movement by each of which pays off according to the equations of the following system:

$$\begin{aligned}
 (\vec{V}, \vec{\xi}) &= 0, \\
 (\vec{V}, \vec{n}_{gl}) &= A_1 |\vec{dF}_{el}| (\text{sign} \{ \vec{dF}_{fr} - (\vec{dF}_{el}, \vec{n}_{gl}) \} - 1), \quad (I) \\
 (\vec{V}, \vec{n}_{cl}) &= A_2^I (\vec{dF}_{el} + \vec{F}_{con}^I, \vec{n}_{cl}) - A_2^V (\vec{dF}_{el} + \vec{F}_{con}^V, \vec{n}_{cl}),
 \end{aligned}$$

where  $\vec{V}$  - speed of movement of a basic dislocation point,  $\vec{\xi}$  - unit tangent vector of a dislocation line,  $\vec{n}_{gl}$  - unit vector determining a direction of gliding,  $\vec{n}_{cl}$  - unit vector determining a direction of climbing,  $\vec{dF}_{el}$  - force caused by elastic stress fields (a stress of external loading, a stress of obstacles, a stress of dislocation self-action),  $\vec{dF}_{fr}$  - force of friction determined by a starting stress of dislocation,  $A_1$ -coefficient, the meaning for which can be received from expression for speed of gliding dislocation,  $A_2^a$  - the coefficients, the meanings for which can be received from expression for speed of climbing dislocation,  $\vec{F}_{con}^a$  - concentration forces caused by superfluous concentration of PD [3].

The equation system (1) is adhered to local system of coordinates, formed by vectors  $\vec{\xi}, \vec{n}_{gl}, \vec{n}_{cl}$ , and at movement of flexible dislocation these vectors can change the direction, therefore in common system of coordinates the making speeds of movement of a basic point are defined by the following expression

$$V'_i = \ell_{ij} V_j, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2)$$

where  $V_j$  - are calculated on the equations (1),  $\ell_{ij}$  - cosines of angles between axes of local and common systems of coordinates. The location of a basic point "n" in common system of coordinates through k- steps of account is defined by expression

$$(x_i^n)^k = (x_i^n)^{k-1} + (V'_i)^k \cdot \tau, \text{ where } i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

The location of a dislocation line is defined by means of approximation of the locations of basic points. At realization of simulating accounts it was considered, that at the initial moment of time dislocation is rectilinear and has edge character, that the boundary points of a dislocation line are so removed from obstacles, that the direction of a dislocation line in these points remains constant.

#### 4. COMPUTER SYSTEM, SIMULATING OF A RADIATION CREEP, AND RESULTS OF SIMULATION

The computer system simulating of radiation creep of the block of a model crystal, taking place under action of stretching loading, is developed, according to above described theoretical model of radiation creep and method of dynamic simulation of gliding and climbing dislocations. It is considered, that in the block of a model crystal a planes of active dislocation gliding are focused in relation to the enclosed external loading according to angle  $\lambda = 45^\circ$  and active dislocations, which movement is simulated and also which movement causes creep, rely originally rectilinear and parallel to an axis OX<sub>1</sub>.

Agrees [4] creep rate of the simulated block of a crystal is estimated according to expression

$$\dot{\epsilon} = b \rho u^*, \quad (4)$$

$$\text{where } u^* = \frac{1}{\Delta t \rho V} \sum_i^N \Delta S_i, \quad (5)$$

$\rho$  - density of mobile dislocations,  $b$  - module of a Burger's vector,  $\Delta S_i$  - area, covered i dislocation in time  $\Delta t$ ,  $V$  - volume of a crystal,  $N$  - number of dislocations in volume  $V$ .

As obstacles were considered spherical centers of expansion and edge dislocation loops (simulates of a prismatic dislocation loop both interstitial and vacancy type formed in a plenty in uranium at an irradiation).

The account of stress (external stress, stress of the spherical center of expansion, stress of a dislocation loop, stress of dislocation self-action) is carried out in elastic continuum approach.

At realization the computer experiments on radiation creep research for the block of a modeling crystal the parameter of a crystal lattice, size of atom, coefficients of diffusion, characteristics and other parameters, which task is necessary for modeling were set appropriate for uranium. Let's result some of them:  $\mu = 7,05 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $v = 0,35$ , radius of atom  $r_a = 1,41 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ , Burger's vector of dislocation  $b = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ , dislocation density  $\rho \sim 10^{13} \text{ m}^{-2}$ , formation energies of vacancy and interstitial accordingly -  $F_V \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  and  $F_I \approx 5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , formation energy of a dislocation kink  $F_K \approx 1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , formation energy of  $F_{jog} \approx 1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . In a wide range of temperatures active dislocation, ensuring deformation of uranium, are dislocations, having a Burger's vector in direction [110] and system of sliding (010) [110].

At realization the computer experiments on radiation creep research of technical uranium and its alloys with the small additions of molybdenum (from 0,9 % up to 1,3 %) the following results are received. The received dependence of the established radiation creep rate of technical uranium from external loading has linear character and is in the good consent with experimental data [5]. The dependence of the established radiation creep rate of technical uranium from interstitial concentration is received. As the interstitial concentration is proportional to density of a neutrons flow, the comparative analysis of the submitted curve and experimental dependence of established radiation creep rate of technical uranium from density of a flow of neutrons is competent [5]. The comparative analysis shows that settlement and experimental dependence qualitatively and quantitatively are coordinated among themselves [5]. Comparison of the received results and experimental data also allows to make a conclusion that the established interstitial concentration in uranium at density of a flow  $\sim 10^{12} \text{ n/cm}^2 \text{s}$  is in an interval  $10^{-11} \div 10^{-13}$ .

In the fig.2 the curve of dependence of the established radiation creep rate from temperature for the technical uranium received as a result of simulating accounts at loading  $\sim 1 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$  and established interstitial concentration  $\sim 10^{-12}$  is submitted. In the fig.2 the curve of dependence of the established radiation creep rate from temperature for alloys of uranium with the small additions of molybdenum (0,9%÷1,3 %), received as a result of simulating accounts at loading

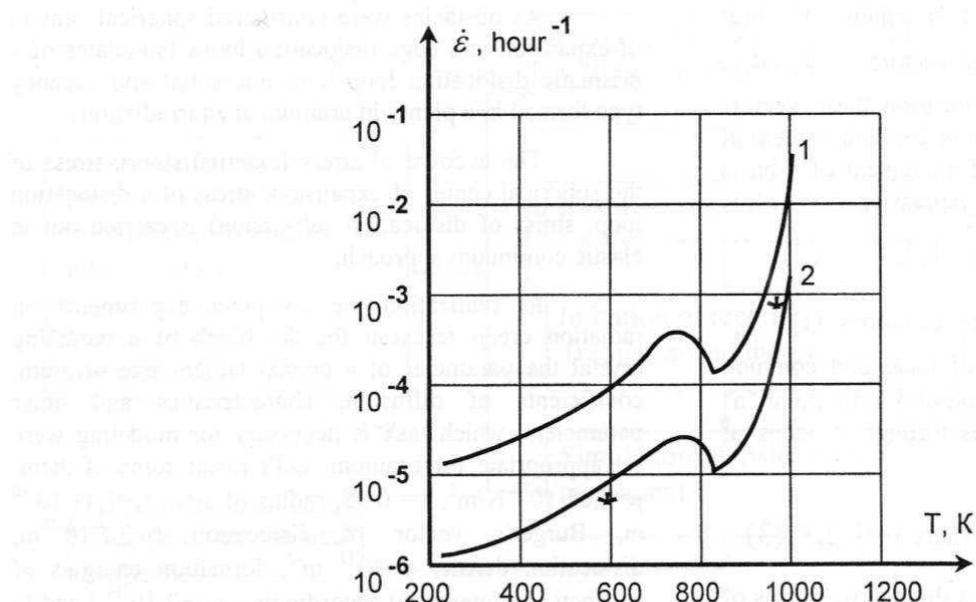


Fig. 2. The temperature dependencies of the established radiation creep rate  $\dot{\varepsilon}$  for the technical uranium (curve 1) and for alloys of uranium with the small additions of molybdenum ( $0,9\%-1,3\%$ ) (curve 2) at neutron flow density  $\sim 10^{12} \text{ n/cm}^2\text{s}$  and loading  $\sim 1 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ , where  $T$  - temperature (\* - experimental meanings [6, 7]).

$\sim 1 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$  and established interstitial concentration  $\sim 10^{-13}$ , is also submitted. At construction of a curve the experimental data given in works [6, 7] were taken into account and marked on figure by asterisks.

## 5. CONCLUSION

The computer system for radiation creep simulation, developed on the basis of radiation creep model, considering gliding and climbing dislocations as a not ideal sink for PD, and method of dynamic modeling of dislocations movement, is submitted.

The results of computer experiment on radiation creep of technical uranium and its alloys with the small additions of molybdenum (from 0,9 % up to 1,3 %) are received.

Are submitted the curve of dependence of the established radiation creep rate from temperature for the technical uranium and the curve of dependence of the established radiation creep rate from temperature for alloys of uranium with the small additions of molybdenum ( $0,9\%-1,3\%$ ), received as a result of simulating accounts. The submitted curves allow to predict temperature behavior of uranium and its alloys and having practical importance for successful designing of reactor elements, their safe operation and forecasting of their behavior in emergencies.

The received results show that the developed computer system is effective addition to direct experimental researches.

## REFERENCES

- Кирсанов В.В., Орлов А.Н. Моделирование на ЭВМ атомных конфигураций дефектов в металлах. // Успехи физических наук.–1984.–Т. 142, вып.2.–С. 219–264.
- Агранович В.М., Кирсанов В.В. Проблемы моделирования радиационных повреждений в кристаллах. // УФН.–1976.–Т. 118, вып.1.–С. 3–51.
- Тарасов В.А. Математическое моделирование радиационной ползучести реакторного топлива на примере урана и его сплавов. // Ядерная и радиационная безопасность.–1999.– Т. 2, вып. 1.– С. 77–107.
- Предводителев А.А. Анализ возможностей построения теории упрочнения из опытов по дислокациям.–К.: Наукова думка, 1972. –С. 74 –94.
- Айтхожин Э.С., Ибрагимов Ш.Ш., Кусаинов С.К., Пятилетов Ю.С. Исследование радиационной ползучести альфа-урана. // Известия АН Каз. ССР. Серия физико-математическая, 1981, N6, с. 42–46.
- Дашковский А.И., Маскалец В.Н., Тарасов В.А. Исследование физико-механических свойств металлов и сплавов: Отчет о НИР / МИФИ. № 81020398,0282. 0075503. –М.: 1981. –34с.
- Дашковский А.И., Маскалец В.Н.; Тарасов В.А. Исследование физико-механических свойств металлов и сплавов: Отчет о НИР / МИФИ. № 81020398, 0283.0035655. –М.: 1982. –18с.

# ПРО ОДИН МЕТОД АДАПТИВНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ НЕПЕРЕВНИХ СИГНАЛІВ АПРОКСИМУЮЧИМИ ІМПУЛЬСНИМИ СПЕКТРАМИ

Воронова О.С.

Відділення гібридних моделюючих та керуючих систем в енергетиці ПМЕ НАН України,  
м. Київ, вул. ген. Наумова 15, т. 444-98-35

Викладено метод адаптації сітки для неперевних сигналів з довільною кількістю особливостей, який базується на апроексимуючих імпульсних спектрах (AIC). Наведено приклади застосування методу. Отримані результати порівнюються з результатами апроексимації по рівномірним сіткам.

При обробці інформації часто виникає потреба апроексимації сигналів, що є комбінацією швидко та повільно змінюючихся компонент. У випадку апроексимації таких сигналів по системі локальних базисних функцій виникає питання про вибір частоти дискретизації або, іншими словами, кроку сітки. Використання рівномірної сітки приводить або до надлишкового представлення сигналу на ділянках, де переважають компоненти, що повільно змінюються (якщо вибір кроку визначається точністю апроексимації швидких компонент), або до великих похибок в апроексимації швидко змінюючихся компонент сигналу (див. мал. 1, б).

В роботі пропонується один з алгоритмів адаптації сітки та апроексимації такого роду сигналів. Даний алгоритм спирається на особливості локально-імпульсних систем базисних функцій, а саме, системи базисних функцій, що складається з блочно-імпульсних та кусково-лінійних базисних функцій, яка є модифікацією системи запропонованої в [1, 2]:

$$v_i(t) = \sigma(t - (i-1)h - a) - \sigma(t - ih - a), \quad (1)$$

$$w_i(t) = \left( \frac{2(t-a)}{h} + 1 - 2i \right) v_i(t), \quad i = 1, \dots, m. \quad (2)$$

Зручність такої системи базисних функцій в тому, що по-перше, ця система є ортогональною, а по-друге, в кожній підсистемі проміжки визначення базисних функцій не перетинаються. Отже ми можемо розглядати апроексимацію сигналу на кожному інтервалі  $[a + (i-1)h, a + ih]$  незалежно від решти області визначення сигналу. Дійсно, при використанні локально-імпульсних функцій (1)-(2) мі отримуємо кусково-поліноміальну апроексимацію сигналу:

$$x_a(t) = \sum_{i=1}^m (X_0(i)v_i(t) + X_1(i)w_i(t)), \quad (3)$$

де  $X_0$  та  $X_1$  – компоненти вектора  $\tilde{X}$  спектра сигналу  $x(t)$  [2]:

$$X_0(i) = \frac{1}{h} \int_{a+(i-1)h}^{a+ih} x(t)v_i(t)dt = \frac{1}{h} \int_{a+(i-1)h}^{a+ih} x(t)dt, \quad (4)$$

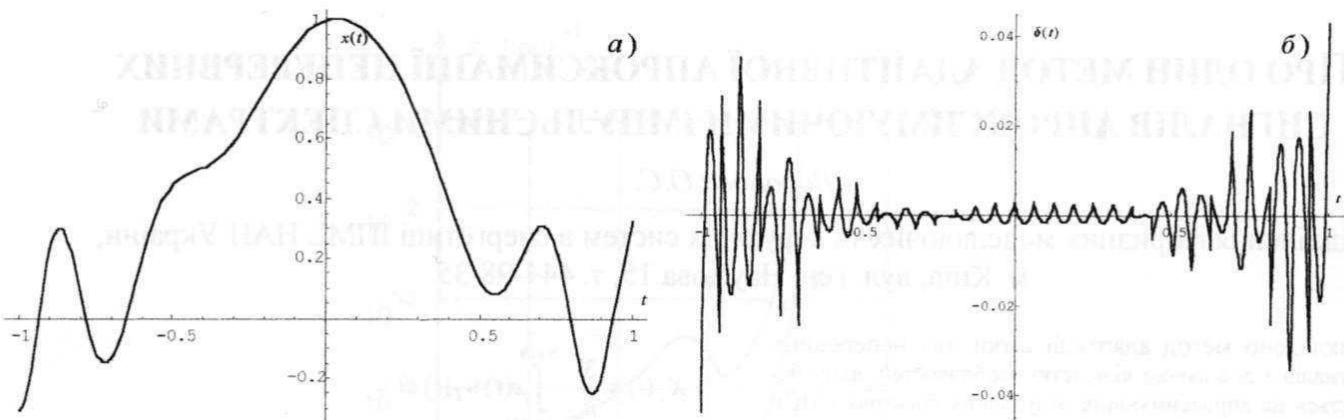
$$\begin{aligned} X_1(i) &= \frac{3}{h} \int_{a+(i-1)h}^{a+ih} x(t)w_i(t)dt = \\ &= \frac{3}{h} \int_{a+(i-1)h}^{a+ih} x(t) \left( \frac{2(t-a)}{h} + 1 - 2i \right) dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Як можна помітити з (3), апроексимуючий поліном  $x_a(t)$  фактично складається з  $m$  поліномів першої степені, кожен з яких визначено на проміжку  $[a + (i-1)h, a + ih]$ . Не важко переконатися, що відхилення апроексимації  $x_a(t)$  від заданого сигналу на всьому інтервалі  $[a, b]$  є сумаю відхилень від сигналу поліномів вигляду:  $X_0(i)v_i(t) + X_1(i)w_i(t)$ , де  $i = 1, m$  – номер підінтервалу.

Нехай розглядається сигнал  $x(t)$  на проміжку зміни аргументу  $t: [a, b]$ . На цьому інтервалі введемо рівномірну сітку з кроком  $h_0$ :  $\bar{\omega}_0 = \{t_j = a + ih_0, i = 1, m_0\}$ . Припустимо, що середньоквадратичка похибка повинна розподілятися рівномірно, тоді можна перейти від оцінки похибки на всій області визначення до оцінки середньоквадратичної похибки на  $i$ -тому підінтервалі. При цьому на кожному інтервалі  $[a + (i-1)h_0, a + ih_0]$  інтеграл середньоквадратичної похибки повинен складати  $\epsilon/m_0$ , де  $\epsilon$  – задана точність. Проте, при апроексимації сигналу по рівномірній сітці  $\bar{\omega}_0$  зустрічатимуться підінтервали, на яких похибки будуть значно більше (менше) заданого порогового значення (див. мал. 1, б).

Оберемо один з підінтервалів, на якому похибка більше заданого значення. Нехай для визначеності це буде проміжок  $[a, a + h_0]$ . Розглядаючи його як нову область визначення сигналу, що досліджується, можна ввести на ньому рівномірну сітку  $\bar{\omega}_1$  з меншим кроком  $h_1$  (скажімо,  $h_1 = h_0/2$ ) та отримати на ній більш точну апроексимацію. Оцінивши відхилення на кожному підінтервалі сітки  $\bar{\omega}_1$ , можна знову виділити ділянки, на яких похибка перевищує задану точність та застосувати до них запропоновану процедуру.

Таким чином, ми отримуємо ітераційний процес покращання сітки. Якщо на кожній ітерації ми будемо модифіковувати сітку, замінюючи ті ділянки сітки  $\bar{\omega}_{j-1}$ , на яких похибка перевищує порогове значення, більш точними сітками  $\bar{\omega}_j$ , то отримаємо нерівномірну сітку  $\bar{\omega}$ , на кожному підінтервалі якої апроексимація відхиляється від сигналу у припустимих межах. Більш того, якщо в процесі модифікації сітки ми будемо зберігати спектр сигналу на тих ділянках,



Мал. 1. Приклад апроксимації сигналу по рівномірній сітці. (а) Сигнал, що апроксимується, та (б) похибка апроксимації цього сигналу по рівномірній сітці з кроком  $h = 0.0625$ .

де похибка апроксимації лежить у припустимих межах, можна отримати спектр та апроксимацію сигналу по сітці  $\bar{\omega}$ .

Оскільки система базисних функцій (1)-(2) безпосередньо залежить від вибору сітки, то можна говорити про ітераційну зміну системи базисних функцій. Можна також зауважити, що в запропонованій процедурі використовуються елементи теорії мультирезолюційного аналізу [3,4], оскільки отриману таким чином систему базисних функцій, визначену на нерівномірній сітці, можна розглядати як систему, що породжується з “материнської функції” (в даному випадку двох “материнських функцій”) шляхом масштабування та зсуву. Користуючись тією ж термінологією про вихідну систему (1)-(2) можна сказати, що вона породжується з материнських функцій лише за допомогою зсуву.

Для наочності продемоструємо запропонований алгоритм апроксимації та відновлення сигналу на прикладі. Розглянемо сигнал (мал. 1, а):

$$x_1(t) = \frac{t}{\pi} \cos(4\pi t^2) + e^{-5t^2} \quad (6)$$

на інтервалі зміни аргументу  $[-1, 1]$  та задамо порядок точності  $\epsilon = 10^{-3}$ . Введемо вихідну рівномірну сітку  $\bar{\omega}_0$ , в якої кількість інтервалів дорівнює  $m = 8$ . Далі будуємо за формулами (3)-(5) апроксимацію сигналу (мал. 2, а) та оцінимо інтеграл середньоквадратичної похибки на кожному підінтервалі сітки:

$$\epsilon_h = \{ 0.00745, 0.00036, 0.00005, 0.00005, \\ 0.00011, 0.00002, 0.00029, 0.00804 \}$$

Якщо врахувати припущення про рівномірний розподіл похибки, то отримаємо, що на кожному підінтервалі похибка не повинна перевищувати  $\epsilon/m = 0.125 \cdot 10^{-3}$ . В нашому випадку це виконується скрізь за винятком 1, 2, 7 та 8 підінтервалів  $\bar{\omega}_0$ . Модифікуємо AI-спектр функції  $x_1(t)$ , записавши нулі замість значень спектру на перших двох та на останніх двох підінтервалах та збережемо отриманий спектр. Для спрощення процедури відновлення сигналу необхідно також зберегти інформацію про поточну сітку. В якості параметрів, що описують сітку

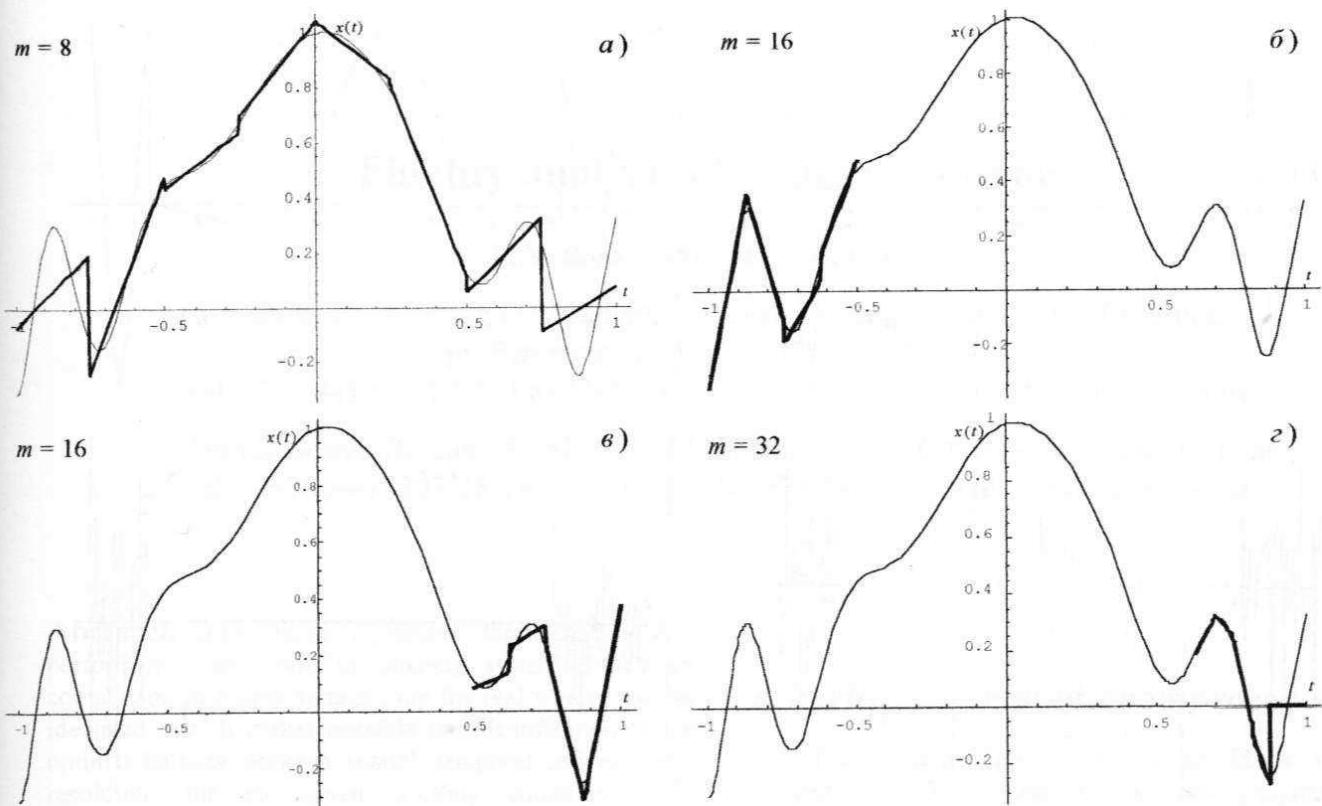
були обрані величина кроку, кількість врахованих підінтервалів та ліва межа області, на якій визначено сітку. Таким чином, частина спектру функції  $x_1(t)$ , яка відповідає  $m = 8$ , матиме вигляд:

$$\{ 0.0, 0.53575, 0.86909, 0.94073, 0.46411, 0.0, \\ 0.0, 0.10302, 0.16958, -0.10692, -0.34964, 0.0, \frac{1}{4}, 8, -1 \}$$

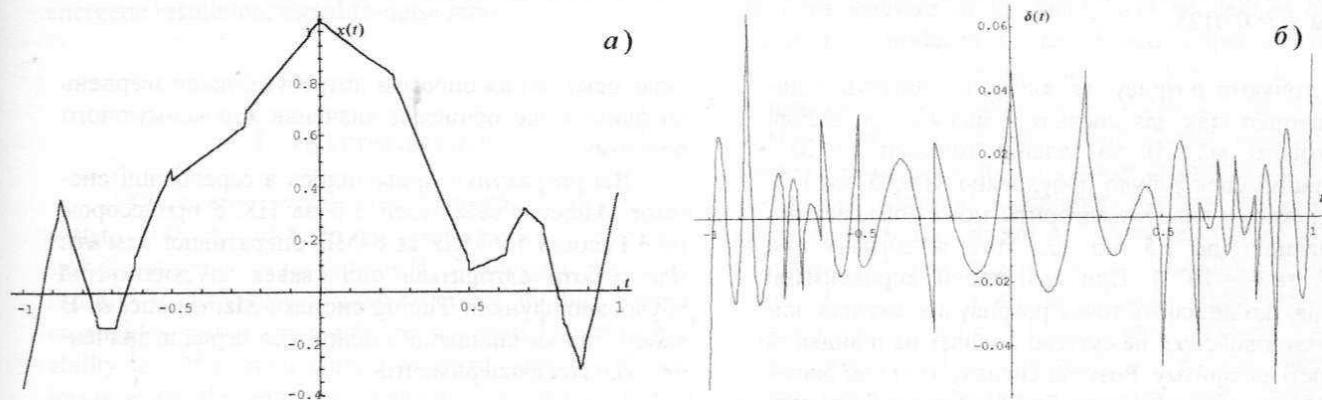
Згідно запропонованої процедури, розглянемо дві області:  $I_1 = [-1, -0.5]$  та  $I_2 = [0.5, 1]$ . Кожна з цих областей складається з двох інтервалів сітки  $\bar{\omega}_0$ . Збільшимо (для визначеності подвоїмо) кількість інтервалів розбиття для кожної з областей  $I_1$  та  $I_2$ . Іншими словами, ми переходимо до нової рівномірної сітки  $\bar{\omega}_1$  з  $m = 16$ , але розглядатимемо сигнал лише на перетині  $\bar{\omega}_1$  з вказаними областями. Оскільки з точки зору мультирезолюційного аналізу параметр  $m$  можна розглядати як параметр масштабу, то можна говорити про представлення сигналу на новому масштабі. Отже переходимо на новий масштаб та послідовно повторимо для областей  $I_1$  та  $I_2$  вищезгадану процедуру. Будемо повторювати цю процедуру для все більш точних масштабів представлення сигналу доти, доки на кожному підінтервалі отриманої нерівномірної сітки похибка не буде перевищувати  $\epsilon/m_j$ , де  $m_j$  – масштабний параметр відповідної сітки.

В нашому прикладі процес уточнення сітки завершиться після трьох ітерацій (мал. 2):  $m = 8$ ,  $m = 16$ ,  $m = 32$ , і ми отримаємо спектр функції  $x_1(t)$ :

$$\hat{X} = \{ \{ 0.0, 0.53575, 0.86909, 0.94074, 0.46411, 0.0, \\ 0.0, 0.10302, 0.16958, -0.10692, -0.34964, 0.0, \frac{1}{4}, 8, -1 \} \\ \{ -0.00679, 0.12961, 0, 0.30781, \\ 0.35818, -0.23501, 0, 0.17337, \frac{1}{8}, 4, -1 \}, \\ \{ 0.10906, 0, 0, 0.03274, \\ 0.02875, 0, 0, 0.34338, \frac{1}{8}, 4, \frac{1}{2} \} \\ \{ -0.13549, -0.01376, -0.00099, 0.10951, \frac{1}{16}, 2, -\frac{3}{4} \}, \\ \{ 0.24720, 0.28762, 0.08756, -0.19398, \\ 0.06183, -0.03499, -0.15465 - 0.09257, \frac{1}{16}, 4, \frac{5}{8} \} \}$$



Мал. 2. Кілька ітерацій процесу адаптації сітки. Жирною кривою показані апроксимуючі поліноми на рівномірних сітках, що введені на підінтервалах, а тонкою кривою – сигнал, що апроксимується.

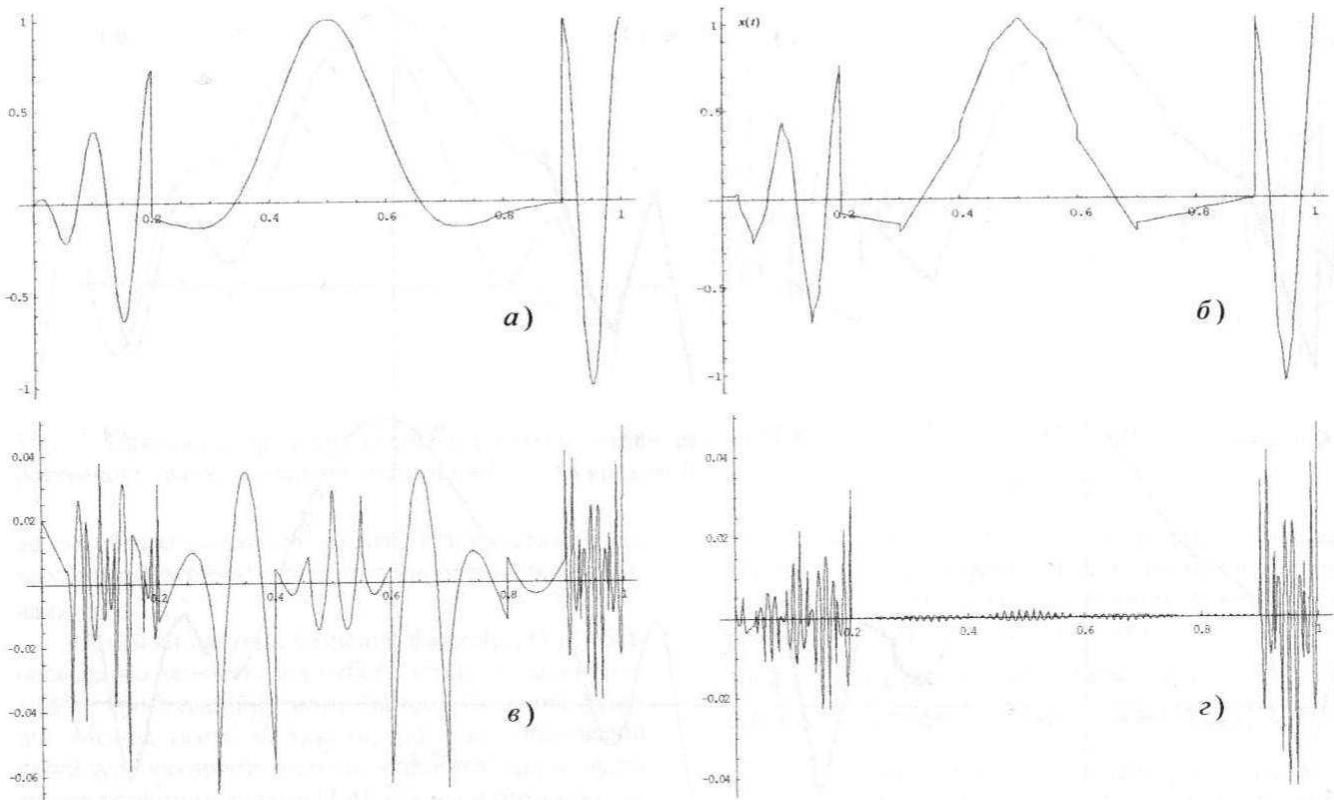


Мал. 3. (а) Апроксимація функції  $x_1(t)$  по нерівномірній сітці та (б) графік функції похиби.

Відновити сигнал можна наступним чином. Для кожної рівномірної підсітки за формулою (3) будуємо апроксимуючий поліном, при цьому всю необхідну інформацію (елементи вектора спектра, границі сумування, розмір кроку, межі інтервала апроксимації) можна отримати з відповідної компоненти вектора  $\hat{X}$ . Сума отриманих апроксимуючих поліномів і дає апроксимацію сигналу на всій області визначення  $[a, b]$  (мал.3,а). На мал.3,б показано графік похиби апроксимації  $x_1(t)$  по адаптованій сітці. При цьому інтеграл середньоквадратичної похиби на проміжку  $[-1, 1]$  склав  $0.522786 \cdot 10^{-3}$ . Для порівняння наведемо результати апроксимації даного сигналу по рівномірній сітці. Максимальне значення масштабного параметра, яке використовувалось під час побудови адаптованої сітки дорівнює  $m = 32$ . Цьому масштабу

відповідає рівномірна сітка з кроком  $h = 0.0625$ . Графік похиби апроксимації по цій сітці продемонстровано на мал.1,а; при цьому інтеграл середньоквадратичної похиби склав  $0.114275 \cdot 10^{-3}$ .

Запропонований алгоритм було реалізовано у вигляді пакету в середовищі системи Mathematica 3.0 [5] та було протестовано на сигналах різних типів (наприклад, мал.1,а та мал.4,а). При проведенні чисельних розрахунків також оцінювалась швидкодія алгоритму у порівнянні з алгоритмами апроксимації сигналів по рівномірній сітці AI-спектрами другого порядку. Наведемо деякі отримані результати. При побудові адаптивного спектру сигналу, що має точки розриву (мал.4,а), збіжність алгоритму в значній мірі залежить від вибору початкової рівномірної сітки. Якщо вихідну сітку обрано так, що її вузли співпада-



Мал. 4. Адаптивна апроксимація сигналу, що має точки розриву 1-го роду. (а) Сигнал, який складається з двох сінусоїд та так званого “мексиканського капелюха”, (б) апроксимація цього сигналу по адаптованій сітці , (в) графік похибки апроксимації по адаптованій сітці та (г) відхилення від сигналу апроксимації по рівномірній сітці з кроком  $h = 0.0125$ .

ють з точками розриву, то алгоритм збігається досить швидко (так для сигналу з мал.4,а при виборі початкового  $m_0 = 10$  та заданій точності  $\epsilon = 10^{-3}$  адаптивний спектр було побудовано за 9,65 сек.). У протилежному випадку алгоритм може збігатися дуже повільно (до 1,5 год. для того ж сигналу при  $m_0 = 2$  та  $\epsilon = 10^{-3}$ ). При адаптивній апроксимації сигналів, що не мають точок розриву або скачків, вибір початкової сітки не суттєво впливає на швидкість збіжності алгоритму. Розклад сигналу  $x_1(t)$  по рівномірній сітці з кроком, що забезпечує відповідну точність, виконується (в залежності від вигляду сигналу) в 3-10 разів швидше.

Проте, оскільки при адаптивній апроксимації відбувається суттєва компресія інформації про сигнал (до 45% в залежності від типу сигналу) у порівнянні з представленням за допомогою рівномірної сітки, що забезпечує відповідну точність, при відновленні сигналу по його адаптивному спектру ми отримуємо значний виграш у швидкодії. Для ілюстрації, порівняємо час, витрачений на побудову графіку функції похибки:  $\delta(t) = x(t) - x_a(t)$ , де  $x(t)$  – сигнал, а  $x_a(t)$  – апроксимуючий поліном. Так, на побудову графіків з мал.1,а та мал.4,г знадобилося по 14.2сек. та 39.9сек., відповідно, а на побудову графіків з мал.3,б та мал.4,в – 4,25сек. та 9.6сек., відповідно. При обчисленні інтегралів середньоквадратичної похибки для апроксимації по рівномірній та адаптивній сіткам різниця у витратах часу стає ще біль-

шою, оскільки ця операція потребує більше звернень до функції, що обчислює значення апроксимуючого поліному.

Всі розрахунки проводились в середовищі системи Mathematica® версії 3.0 на ПК з процесором Intel Pentium 166MHz та 64MB оперативної пам'яті. Час роботи алгоритмів оцінювався за допомогою вбудованої функції Timing системи Mathematica®. В якості оцінки швидкодії вибиралося середнє значення з кількох експериментів.

#### Література

- Симак Л.А. Аппроксимирующие импульсные спектры в приложении к дробно-дифференциальному анализу. - Киев, 1989. - 56с. (Препр./ АН УССР. Ин-т проблем моделирования в энергетике; 89-8).
- Васильев В.В., Симак Л.А., Чечь В.В., Воронова О.С., Косова А.М., Пилипенко Н.Н. Методы аппроксимации и цифровой обработки сигналов мониторинга. - Киев, 1988. - 72с. (Препр./ НАНУ. ОМУСЭ ИПМЭ; №02/98).
- Васильев В.В., Симак Л.А., Воронова О.С., Апроксимация в спектральных методах моделирования динамических систем. Сравнительный анализ. - Киев, 1988. - 70с. (Препр./ НАНУ. ОГМУСЭ ИПМЭ; №04/98).
- Mallat S.G. A theory for multiresolution decomposition: The wavelet representation. // IEEE Trans. on Pattern. Anal. and Machine Intell., – 1989, vol.11. – p.674-693.
- Wolfram S. The Mathematica Book: Wolfram Media / Cambridge University Press. – 1996, – 1403p.

# Fidelity analysis of imaging systems.

V.N. Borovytsky<sup>a</sup>, V.V. Fesenko<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Optical Engineering Department, National Technical University of Ukraine,  
pr. Peremogy 37, Kyiv 252 056, Ukraine

Tel. (380-44) 441-10-22 Fax (380-44) 274-59-32 E-mail borovytsky@spie.org.ua

<sup>b</sup> Central Design Bureau "ARSENAL" Moskovskaya Str. 8, Kyiv-10, 03 601 Ukraine  
Tel. (+380-44) 293-28-19 Fax. (+380-44) 573-94-29 E-mail vfes@ukrpack.net

**Abstract.** The paper represents the technique for performance prediction of imaging systems based on comparison of output signals from the real system and the idealized one. It makes possible the identification of the optimal balance between spatial, temporal and energetic resolution for the given working conditions. The optimization procedures based on fidelity maximization are also discussed.

**Key words:** fidelity, imaging systems, spatial resolution energetic resolution, signal-to-noise ratio.

## 1. Introduction

There are several requirements to an imaging system (IS) that defines the performance - energetic, spatial and temporal resolutions [1,2]. Energetic resolution is ability to distinguish a small difference in output signal amplitudes that is limited by noise. Spatial resolution is ability to differ small objects or small parts of object's image where the principal limitation factor is reduction of high spatial frequencies caused by optics and detector dimensions. Temporal resolution is ability to differ fast changing of output signal amplitude in time when object moves in a field of view. Its limitation factor is reduction of high temporal frequencies in detector and read-out electronics. Generally the energetic and spatial resolutions are the most important requirements in IS design.

The key problem of IS design is to maximize the integrate parameter of IS quality called performance [1,2]. It is obvious that the performance depends on the mentioned requirements. Thus the results of design procedures will be defined by the technique of performance prediction. Summarizing said above it is clear how important is to investigate the objective techniques for performance prediction that consider all principal effects of analog-digital and analog-digital-analog IS with or without human observer [3,4].

## 2. Performance prediction procedure.

The principal application of an IS is image representation. For example, an analog-digital IS represents the input optical signal in form of a matrix of digital values, analog-digital-analog IS represents it in a form of a definite realization of an analog signal. Thus the objective measure of IS quality will be defined by the distortions introduced by an IS into output signal. To calculate these distortions it is convenient to create mathematical abstraction as an idealized IS. The idealized IS is a model of an IS with infinity spatial, temporal and energetic resolutions. Infinity spatial resolutions mean that spatial and temporal modulation transfer functions are equal to one and a detector and electronic do not produce any noise. Mathematically we can calculate the output signal of this IS. Now we can introduce performance as a measure of similarity between output signals from an investigated IS and an idealized one. Of course, there are known some possibilities to calculate signal difference. The least-square error shows the absolute value of the difference, coefficient of correlation clears the difference between linear combinations of the signal and the losses of information represents the difference of amplitude distributions [4,6].

## 3. Fidelity evaluation technique.

We consider the fidelity using the proposed abstraction - an idealized IS. This approach is different from the techniques mentioned in [4,5]. The fidelity will be an absolute measure of difference between the output signals of investigated and idealized IS in sense of normalized least-square error [4,5]. It helps as to calculate the losses in spatial and energetic resolutions. We consider digital representation of output signals. Thus the fidelity can be written in the following form [4]:

$$F = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (U(i, j) - U_c(i, j))^2}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U(i, j)^2} \quad (1)$$

where  $i, j$  - the coordinates of pixels,  
 $N_x, N_y$  - the dimensions of the output signal matrix,

$U(i, j), U_c(i, j)$  - the output signals of the idealized IS and the real one that are two-dimensional arrays of pixels, respectively. The output signal of the real IS contains two parts: the signal losses after spatial transformations including spatial filtering, sampling, digital processing -  $U_{SL}(i, j)$  and noise  $U_N(i, j)$  [4,5]:

$$U_c(i, j) = U(i, j) - U_{SL}(i, j) + U_N(i, j)$$

We accept an assumption about absence of correlation between noise and the losses  $U_{SL}(i, j)$  and noise  $U_N(i, j)$ . Now we can rewrite (1) in the following form doing some transformations:

$$\begin{aligned} F &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (U(i, j) - U_c(i, j))^2}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U(i, j)^2} = \\ &= 1 - \left( \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U_{SL}(i, j)^2}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U(i, j)^2} + \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U_N(i, j)^2}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U(i, j)^2} \right) = \\ &= 1 - (NSL^2 + NEL^2) \end{aligned} \quad (2)$$

where NSL - the normalized spatial losses coefficient that characterizes the relationship between the signal losses and energy of an output signal of an idealized IS:

$$NSL^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U_{SL}(i, j)^2}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U(i, j)^2}$$

NEL - the normalized energetic losses coefficient that characterizes the relationship between variance of noise and energy of the output signal of an idealized IS. It is connected with the signal-to-noise ratio (SNR):

$$NEL^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U_N(i, j)^2}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} U(i, j)^2} = \frac{1}{SNR^2}$$

It is obviously that each system has the definite ratio between NSL and NEL. Other words, an IS represents a definite balance between spatial and energetic resolutions for the given working conditions. To get the better IS it is necessary to find the better balance between spatial and energetic resolutions.

#### 4. Parameter optimization.

It is possible to apply the expression (2) for optimization considering NSL and NEL as functions of IS parameters including the coefficients of an embedded digital filter:

$$\begin{aligned} F &= 1 - (NSL^2 + NEL^2) = \\ &= 1 - (NSL^2(p_1, p_2 \dots p_M, c_1, c_2 \dots c_N) + \\ &\quad + NEL^2(p_1, p_2 \dots p_M, c_1, c_2 \dots c_N)) \rightarrow \max \end{aligned} \quad (3)$$

where  $p_1, p_2 \dots p_M$  - the parameters of an IS,  
 $c_1, c_2 \dots c_N$  - the coefficients of a digital filter.

According to (2) optimization changes a ratio between NSL and NEL to reach an optimum balance between energetic and spatial resolutions to guarantee the highest similarity of the output signals.

Note, NSL and NEL can be found for any IS without human observer. But by adding characteristics of human vision into the process of calculation of NSL and NEL it is possible to get fidelity F for an IS with human observer [1,2]. It is obvious that  $F=1$  when an IS do not introduce any distortions into the output signal, other word when the IS acts as an idealized one (3). The case  $F=0$  represents the situation when energy of the total distortions is equal to one of the output signal of idealized IS and the output signal of an IS is almost corrupted (2,3).

The following results illustrates the application of the proposed approach for performance evaluation. We consider the IS with typical values of parameters: it has diffraction limited optics with aperture diameter 120 mm, focal length 200 mm, a scanning system shifts image with the linear velocity 1.2 m/sec, a linear focal plane array contains CTH photodiodes working in 8 – 12 mkm optical range and electronics that does signal integration during 20 mks. The object is a standard 4 bars test with background temperature  $T_b=293$  K, temperature difference “target-background”  $\Delta T$ , angular period of a bar  $\alpha_x$  [1,2]. The IS computer simulation software calculated the characteristics F, NSL and NEL as functions of the dimension of a photosensitive elements  $X_e$  for the following working conditions: case 1 -  $\alpha_x = 1'$ ,  $\Delta T=0.1$  K; case 2 -  $\alpha_x = 2'$ ,  $\Delta T=0.2$  K; case 3 -  $\alpha_x = 2'$ ,  $\Delta T=0.05$  K (Pic.1,2,3). When the dimension  $X_e$  is getting bigger the IS will have higher energetic resolution and the lower spatial one (Pic.2). On the contrary, the smaller dimension increases spatial resolution but it decreases energetic one (Pic.3). Thus for

the given working conditions it exists the optimal values  $X_e$  which guarantees the highest performance. The results of computer simulation confirm this fact (Pic.1). The characteristics  $F = F(X_e)$  has one global maximum that corresponds the highest performance (Pic.1). The optimal values  $X_e$  are 0.02 – 0.03 mm for the critical working conditions (case1 – case 3) and they are dramatically depends on test-object characteristics (Pic.1). These results correspond to engineer's practice where the dimensions  $X_p, Y_p$  are in the range 0.025 – 0.05 mm (Pic.1,3). These results also show that for performance maximization it is necessary to reduce NSL because the influence of spatial harmonic reduction in case of a small test-object has much more negative influence than noise. Thus the optimal balance between energetic and spatial resolution will be represented by the ratio NEL/NSL that is equal 0.05 - 0.1 for the mentioned above working conditions (Pic.2, 3).

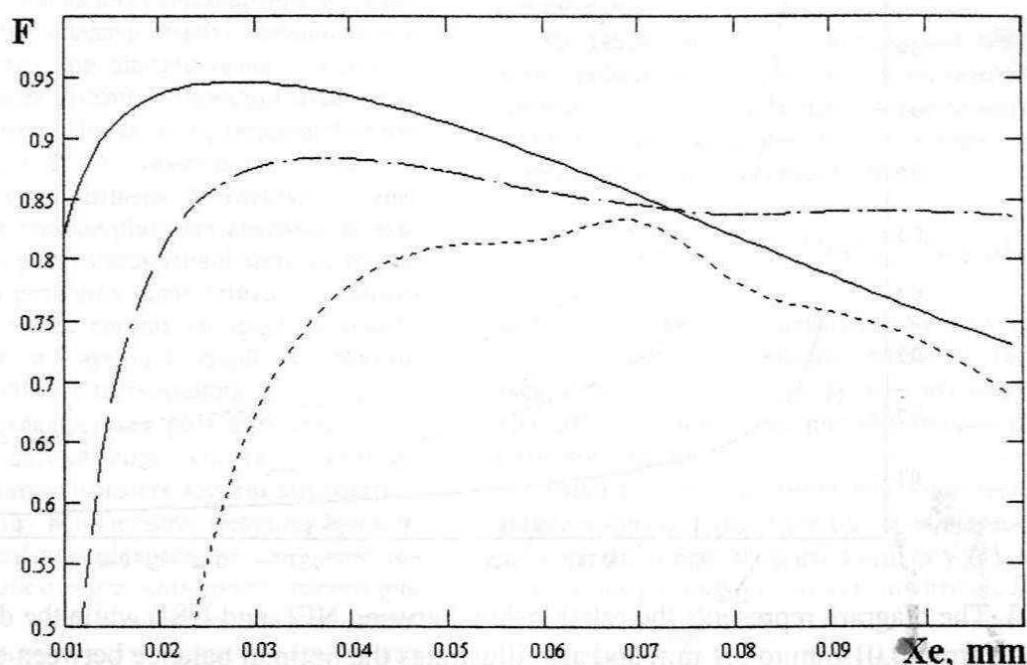
## 5. Conclusions.

The proposed approach for performance prediction has the following advantages. First, the performance becomes an objective measure of output signal distortions introduced by an IS for given working conditions. The proposed mathematical apparatus takes into account all principal factors that define efficiency of an IS – characteristics of input signal, IS parameters, characteristics of output signal. Second, the performance is specified by a fidelity  $F$ . It makes possible parametric optimization of an IS by maximization of a merit function (Pic.1). Third, there is a convenient and convincing

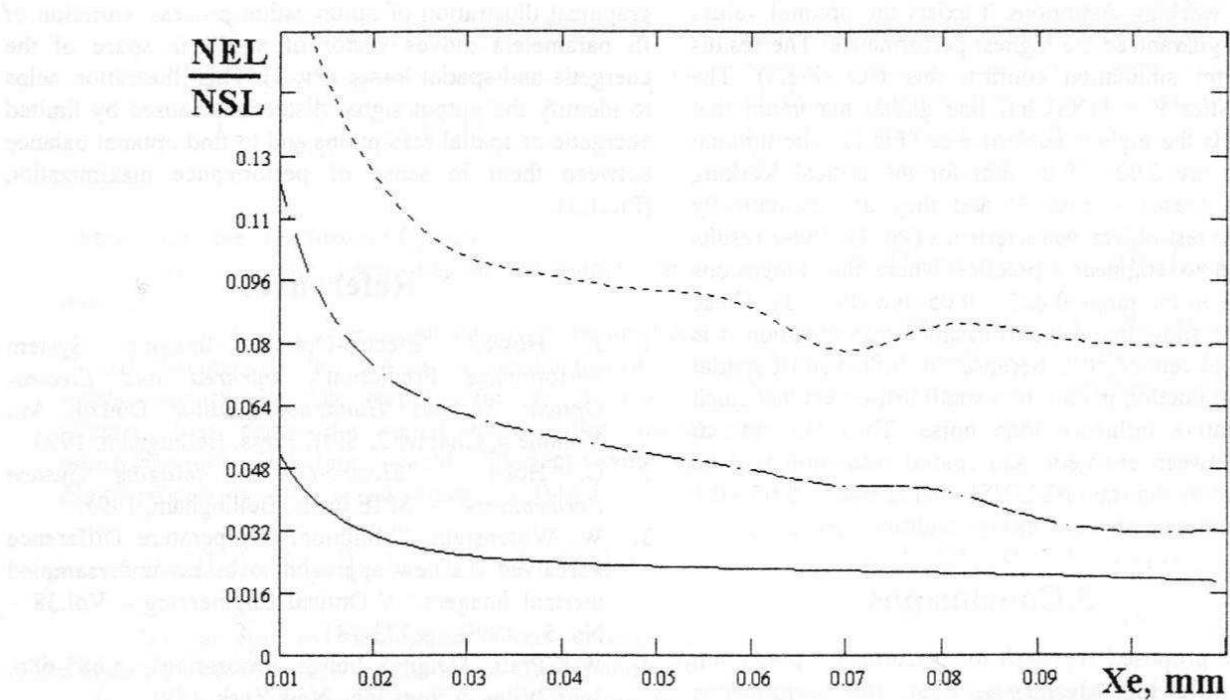
graphical illustration of optimization process: variation of IS parameters moves vector of an IS in space of the energetic and spatial losses (Pic.3). This illustration helps to identify the output signal distortions caused by limited energetic or spatial resolutions and to find optimal balance between them in sense of performance maximization (Pic.1,3).

## References

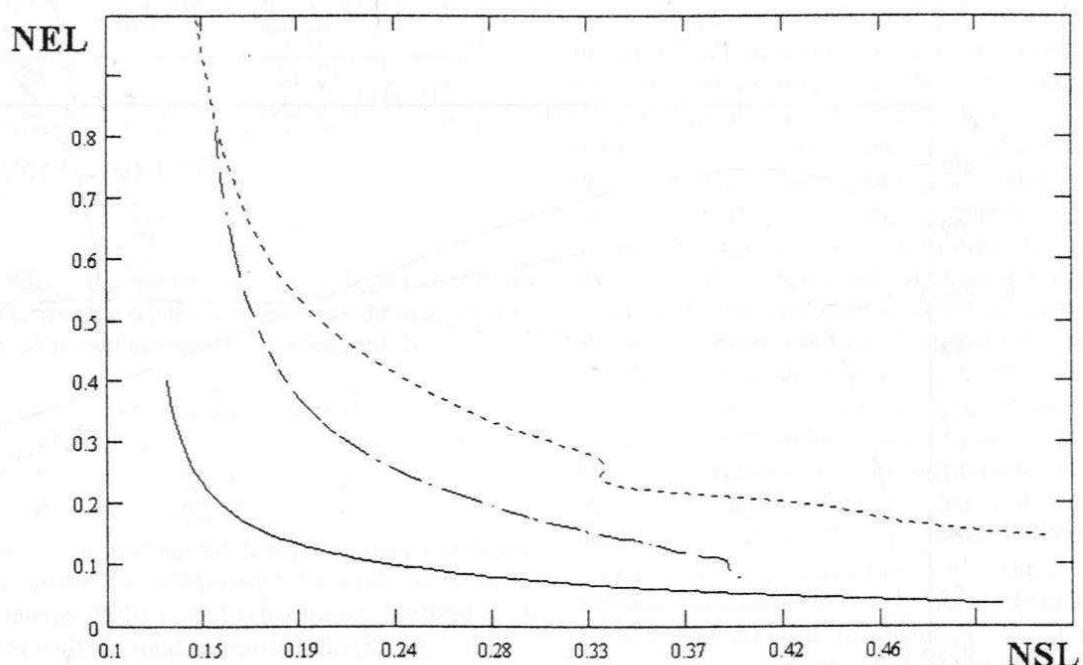
1. J. Howe, "Electro-Optical Imaging System Performance Prediction", *Infrared and Electro-Optical Systems Handbook*. Editor Dudzik M., Volume 4, Chapter 2, SPIE Press, Bellingham, 1993.
2. G. Holst , "Electro-Optical Imaging System Performance." - SPIE Press, Bellingham, 1995.
3. W. Wittenstein, "Minimum Temperature Difference Perceived - a new approach to assess undersampled thermal imagers." // Optical Engineering – Vol.38 – No. 5 – 1999 – p.773-781.
4. W.K.Pratt, "Digital Image Processing", p.685-686, John Wiley & Sons Inc., New York, 1991.
5. S.K. Park, Z. Rahman, "Fidelity analysis of sampled imaging systems." // Optical Engineering – Vol.38 – No. 5 – 1999 – p.786-800.
6. F.O. Huck, R.A. Gartenberg, S.K. Park, Z. Rahman, "Informatic-theoretic assessment of sampled imaging systems." // Optical Engineering – Vol.38 – No. 5 – 1999 – p.742-762.



Pic.1. The diagram represents the fidelity  $F$  as a merit function  $F(X_e)$  for the parametric optimization: solid line -  $\alpha_X = 1'$ ,  $\Delta T=0.1 \text{ K}$ ; dash line -  $\alpha_X = 2'$ ,  $\Delta T=0.2 \text{ K}$ ; dot line -  $\alpha_X = 2'$ ,  $\Delta T=0.05 \text{ K}$ .



Pic.2. The diagram represents the ratio NEL/NSL as a function of the dimension  $Xe$  to illustrate the optimal balance between the spatial and energetic resolutions :  
solid line -  $\alpha_X = 1'$ ,  $\Delta T = 0.1 \text{ K}$ ; dash line -  $\alpha_X = 2'$ ,  $\Delta T = 0.2 \text{ K}$ ; dot line -  $\alpha_X = 2'$ ,  $\Delta T = 0.05 \text{ K}$ .



Pic.3. The diagram represents the relationship between NEL and NSL while the dimensions  $Xe$  changes from 0.01 mm to 0.1 mm and also illustrates the optimal balance between the resolutions:  
solid line -  $\alpha_X = 1'$ ,  $\Delta T = 0.1 \text{ K}$ ; dash line -  $\alpha_X = 2'$ ,  $\Delta T = 0.2 \text{ K}$ ; dot line -  $\alpha_X = 2'$ ,  $\Delta T = 0.05 \text{ K}$ .

# АЛГОРИТМ І ПРИСТРІЙ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ НЕЛІНІЙНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ СИСТЕМ, ЯКІ ДОПУСКАЮТЬ ЛІНЕАРИЗАЦІЮ

СЕРГІЙ ЮХИМЧУК

Вінницький державний технічний університет, Україна, 21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95. Тел.(0432) 446848. Факс: (0432) 433375. E-mail: uhim @ vstu. vinnica.ua

Наводиться алгоритм і функціональна схема пристрою оцінки стійкості нелінійних нестационарних систем, які можливо лінеаризувати. За рахунок по тактної роботи пристрою, на який отримано патент України, він дозволяє розв'язати задачу автоматизації визначення стійкості класу систем, що розглядаються, у частотній області.

## ВСТУП

При проектуванні любих автоматичних систем необхідно забезпечити їх працездатність, тобто при функціонуванні вони повинні досягти поставленої мети із заданою точністю та якістю. Зрозуміло, що успішно розв'язати такі задачі можливо лише при забезпечені нормального їх функціонування та нечутливості до неминучих сторонніх збурень, від яких у принципі неможливо позбавитися при експлуатації будь-яких автоматичних систем контролю та управління технічних і технологічних об'єктів та процесів. Тобто, автоматичні системи повинні стійко працювати, незважаючи на дію на них різноманітних збурень.

Саме тому, перша задача аналізу поведінки, яка завжди розв'язується при діагностуванні таких систем - задача оцінки їх стійкості. Причому, якщо стійкість лінійних систем, для яких справедливий принцип суперпозиції, є їх властивістю (тобто вимога стійкості таких систем визначає її структуру та значення відповідних параметрів), для визначення якої існують відносно прості математичні методи, то для нелінійних систем розв'язок задач стійкості набагато складніший. Для таких систем не існує загальних критеріїв стійкості, а існуючи критерії, як правило, мають обмежену область застосування.

Ще більше ускладнюється розв'язок задач стійкості нелінійних автоматичних систем у випадку, коли під дією неконтрольованих збурень змінюються їх параметри, тобто вони стають нестационарними. При цьому слід особливо підкреслити, що, в принципі, дуже важко забезпечити незмінність параметрів систем любого класу при їх використанні у реальних промислових умовах, в яких практично неможливо позбавитися від таких неконтрольованих збурень як температура, вологість, запиленість, вібрації, електромагнітні завади, тощо.

В інженерній практиці широко застосовуються такі методи розрахунку нелінійних систем, які дозволяють, після деяких спрощень, застосувати математичний апарат, який використовується для дослідження лінійних систем. Найпоширенішим засобом, який дозволяє здійснити таке спрощення, є лінеаризація нелінійних систем. Крім того, коли параметри систем, що можуть бути лінеаризовані, змінюються не більше ніж на 20% на деякому інтервалі часу, то, якщо використати метод заморожуваних коефіцієнтів на цьому інтервалі, то лінеаризовану нелінійну систему зі змінними параметрами можливо розглядати як лінійну із постійними параметрами, аналіз поведінки якої можливо здійснювати добре, відомими методами [1, 2].

## 1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ

Якщо врахувати особливості Фур'є - інтегрального методу ідентифікації ФІМІ [3], то метод, що пропонується, можливо використати для аналізу стійкості систем при випадкових їх вхідних та вихідних сигналах.

Нагадаємо основні співвідношення ФІМІ, виходячи з роботи [3]. Відомо, що для лінійних або лінеаризованих систем зв'язок між їх характеристиками та характеристиками вхідного та вихідного сигналів задається рівнянням Вінера-Хопфа:

$$R_{yx}(\tau) = \int_0^{\infty} R_x(\tau - t)g(t)dt, \quad (1)$$

де  $R_{yx}(\tau)$  — взаємна кореляційна функція вихідного  $y(t)$  та вхідного  $x(t)$  сигналів систем, що досліджуються;  $R_x(\tau)$  — кореляційна функція вхідного сигналу  $x(t)$ ;  $g(t)$  — вагова характеристика лінійної або лінеаризуючої системи.

Якщо  $t_0$  — час взаємної кореляції вихідного та вхідного сигналів ( $R_{yx}(t_0) \approx 0$ ), то на відрізку  $[-t_0, t_0]$  дві кореляційні функції, які входять у (1), можливо розкласти у ряди Фур'є, які будуть мати вигляд:

$$R_x(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} a_l \cos l\omega_1 \tau, \quad (2)$$

$$R_{yx}(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} b_l \cos l\omega_1 \tau + \sum_{l=1}^{\infty} c_l \sin l\omega_1 \tau, \quad (3)$$

$$\text{де } \omega_1 = \frac{\pi}{t_0}, \text{ а}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{t_0} \int_{-t_0}^{t_0} R_x(\tau) \cos l\omega_1 \tau d\tau, \\ b_1 = \frac{1}{t_0} \int_{-t_0}^{t_0} R_{yx}(\tau) \cos l\omega_1 \tau d\tau, \\ c_1 = \frac{1}{t_0} \int_{-t_0}^{t_0} R_{yx}(\tau) \sin l\omega_1 \tau d\tau. \end{cases} \quad (4)$$

Якщо підставити (2), (3) в (1), то після нескладних перетворень, здійснених в роботі [3], можна отримати, що

$$\frac{b_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} b_l \cos l\omega_1 \tau + \sum_{l=1}^{\infty} c_l \sin l\omega_1 \tau = \frac{a_0}{2} P_0 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l P(l\omega_1) \cos l\omega_1 \tau - \sum_{l=1}^{\infty} a_l Q(l\omega_1) \sin l\omega_1 \tau. \quad (5)$$

Порівняння коефіцієнтів при однакових гармонійних складових у співвідношенні (5) приводить до системи рівнянь:

$$\begin{cases} P(0) = \frac{b_0}{a_0}, \\ b_1 = a_1 P(l\omega_1), \\ c_1 = -a_1 Q(l\omega_1). \end{cases} \quad (6)$$

А з (6) випливає, що:

$$\begin{cases} P(l\omega_1) = \frac{b_1}{a_1}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n; \\ Q(l\omega_1) = -\frac{c_1}{a_1}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (7)$$

де  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$  — відповідно, значення дійсної та уявної частотних характеристик систем, що досліджуються, на частотах  $\omega = l\omega_1$  ( $l=1, 2, 3, \dots, n$ ), а  $P(0)$  — значення дійсної частотної характеристики систем на частоті  $\omega=0$  (відмітимо, що  $Q(0)=0$ ).

Якщо використати формулювання частотного критерію Найквіста для стійкої розімкненої системи, то замкнена система буде стійкою, якщо виконується наступна умова:

$$P(l\omega_1) > -1 \text{ при будь-якому } Q(l\omega_1). \quad (8)$$

Таким чином, якщо використати умову (8), а відповідні значення частотних характеристик знайти за допомогою ФІМІ, то можна побудувати пристрій для автоматичного визначення стійкості замкнених нелі-

нійних систем, які можливо лінеаризувати, по частотних характеристиках розімкнених систем. При цьому підкреслимо, що якщо організувати потактну роботу пристрою, що пропонується, таким чином, щоб за такт його роботи параметри практично не змінювались, то такий пристрій можливо використати для оцінки стійкості нестационарних лінеаризованих систем. З викладеного зрозуміло, що таких умов можливо досягти, коли параметри не змінюються (або зміни незначні) за час  $t_0$ . Тобто, при виконанні вищезгаданих умов можливо розв'язати задачу робастної стійкості нелінійних нестационарних систем, динамічні процеси в яких можливо описати лінійними співвідношеннями за рахунок лінеаризації.

## 2.АЛГОРИТМ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ

Якщо підсумувати вище наведене, то при умові, що за час  $t_0$  параметри лінеаризованих систем не змінюються, або змінюються незначно, то для автоматизації процесу визначення стійкості систем, що розглядаються, необхідно:

- підрахувати значення функцій  $R_{yx}(\tau)$  та  $R_x(\tau)$ , які входять у (1);
- визначити значення коефіцієнтів їх розкладу у ряді Фур'є за співвідношенням (6.1.4.) та за допомогою цих коефіцієнтів визначити значення дійсної  $P(l\omega_1)$  та уявної  $Q(l\omega_1)$  частотних характеристик систем на частотах  $\omega = l\omega_1$  ( $l=0, 1, \dots, n$ ) за допомогою виразів (6);
- провести перевірку виконання умов (8) та забезпечити індикацію виконання чи невиконання цих умов.

## 3.ОПИС РОБОТИ ПРИСТРОЮ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ

Пристрій працює таким чином. Вхідний  $x(t)$  та вихідний  $y(t)$  сигнали системи, стійкість якої необхідно визначити (СК), поступають на входи корелятора, який підраховує значення кореляційних функцій  $R_x(\tau)$  та  $R_{yx}(\tau)$ . Значення  $R_x(\tau)$  та  $R_{yx}(\tau)$  поступають, відповідно, на перший та другий інформаційні входи першого блоку запису та зчитування. Одночасно з початком подачі сигналів із виходів корелятора подається сигнал з виходу генератора тактових імпульсів на вхід першого лічильного тригера, а з його інверсного виходу — на вхід управління першого блоку запису та зчитування (БЗС 1). Цей сигнал дозволяє запис кодованих значень  $R_x(\tau)$  та  $R_{yx}(\tau)$  у БЗС 1. Тривалість запису сигналів у БЗС 1 визначається частою імпульсів, які виробляються генератором і залежить від області застосування пристрою та характеристик систем, що досліджуються. Для успішної роботи пристрою, що пропонується, в телемеханічних системах необхідно вибирати частоту імпульсів за співвідношенням:

$$f = \frac{1}{2t_u}, \quad (9)$$

де  $t_u$  — тривалість вимірювання сигналів  $x(t)$  та  $y(t)$ .

Враховуючи відмічені раніше особливості методу, на якому базується робота пристрою, необхідно, щоб

$$t_u \approx t_0. \quad (10)$$

Зрозуміло, що частоту імпульсів, які виробляє генератор, можливо змінювати в залежності від умов використання даного пристроя та особливостей зміни параметрів систем, стійкість яких необхідно визначити. При цьому зміна частоти не впливає на роботу пристроя, робота якого розглядається.

Після закінчення часу  $t_u$  сигнал з інверсного виходу першого лічильного тригера дозволяє зчитування кодованих значень кореляційних функцій у БЗС 1, з якого вони поступають на входи першого та другого перетворювачів Фур'є, які здійснюють розклад  $R_x(t)$  та  $R_{yx}(t)$  у ряди Фур'є з частотою першої гармоніки  $\omega_1$  за співвідношеннями (4).

Сигнали, які відповідають значенням коефіцієнтів  $a_l$  ( $l = \overline{0, n}$ ), поступають на інформаційний вихід першого комутатора, а значення коефіцієнтів  $b_l$  та  $c_l$  ( $l = \overline{0, n}$ ) - відповідно, на перший та другий інформаційні входи другого комутатора. В цей момент часу подається сигнал запуску на вхід третього тригера.

Сигнал з виходу елементу АБО дозволяє проходження сигналів, які відповідають значенням  $a_l$ , на вхід першого блоку порівняння, а значення коефіцієнтів  $b_l$  та  $c_l$ , відповідно, на входи першого функціонального блоку та блоку зміни знаку.

У першому блокі порівняння реалізується операція перевірки умови  $a_l=0$ . Якщо ця умова виконується, то сигнал з одного із виходів даного блоку порівняння поступить на третій вхід індикатору та на одиничний вхід третього тригера, сигнал з прямого виходу якого подається на вхід елементу АБО та забороняє передачу сигналів з першого та другого комутаторів до того часу, поки не поступить сигнал запуску пристроя на нульовий вхід третього тригера. Відмітимо, що умова  $a_l=0$  є умовою припинення роботи пристроя, що пропонується.

Якщо ж  $a_l \neq 0$ , то сигнал з першого або третього виходів першого блока порівняння подається на синхронізуючий вхід регістра пам'яті, на інформаційний вхід якого подається сигнал, відповідний значенню коефіцієнту  $a_l \neq 0$ .

При наявності сигналу на вході синхронізації реєстра, значення коефіцієнту  $a_l$  подаються на перший та другий функціональні блоки, на виході яких формуються сигнали, відповідні значенням  $P(l\omega_1)$ ,  $Q(l\omega_1)$  у відповідності з (7).

Ці значення АФЧХ записуються у другий блок запису та зчитування (БЗС 2) при поступленні на вхід управління БЗС 2 сигналу з виходу одновібратора. Сигнал з одновібратора подається на нульовий вхід другого тригера з прямим динамічним входом. На одиничний вхід другого тригера подається сигнал з виходу елементу АБО. Сигнал з цього тригера подає-

ться на вхід блоку затримки сигналу, причому час затримки  $\tau$ , дорівнює тривалості виконання операцій, необхідних для отримання значень  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$  у відповідності з (7).

Після закінчення часу  $\tau$ , із виходу одновібратора подається імпульс, який дозволяє запис значень  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$  у БЗС 2.

Одночасно з моментом подачі імпульсу з одновібратора на вхід БЗС 2, подається сигнал, код якого дорівнює одиниці, на вхід другого блоку зміни знаку та сигнал нуля - на вхід третього блоку порівняння. На другі вхіди другого та третього блоків порівняння подаються, відповідно, значення  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$ .

При виконанні умов (8) для кожного значення  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$  з'явиться сигнал на виході другого елементу I. Зрозуміло, що для того, щоб прийняти рішення про стійкість системи, яка досліджується, умови (8) повинні виконуватися для всіх  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$  ( $l = \overline{0, n}$ ). Якщо умови (8) виконуються для всіх значень  $l$  ( $l = \overline{0, n}$ ), то на виході другого елементу I сигнал з'явиться  $n+1$  разів.

Подальша робота даного пристроя присвячена перевірці виконання умов (8) для всіх значень гармонічних складових (5). Для того, щоб здійснити таку перевірку, сигнал з виходу другого елементу I подається на лічильний вхід лічильника, який здійснює підрахунок кількості імпульсів, які поступають з другого елементу I. Сигнал, відповідний коду значень  $l$  ( $l = \overline{0, n}$ ) з лічильника, подається на другий вхід четвертого блоку порівняння, на перший вхід якого подається код числа гармонічних складових  $L=n+1$  рядів (2) та (3). Якщо умови (8) будуть виконані для всіх знайдених значень  $P(l\omega_1)$  та  $Q(l\omega_1)$ , то з'явиться сигнал на другому виході четвертого блоку порівняння, який подається на перший вхід блоку індикації, що засвідчує стійкість системи, що контролюється (СК). Поява такого сигналу є ознакою припинення роботи пристроя.

Якщо ж умови (8) не виконуються хоча б для однієї гармонічної складової, то з'являться сигнали на інших виходах другого та третього блоків порівнянь, які будуть подані на входи третього елементу I, з якого сигнал поступить на другий вхід індикатору. Поява такого сигналу є ознакою того, що система, яка досліджується, є нестійкою та також є ознакою припинення роботи пристроя.

Окремо відзначимо, що короткий імпульс з виходу другого елементу I подається також на вхід інвертора, на виході якого з'явиться сигнал, відповідний рівню логічного нуля, який подається на вхід першого елементу I, на виході якого буде рівень логічного нуля, який подається на вхід елементу АБО та забороняє зчитування сигналів з комутаторів. Після того, як імпульс з другого елементу I запишеться у лічильник, на вхід інвертора буде поданий сигнал, відповідний рівню логічної одиниці, а на його виході з'явиться сигнал, відповідний рівню логічного нуля.

Якщо ж число гармонічних складових  $L=I+1$  менше числа, яке підраховане в лічильнику та яке подається на вход четвертого блоку порівняння, то з'явиться сигнал на першому виході четвертого блоку порівняння.

няння. Цей сигнал буде поданий на другій вхід першого елементу I, з виходу якого буде поданий на вхід елементу АБО, що дозволить подальше зчитування сигналів з комутаторів та перевірку умов (8).

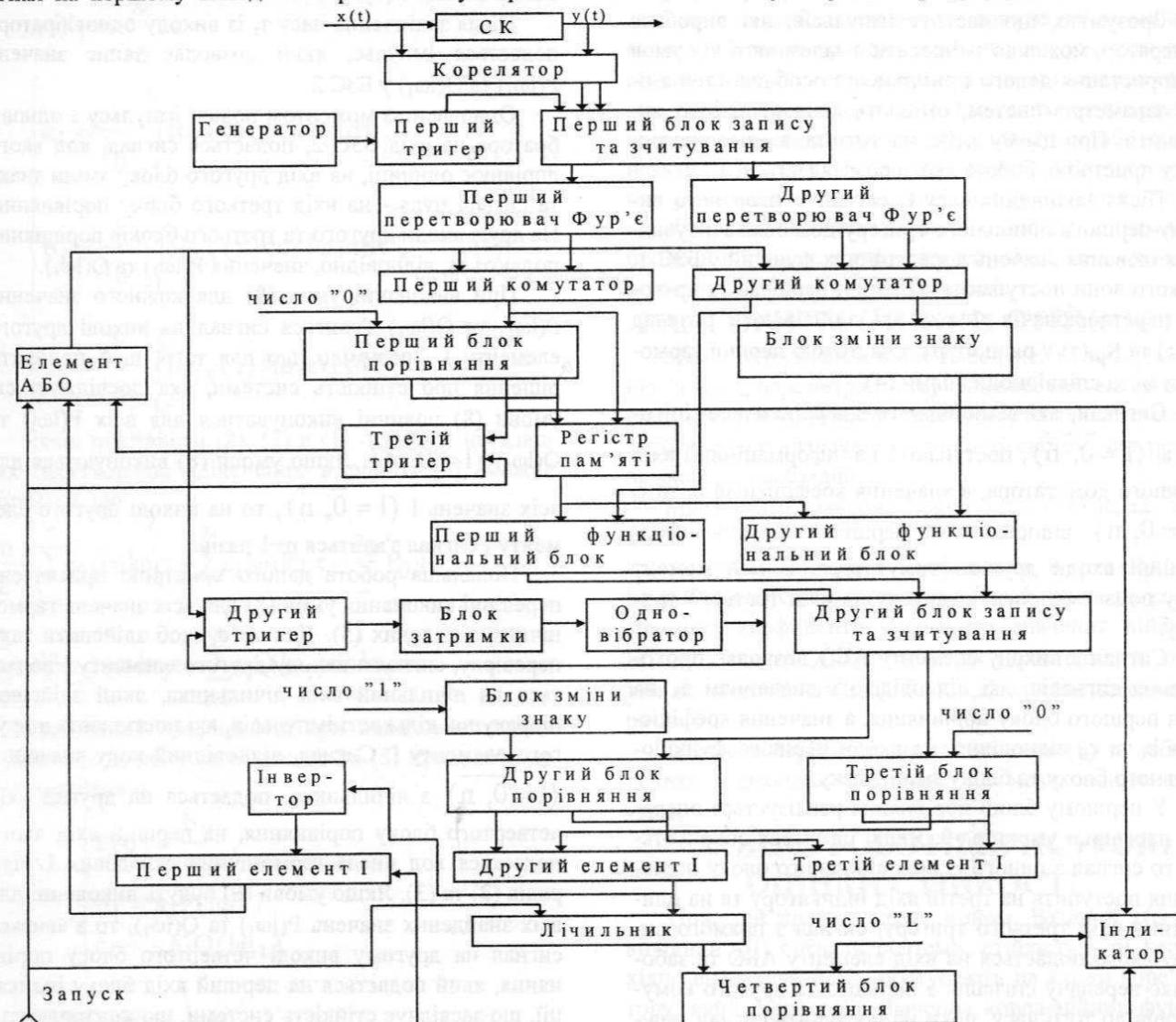


Рис.6.1. Функціональна схема пристроя до визначення стійкості систем, які можливо лінеаризувати.

## ВИСНОВКИ

Таким чином, запропонований пристрій працює потактно до моменту появи сигналу на одному із виходів індикатору. Новий цикл перевірки на стійкість починається після подачі сигналу запуску, який приводить лічильник та третій тригер у початковий стан. При цьому слід підкреслити, що момент подачі сигналу запуску необхідно узгоджувати із тривалістю імпульсів, які генеруються генератором тактових імпульсів.

На завершення статті відзначимо, що пристрій, який запропоновано, розв'язує задачу визначення стійкості систем, що досліджуються, у ході їх нормальної експлуатації, без подачі тестових сигналів, не порушуючи їх функціонування. Важливим є те, що використання коефіцієнтів рядів Фур'є для розв'язку рівняння (1), як відзначено в роботі [3], дозволяє підвищити точність розв'язку в зв'язку з тим, що при

використанні таких коефіцієнтів завжди здійснюється фільтрація аддитивної перешкоди з нульовим середнім, тобто вони володіють регуляризаційними властивостями у більшій ступені, ніж будь-яка інша система ортогональних функцій.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Д'Анжело Г. "Линейные системы с переменными параметрами". - М.: Мир, 1974. - 288 с.
  2. Заде А., Дезоэр Ч. "Теория линейных систем": Пер. с англ. -М.: Наука, 1970.- 703с.
  3. Мокин Б.И., Корбич Ю. "Математические модели контроля и управления в энергетике" - К.: Техника, 1990, Зелена Гура: Изд-во Высшей инженерной школы, 1990. - 192 с.
  4. Патент 29994 України, MKI G 05 B 23/02.  
"Пристрій для визначення стійкості систем управління"/С.В.Юхимчук, Х.М.Батиха.-№93006169; Заявл. 16.07.93; Опубл. 25.12.98; Бюл. №6.- 16с.

# ІНТЕРАКТИВНА ІМІТАЦІЯ ТА АНАЛІЗ РОЗКРАШЕНОЇ СІТКИ ПЕТРИ З ВИКОРИСТАННЯМ АЛГЕБРИ ПРЕДИКАТНИХ ОПЕРАЦІЙ

Н.С. Кравець

Харківський державний технічний університет радіоелектроніки, 61166 Харків, пр. Леніна 14,  
телефон (0572) 40-94-46, факс (0572) 40-91-13

## АБСТРАКТ

У роботі розглядаються базові елементи та операції фундаментальної алгебри предикатних операцій та їх застосування при розробці імітаційної моделі ординарної розкращеної сітки Петрі. Розроблено метод визначення множини тупикових становищ системи з використанням представлення логічної структури розкращеної сітки Петрі в термінах фундаментальної алгебри предикатних операцій. Запропонована програмна система ISICPN, яка дозволяє розробляти і виконувати імітаційні моделі систем на мові розкращених сіток Петрі без контролю часу, корегувати структуру сітки та аналізувати деякі її властивості, що базується на апараті фундаментальної алгебри предикатних операцій.

Ключові слова: предикати, алгебра предикатних операцій, розкращені сітки Петрі, імітаційне моделювання, множина тупикових становищ,

## ВСТУП

Алгебра предикатів та алгебра предикатних операцій належать до області логичної математики, яка виникла у зв'язку з необхідністю формального опису об'єктів і процесів.

Алгебра предикатів є узагальненням апарату булевих функцій (перехід від двійчастих знаків до букв) та апарату багатозначної логіки (перехід від функцій до відношень) і являє собою універсальний математичний апарат, який використовується теорією інтелекту для формального опису відношень [1].

Алгебра предикатних операцій являє собою надбудовання над алгеброю предикатів, її поширення. Алгебра предикатів охоплюється алгеброю предикатних операцій.

Предикатні операції використовуються у тих випадках, коли виникає необхідність проводити дії над предикатами або описувати з'вязки між ними [2]. Алгебри предикатних операцій можна використовувати під час проектування систем обробки інформації, різних інформаційних структур та їх електронних схем. Алгебри предикатних операцій доцільно використовувати для формульного запису властивостей інтелектуальної поведінки того, що випробується, під час вивчення

механізмів інтелекту людини. Сама ж ця поведінка вдало описується мовою алгебри предикатів.

Алгебра предикатів та алгебра предикатних операцій дозволяють формалізувати відношення, будь вони реакцією людини на зовнішні діяння або відношення між буквами в слові та словами в реченні, але при моделюванні динамічних об'єктів виникають деякі труднощі.

Існують інші інструменти дослідження систем, більш придатні для наведення динамічної поведінки системи, що моделюється, наприклад сітки Петрі. На цей час існує безліч модифікацій сіток Петрі, запропонованих для того, щоб більш адекватно та зручно виражати у термінах сіток особливості функціонування реальних дискретних систем. Ці модифікації приводять до класів сіток, більш потужних, ніж клас сіток Петрі. Наприклад, імітаційні сітки Петрі, регулярні сітки Петрі, чергові сітки Петрі, регулярні стохастичні сітки Петрі, розкращені або позначені сітки Петрі [3], алгебраїчні сітки Петрі [4].

При моделюванні сітками Петрі дискретних систем фішки часто відповідають об'єктам, що передаються від компоненту до компоненту системи (даним в інформаційних системах, деталям, ресурсам і т. і.). частіше ці об'єкти мають додаткові атрибути, які дозволяють розпізнавати їх та використовувати ці різниці для управління функціонуванням системи. Однак, фішки в сітках Петрі "безособові" і не відображають такі різниці.

Розкращені сітки Петрі являють собою модифікацію сіток Петрі, в якій фішкам приписані деякі ознаки, наприклад, різні кольори, а умови зпрацьовування переходів та правила зміни розмітки сітки задаються спеціальною таблицею, що враховує кольори фішок.

Розкращені сітки Петрі - це мова моделювання розвинена для систем, в яких розподіл ресурсів, комунікацій та синхронізація грають важливу роль. Розкращені сітки Петрі об'єднують в собі силу ординарних сіток Петрі з силою мови програмування високого рівня.

Для моделювання деяких систем може виникати потреба у визначенні додаткових умов зпрацьовування переходів, а також більш загальний математичний опис функціонування сітки. Це тягне за собою розробку нових модифікацій - алгебраїчних сіток та алгебраїчних сіток Петрі високого рівня.

# 1. АЛГЕБРИ ПРЕДИКАТИХ ОПЕРАЦІЙ

У термінах алгебри предикатів [1] відношення визначаються таким чином. Вхідні сигнали, які пред'являють тому, хто випробується в експериментах, що відносяться до теорії Т, називаються предметами теорії Т. Непорожня множина U всіляких предметів теорії Т називається універсумом теорії Т. Нехай  $x_1, x_2, \dots, x_m$  - всілякі місця предметів, що використовуються в експериментах теорії Т. Вони називаються предметними змінними теорії Т. Якщо предмет а знаходиться на місці  $x_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ), то говорять, що змінна  $x_i$  приймає значення а і пишуть  $x_i = a$ .

Якщо  $a_1, a_2, \dots, a_m \in U$  та  $x_1 = a_1, x_2 = a_2, \dots, x_m = a_m$ , то говорять, що вектор (або набір)  $(a_1, a_2, \dots, a_m)$  належить до простору предметів  $U^m$ . Простір  $U^m$  теорії Т утворено із всіляких векторів  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ , які складені з предметів  $x_1, x_2, \dots, x_m$  в теорії Т. Число  $m$  називається розмірністю простору  $U^m$ . Воно повинно збігатися із числом місць, що використовуються в експериментах теорії Т.

Будь-яка множина Р простору  $U^m$  називається відношенням, що задане на  $U^m$ . Будь-яка функція,  $P(x_1, x_2, \dots, x_m)$ , що відображує множину  $U^m$  у множину  $\Sigma = \{0, 1\}$ , називається предикатом, що заданий на  $U^m$ , або просто предикатом на  $U^m$ . Елементи множини  $\Sigma$  називаються логічними константами. Елемент 0 називається хибою, елемент 1 - істиною. Предикат Р називається кінцевим, якщо множина U кінцева, та безкінцевим - у протилежному випадку. Відмінні  $x_1, x_2, \dots, x_m$  називаються аргументами предиката  $P(x_1, x_2, \dots, x_m)$ .

Таким чином, алгебра предикатів дозволяє описувати у вигляді рівнянь тільки детерміновані та дискретні процеси. Таке визначення виключає з розгляду безперервні інформаційні процеси.

Нехай U - універсум предметів;  $X_1, X_2, \dots, X_m$  - предметні відмінні. M - множина всіх предикатів Р ( $X_1, X_2, \dots, X_m$ ) на предметному просторі  $U^m$ . Множина M називається універсумом предикатів. Відмінні, що визначені на множині M, називаються предикатними відмінними. Їх значення - предикати, що задані на  $U^m$ . Множина  $M^n$  називається предикатним простором розмірністю n над предикатним простором  $U^m$ . Елементи множини  $M^n$  (набори предикатів) називаються предикатними векторами.

Будь-яка функція

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) = Y, \quad (1.1)$$

що відображує множину  $M^n$  у множину M називається предикатною операцією. R - множина усіх предикатних операцій. Алгеброю предикатних операцій над R називається будь-яка алгебра, що задана на носії R.

У [2] визначені булева алгебра предикатних операцій, алгебра предикатних операцій із константами та відмінними, диз'юнктивно-

кон'юнктивна алгебра предикатних операцій і фундаментальна алгебра предикатних операцій.

Фундаментальною алгеброю називається алгебра предикатних операцій, в якій базисними операціями служать диз'юнкція та кон'юнкція, а базисними елементами - предикат 0 та всілякі предикати пізнавання предметів  $x_i^a$  ( $i = \overline{1, m}$ ,  $a \in U$ ) та предикати пізнавання предикатів  $X_j^P$  ( $j = \overline{1, n}$ ,  $P \in M$ ).

Теорема щодо повноти фундаментальної алгебри. Фундаментальна алгебра для будь-яких U, m і n повна. Доведення теореми наведено в [2].

## 2. ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛОГИЧНОЇ СТРУКТУРИ РОЗКРАШЕНОЇ СІТКИ ПЕТРІ У ТЕРМІНАХ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ АЛГЕБРИ ПРЕДИКАТИХ ОПЕРАЦІЙ

Представимо у термінах фундаментальної алгебри предикатних операцій розкращену сітку Петрі. Розкращена сітка Петрі визначається такою п'ятіркою:  $N = (P, m, F, H, Cond, V, M_0)$ ,

де P - скінчenna непорожня множина символів  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ , які називаються місцями. Представимо їх як скінченну непорожню множину предикатів виду

$$P_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = x_1^{a^1} \wedge x_2^{a^2} \wedge \dots \wedge x_j^{a^j} \wedge \dots \wedge x_m^{a^m}, \quad (2.1)$$

де  $a_j$  - кількість фішок j -го типу в місці  $P_i$ ,  $a_j \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ;

n - кількість місць;

m - кількість типів фішок (кольорів).

Будемо вважати, що в розкращеній сітці в кожне місце можуть поцілити фішки тільки визначеного типу і ніякі інші. Таким чином, якщо деяке  $a_j$  при будь-якій розмітці дорівнює нулю, то  $x_j^{a^j}$  - можна уважати несуттєвою відмінною.

F - функція інцидентності, що вказує на наявність дуг, які з'єднують місця з переходами. Представимо її як предикат  $F(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , де  $p_i \in \{1, 2, \dots, k\}$ . Якщо існує дуга із  $P_1$  в  $V_1$ , то  $p_1^1 = 1$ . Таким чином, функція інцидентності для сітки Петрі з рис.1 може бути записана в такому вигляді:  $F: = p_1^2 \wedge p_2^3 \wedge p_3^4 \wedge p_4^5 \wedge p_5^6 \wedge p_6^2 \wedge p_7^3 = 1$ , де для  $p_i^j$   $i = 1, n$ ;  $j = 1, k$ ;  $i = 1, 7$ ;  $j = 1, 6$ .

H - функція інцидентності, що вказує на наявність дуг, які з'єднують переходи з місцями, визначається аналогічно функції F, як предикат  $H(v_1, v_2, \dots, v_k)$ . Якщо існує дуга із  $V_1$  в  $P_2$ , то  $v_1^2 = 1$ , де  $v_i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Таким чином, таблиця інцидентності для сітки Петрі з рис.1 може бути записана у такому вигляді:  $H: = v_1^1 \wedge v_2^2 \wedge v_3^3 \wedge v_4^4 \wedge v_5^5 \wedge v_6^6 \wedge v_7^7 = 1$ , де для  $v_i^j$   $i = 1, k$ ;  $j = 1, n$ ;  $i = 1, 5$ ;  $j = 1, 7$ .

Cond - множина умов зпрацьовування переходів  $\{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ , де k - кількість переходів сітки. Для розкращеної сітки Петрі Cond буде мати вигляд

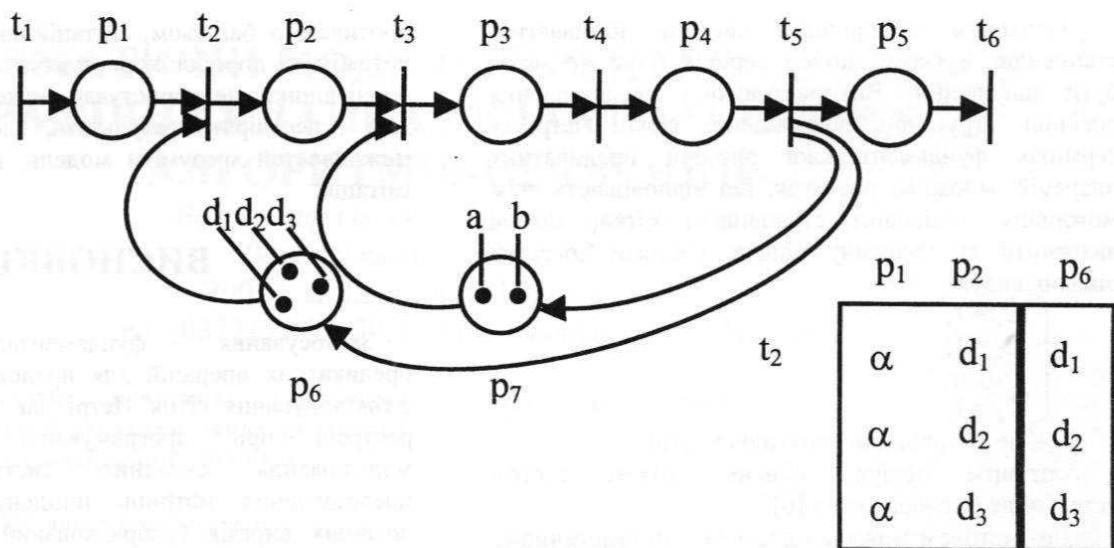


Рисунок 2.1 Розкращена сітка Петрі та умови зпрацьовування переходу  $t_2$ .

кон'юнкції логічних виразів, так для сітки з рис.1 умова  $C_2$  для переходу  $V_2$  буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} C_2 = & (x_6 / 0 P_1 (x_1, \dots, x_{10}) \vee x_1 / 0 P_6 (x_1, \dots, x_{10})) \wedge \\ & (x_6 / 0 P_1 (x_1, \dots, x_{10}) \vee x_2 / 0 P_6 (x_1, \dots, x_{10})) \wedge \\ & (x_6 / 0 P_1 (x_1, \dots, x_{10}) \vee x_3 / 0 P_6 (x_1, \dots, x_{10})) = \\ & = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Зручніше записати умови у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{aligned} C_{21} &= x_6 / 0 P_1 (x_1, \dots, x_{10}) \vee x_1 / 0 P_6 (x_1, \dots, x_{10}) = 0, \\ C_{22} &= x_6 / 0 P_1 (x_1, \dots, x_{10}) \vee x_2 / 0 P_6 (x_1, \dots, x_{10}) = 0, \\ C_{23} &= x_6 / 0 P_1 (x_1, \dots, x_{10}) \vee x_3 / 0 P_6 (x_1, \dots, x_{10}) = 0. \end{aligned}$$

Для того щоб визначити загальний вигляд умови зпрацьовування переходу для розкращеної сітки Петрі введемо предикатну операцію  $G$ :

$$G_i (P, X) = x_i / X P (x_1, \dots, x_m), \quad (2.3)$$

де  $X$  може приймати значення  $0; x_i^{ai-1}; x_i^{ai+1}$ .

Тоді умова (2.2) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} C_{21} &= G_6 (P_1, X) \vee G_1 (P_6, X) = 0, \\ C_{22} &= G_6 (P_1, X) \vee G_2 (P_6, X) = 0, \\ C_{23} &= G_6 (P_1, X) \vee G_3 (P_6, X) = 0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

де  $X = 0$ .

Використовуючи (2.3), умови зміни розмітки вихідних місць переходу  $V_2$  сітки з рис.1 запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} R_{21} &= G_1 (P_2, X), \\ R_{22} &= G_2 (P_2, X), \\ R_{23} &= G_3 (P_2, X), \end{aligned} \quad (2.5)$$

где  $X = x_i^{ai+1}$ .

$V$  - скінччена непорожня множина предикатних операцій  $\{V_1, V_2, \dots, V_k\}$ , що зовуться переходами. Зпрацьовування перехода є множиною операцій над предикатами  $P_i$  та, отже, предикатом розмітки  $M$  які мають вигляд:

$$V_i = C_{il} (G_s (P_j, X)) \vee R_{il} (G_s (P_j, Y)), \quad (2.6)$$

де  $l = \overline{1, u}; i = \overline{1, k}; j = \overline{1, n};$

$$s \in \{1, m\};$$

$$X = x_s^{as-1}; Y = x_s^{as+1}.$$

$M_0$  - початкова розмітка. Розмітка являє собою предикат виду

$$M = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n. \quad (2.7)$$

Визначення обмеженої ординарної сітки Петрі в термінах алгебри предикатних операцій наведено в [5].

## 2.1 ВИЗНАЧЕННЯ МНОЖИНІ ТУПКОВИХ СТАНОВИЩ

Сітки Петрі були розроблені і використовуються для моделювання. Однак само моделювання малокорисне. Необхідно провести аналіз системи, що моделюється. Цей аналіз, можливо сподіватися, приведе до глибокого проникнення у поведінку системи, що моделюється. Декілька методів аналізу вже розроблено, однак в області аналізу сіток Петрі існує ще багато проблем.

Сітки Петрі можна аналізувати трьома різними методами. Перший метод - імітація. Це дуже схоже на відладку та виконання програми. Це означає, що ми можемо виконувати модель сітки Петрі для отримання статистичних результатів про поведінку системи, що моделюється.

Другий метод аналізу - входження графів (або простір становищ, або досягаемість графів). Основною ідеєю після входження графів є побудова орієнтованого графу, який має вузол для кожного можливого становища системи і дугу для кожної можливої зміни становища. Очевидно, такий граф може бути дуже величезним навіть для маленької сітки Петрі. Однак, він може бути побудований і проаналізований повністю автоматично. Існують техніки, які роблять можливим таку обробку ущільнених входжень графів. Ці техніки основані на класах еквівалентності.

Третій метод аналізу - інваріанти місць. Цей метод дуже схожий з використанням інваріантів у простій верифікації програми. Користувач конструює множину рівнянь, які задовільняють кожному становищу системи яке можна досягти. Рівняння використовуються для доведення властивостей системи, що моделюється, тобто відсутність мертвих точок (тупкових становищ).

Тупіковим становищем системи називається становище, в якому жоден переход сітки не може бути запущений. Використовуючи представлення логічної структури розкращеної сітки Петрі у термінах фундаментальної алгебри предикатних операцій, множина розміток, що відповідають всім можливим тупіковим становищам сітки, можна визначити як множину рішень системи логічних рівнянь виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 1; \\ C_2 = 1; \\ \dots\dots \\ C_k = 1, \end{array} \right.$$

де  $k$  - кількість переходів у сітці.

Алгоритм пошуку рішень схожих систем детальніше розглядається в [6].

Цим методом можливо довести у математичному розумінні, що система має певну множину властивостей поведінки. Однак, промислові системи часто такі складні, що не можливо або, при наймні, дорого зробить повне доказання їхньої коректності. Тому, формальні методи верифікації повинні розглядатися як доповнення до більш неформальних результатів, що одержані за допомогою засобів імітації. Використання формальної верифікації часто виділяє більш важливі підсистеми або більш важливі аспекти всієї системи.

### 3. СИСТЕМА ISICPN ІНТЕРАКТИВНОЇ ІМІТАЦІЇ РОЗКРАШЕНОЇ СІТКИ ПЕТРІ

Система ISICPN - інструментальний засіб для роботи з розкращеними сітками Петрі без контролю часу, правила зпрацювання переходів якої реалізуються за допомогою фундаментальної алгебри предикатних операцій. Ця система обладнана зручним інтерфейсом і призначена для інтерактивної імітації розкращеної сітки Петрі (РСП), з наданням можливості внесення змін у структуру сітки та перевірки властивостей збереження і обмеженості. Програма реалізована на мові Delphi.

Вхідними даними є параметри та структура РСП-сітки що вводяться користувачем, вихідні дані - структура сітки (текстовий файл), значення властивостей для даної структури.

РСП-моделі без контролю часу звичайно використовуються для перевірки функціонально-логичної коректності системи. Під час інтерактивної імітації користувач керує всім процесом. Можливо побачити ефект окремих кроків безпосередньо на графічному зображені розкращеної сітки Петрі. Це означає, що користувач може досліджувати різні становища та обирати між можливими переходами. Інтерактивна імітація схожа на покрокову відладку. Це дає можливість при наскрізному контролі РСП-моделі досліджувати різні сценарії та перевіряти, чи відповідає робота моделі очікуванням. Це

протилежно багатьом, імітаційним пакетам, що не потребують доборок користувача, які часто діють, як чорні ящики, де користувач може визначати вхідні дані і перевіряти результати, але має дуже мало можливостей зрозуміти модель, на якій зоснована імітація.

## ВИСНОВКИ

Застосування фундаментальної алгебри предикатних операцій для представлення та опису функціонування сіток Петрі дає суттєву економію ресурсів при програмуванні, особливо для моделювання складних систем, тому що представлення матриць інцидентності у вигляді логічних виразів (упорядкований рядок символів) значно зкорочує час пошуку. Дане твердження несправедливе тільки в одному випадку, якщо в сітці кожне місце буде виявлятися вхідним та вихідним місцем для кожного переходу, що маловірно. Фундаментальна алгебра предикатних операцій дозволяє формалізувати такі перетворення сіток Петрі, як приєднання, вилучення, накладення і т.і. сіток Петрі у алгебрі регулярних сіток Петрі [3]. Використання можливостей розкращених сіток Петрі в поєднанні з апаратом фундаментальної алгебри предикатних операцій дозволяє успішно моделювати функції інтелекту людини. Система ISICPN може бути використана як інструментальний засіб під час розробки інтелектуальних агентів. Однак, розв'язання в даних термінах задач досяжності разметки значно підвищує ефективність моделювання.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ю.П. Шабанов-Кушнаренко *Теория интеллекта. Математические средства*. - Х.: Вища шк. Ізд-во при Харк. ун-те, 1984.-144с.
2. З. В. Дударь, Н. С. Кравец, Ю. П. Шабанов-Кушнаренко. *О фундаментальной алгебре предикатных операций*. // Проблемы бионики, 1998. Вып. 49.с.3-13.
3. З. В. Е. Котов *Сети Петри*. - М.:Наука, 1984 - 160с.
4. C.Dimitrovici, U.Hummert, L. Petrucci *Semantics, Compositions and Net Properties of Algebraic High-level Nets*, 1991.
5. Н.С. Кравец *Моделирование структуры сетей Петри с помощью алгебры предикатных операций* Вестник ХГПУ Новые решения в современных технологиях, 1999. Вып. 44.с.13-14.
6. Д.Э. Ситников *Методы решения уравнений алгебры конечных предикатов с параметрами и их применение в информационных системах*: Дисс. на соиск. уч. степ. канд. тех. наук /05.25.05/-Харьков, 1991.-177с.+приложения.

# МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СТРУКТУР ТЕКСТОВО-ГРАФІЧНИХ ДАНИХ РЕДАКТОРА ФОРМУЛ АЛГОРИТМІВ-СЕКВЕНЦІЙ

Володимир Овсяк, Василь Бритковський

Українська академія друкарства

79020, м. Львів, вул. Підголоско, 19

тел. (0322) 28-24-29, E-mail: ovsiaik@polinet.lviv.ua

**У статті подані початкові і кінцеві математичні моделі структур даних редактора формул алгоритмів-секвенцій МОДАЛ**

**ВСТУП.** В алгебрі алгоритмів-секвенцій [1, 2] є елементи тексту і сім знаків операцій і кожен з них має специфічну графічну структуру, яка утворюється при їх наборі в створеному текстово-графічному редакторі, названому МОДАЛ [3, 4], і називається початковою структурою даних. З метою їх збереження в однотипному файлі розроблена кінцева структура даних знаків операцій і елементів тексту.

## 1. ПОЧАТКОВІ СТРУКТУРИ ДАНИХ

Вони описуються такими формулами алгебри алгоритмів секвенцій [1]:

1) елемент “текст”

$$\mathcal{L} d_1 \overbrace{D_1, *, u_1 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_1 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, t, f, s, c, p}^{\text{,}}$$

2) знак операції секвентування

$$\mathcal{L} d_2 \overbrace{D_2, *, u_2 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_2 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, s, c, p}^{\text{,}}$$

3) знак операції елімінування

$$\mathcal{L} d_3 \overbrace{D_3, *, u_3 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_3 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, s, c, p}^{\text{,}}$$

4) знак операції інвертування

$$\mathcal{L} d_4 \overbrace{D_4, *, u_4 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_4 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, s, c, p}^{\text{,}}$$

5) знак операції циклічного секвентування

$$\mathcal{L} d_5 \overbrace{D_5, *, u_5 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_5 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, s, c, p}^{\text{,}}$$

6) знак операції циклічного елімінування

$$\mathcal{L} d_6 \overbrace{D_6, *, u_6 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_6 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, s, c, p}^{\text{,}}$$

7) знак операції паралелення

$$\mathcal{L} d_7 \overbrace{D_7, *, u_7 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_7 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, s, c, p}^{\text{,}}$$

8) знак операції циклічного паралелення

$$\mathcal{L} d_8 \overbrace{D_8, *, u_8 - ?}^{\text{,}}$$

де

$$D_8 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, s, c, p}^{\text{,}}$$

## 2. КІНЦЕВА СТРУКТУРА ДАНИХ

Вона описується такою формулою (1):

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{L} d_1 \overbrace{D'_1, *, u_1 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_2 \overbrace{D'_2, *, u_2 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_3 \overbrace{D'_3, *, u_3 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_4 \overbrace{D'_4, *, u_4 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_5 \overbrace{D'_5, *, u_5 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_6 \overbrace{D'_6, *, u_6 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_7 \overbrace{D'_7, *, u_7 - ?}^{\text{,}} \\
 & \mathcal{L} d_8 \overbrace{D'_8, *, u_8 - ?}^{\text{,}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

де  $u_1, u_2, \dots, u_8$  – умови,  $D'_1, D'_2, \dots, D'_8$  – елементи кінцевої структури даних.

Елементи алгоритму описуються формулами:

$$D'_1 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, t, f, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_2 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_3 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_4 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_5 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_6 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_7 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, c_0, c_0, c_0, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

$$D'_8 = \overbrace{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6, c_0, c_0, s, c, p}^{\text{область значень змінних}},$$

де  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, t, f, s, c$  – змінні,  $c_0$  – константа.

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 \in Q_2 = \overbrace{0, 1, 2, \dots, y_{\max}}^{\text{область значень змінних}};$$

$$t \in Q_3 = \overbrace{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n}^{\text{область значень змінних}}; f \in Q_4 = \overbrace{f_1, f_2, f_3, \dots, f_n}^{\text{область значень змінних}};$$

$$s \in Q_5 = \overbrace{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n}^{\text{область значень змінних}}; c \in Q_6 = \overbrace{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n}^{\text{область значень змінних}};$$

$$p \in Q_6 = \overbrace{1, 2, 3, \dots, 8}^{\text{область значень змінних}}.$$

Модель кінцевої структури даних (2):



**ВИСНОВКИ.** 1) Засобами теорії алгоритмів секвенцій описані формалізовані початкові і кінцеві структури текстово-графічних даних редактора формул алгоритмів-секвенцій МОДАЛ. 2) Побудована математична модель розроблених структур даних.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. В.К. Овсяк. Засоби еквівалентних перетворень алгоритмів інформаційно-технічних систем. // Доповіді НАН України, № 9, 1996. – с.83-89.

2. В. Овсяк. Алгебра алгоритмів-секвенцій. // Комп'ютерні технології друкарства, №3, 1999. с.3-12.  
3. В. Бритковський. Модель алгоритму розпізнавання об'єктів знаків операцій алгебри алгоритмів та його програмування. // Вісник ДУ "Львівська політехніка", №387, Львів, 2000. с. 470-473.

4. В. Бритковський. Моделі алгоритмів інструментальних засобів системи моделювання алгоритмів та їх програмування. // Комп'ютерні технології друкарства, № 3, 1999. с. 48-49.