МОДЕЛЬ АЛГОРИТМУ ПАРАЛЕЛЬНОГО ОБРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ З ОРІЄНТАЦІЄЮ НА СИСТОЛІЧНІ СТРУКТУРИ

Тетяна Мартинюк, Антоніна Буда, Леонід Тимченко, Володимир Роптанов, Олександр Нікольський

Державний технічний університет
286021 Вінниця, Хмільницьке шосе 95
Тел.: (0432) 32-57-18 Факс: (0432) 46-57-72

Татьяна Мартынюк, Антонина Буда, Леонид Тимченко, Владимир Роптанов, Александр Никольский. Модель алгоритма параллельной обработки информации с ориентацией на систолические структуры.

В работе приводится анализ известных способов распараллеливания на систолических массивах. Предлагается алгоритм параллельного суммирования n операндов , область применения которого - обработка сигналов и изображений и пространственное суммирование в нейронных системах. Алгоритм базируется на принципе формирования разностных срезов и ориентирован на реализацию на линейных систолических структурах. Особенностью алгоритма является его вычислительная многофункциональность, поскольку в нем заложена возможность выполнения также ассоциативных операций и операции восстановления исходного множества операндов.

ВСТУП

Особливий інтерес при паралельному обробленні інформації представляє можливість розпаралелювання такої інтегральної операції, як оператор групового підсумовування виду

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i \ . \qquad (1)$$

Ця операція є компонентом більшості алгоритмів оброблення сігналів та зображень [1]. Особливість інтегральних операцій: незважаючи на те, що початковими даними частіше бувають вектори, функції, матриці, результатом операції завжди є число, що відповідає у теорії матриць скалярному добутку [2]. В той же час відомо, що найбільш ефективно здійснюються на систолічніх структурах операції векторно-матричного та матрично-матричного множення [3]. Таким чином, можливість виконання у процесі групового підсумовування матричних перетворювань або перетворення операцій типа (1) за допомогою базових матричних операцій відкриває перспективу її реалізації на систолічних масивах.

1.ВАРІАНТИ ПІДСУМОВУВАННЯ МАСИВУ ЧИСЕЛ

У відповідності з відомою класифікацією способів реалізації операції (1) до найбільш поширених та економічних можна віднести паралельно-послідовний спосіб як при почисловому, так і при порозрядному обробленні операндів [1]. Цей спосіб заснований на паралельному підсумовуванні всіх n доданків при послідовному подаванні їх розрядів. У літературі такий спосіб відомий як алгоритм логарифмічного підсумовування або рекурсивного подвоєння [4], а порозрядний - як підсумовування з використанням розрядних зрізів [5].

Характерною особливістю систолічних алгоритмів є їх належність до класу регулярних ітераційних алгоритмів (РІА). Для РІА головним є наявність кін-цевої множини змінних, які у кожній точці індексно-го простору обчислюються як функції від значень змінних у сусідніх точках індексного простору [6]. Нижче наведені вирази, які визначають змінну у індексній точці:

а) для послідовного алгоритму підсумовування n операндів [4] :

$$S_j = a_j + s_{j-1} \ , \qquad (2)$$

де $S_0=0$,

б) для алгоритму логарифмічного підсумовування [6]:

$$S_{i,j} = a_{i,j} + s_{i+2^{\log(n-i)},j} \ . \qquad (3)$$

Аналіз виразів (2) та (3) свідчить про те, що послідовний алгоритм можна розглядати як простий РІА, в той час як алгоритм логарифмічного підсумовування не належить до РІА, оскільки вираз (3) не є локально рекурсивним. Для алгоритму з використанням розрядних зрізів відсутні формули для використання при їх доказах математичного апарату базових матричних операцій. Теорема багатоопер-андного підсумовування (теорема 1) є поширенням на область двовимірного

визначення змінної у індексній точці, але сам алгоритм знаходить використання у процесорах з систолічною структурою, наприклад, у процесорі цифрової згортки по разрядних зрізах [7].

Особливість виразу (2) пояснює можливість інших способів розпаралелювання операції (1). Реалізація на систолічній структурі послідовного алгоритму підсумовування неефективна по часовим та апаратним витратам, разом з тим суміщення у часі виконання цієї та інших операцій дає певний ефект. Можливість суміщення операції підсумовування з іншими операціями визначається у першу чергу належною їй властивістю асоціативності [3]. Найбільш широко відоме множення з накопиченням, оскільки обчислювання скалярного добутку для n-вимірних векторів є однією з характерих операцій алгоритмів оброблення сигналів і зображень [2,3]. Таким чином, помножувач з накопиченням (MAC - multiplier-and-accumulator) являє собою спеціалізований небінарний пристрій, оскільки у конвеєрному режимі обробляє масиви даних, тобто реалізує принцип систолічного оброблення [3].

В якості другого прикладу суміщення відомих операцій для реалізації на систоличних матрицях можна розглядати алгоритм підсумовування масиву чисел з використанням зрізів різниць [8].У цьому випадку підсумовування поєднується з вибіркою мінімального числа серед обробляємої у даному циклі сукупності чисел, а також формуванням відповідних матриць ознак. Зараз, одним з перспективних напрямків розпаралелювання обчислювальних алгоритмів вважається використання принципу багатооперандного оброблення або макрооператор-ної організації обчислень [5]. Специфіка багатооперандного оброблення полягає в тому, що операції або набір операцій виконуються в єдиному операційному циклі над блоком даних, кількість яких більше двох. Цей підхід реалізується у двох з вище наданих алгоритмів, зокрема, у алгоритмах , які застосовують розрядні зрізи або зрізи різниць. Розглянемо особливості алгоритму підсумовування масиву чисел на основі зрізів різниць.

2. МАТРИЧНА МОДЕЛЬ ІНТЕГРАЛЬНОЇ ОПЕРАЦІЇ ПІДСУМОВУВАННЯ МАСИВУ ЧИСЕЛ

В основі алгоритму підсумовування масиву чисел лежить теорема багатооперандного підсумовування. Доведення всіх розглянутих нижче теорем приведено у роботі [8].Особливістю цих теорем є вектор-стовпці оброблення відомого способу паралельного додавання тривалостей двомірної згортки з паралельним обчислюванням часових інтервалів [9]. Розглянемо особливості пропонуємого способу, для чого введемо такі позначення. Через A_0 позначимо множину ненульових чисел (початкова множина операндів), а через $a_{i,0}$ – елементи множини A_0 ($a_{i,0}>0$). Для аналізу циклів оброблення введемо у розгляд проміжні множини A_j ($j=\overline{1,n}$), елементами яких є числа $a_{i,j}$, які приймають участь у j-му циклі та визначаються за відомим правилом [9], а саме, елементи $a_{i,j}$ множини A_j являють собою різницю кожного з чисел $a_{i,j-1}$ множини A_{j-1} з найменшим ненульовим числом q_j з множини A_{j-1} , що і дало змогу використати термін «зріз різниць» для цього способу підсумовування чисел, тоб то

$$A_j = \{a_{i,j}\}_{i=1}^{n} = \{a_{i,j-1} - q_j\}_1^n,$$

$$q_j = \min A_{j-1} = \min_i \{a_{i,j-1}\}_1^n,$$

де $i,j = \overline{1,n}$.

Позначимо через S_j поточну суму операндів, яка формується у j-му циклі. Крім цього, введемо у роз-гляд такі вектори і матриці:

а) множину величин q_j у вигляді n - елементного вектора Q

$$Q=(q_1,q_2,...q_n)^T,$$

б) бінарну маску F_j у вигляді n-елементного вектора

$$F=(f_{1,j},...f_{i,j},...f_{n,j})^T, \qquad (4)$$

у якому елемент $f_{i,j}$ визначається таким чином

$$f_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{якщо} a_{i,j} \geq 0, \\ 0, \text{якщо} a_{i,j} < 0, \end{cases}$$

в) матрицю бінарних масок F виду

$$F = (F_1, ...,F_j,...,F_n), \qquad (5)$$

у якій бінарні маски F_j (4) є вектор-стовпці;

г) бінарну маску G_j у вигляді n-елементного вектора

$$G_j = (g_{1,j}, ..., g_{i,j}, ..., g_{n,j})^T, \qquad (6)$$

у якій елемент $g_{i,j}$ визначається таким чином

$$g_{i,j} \begin{cases} 1, \text{якщо} a_{i,j} = 0 \\ 0, \text{якщо} a_{i,j} \neq 0 \end{cases},$$

$$A_0 = F \bullet Q,$$

яке, у свою чергу, ефективно реалізується на систолічних структурах,

д) матрицю масок G, у якій по аналогії з матрицею F (5) бінарні маски G_j (6).

Теорема 1. Сума S чисел $a_{i,0}$ ($i=\overline{1,n}$), які є елементами початкової множини A_0, дорівнює сумі n поточних сум S_j ($j=\overline{1,n}$), які, у свою чергу, дорівнюють добутку числа q_j множини A_{j-1} на кількість p_j ненульових чисел множини A_{j-1}, тобто

$$S = \sum_{i=1}^{n} a_{i,0} = \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot p_j \quad . \qquad (7)$$

З формули (7) випливає, що кількість циклів оброблення визначається розміром множини A_0 і дорівнює величині n. Можливість формування у процесі підсумовування з подальшим запам'ятову-ванням вектора Q та матриці бінарних масок F дозволяє поновити за n циклів туж саму суму при відсутності на входах первісної множини A_0. Це підтверджується такою теоремою.

Теорема 2. Сума S чисел $a_{i,0}$ ($i = \overline{1,n}$), які є елементами початкової множини A_0 , дорівнює сумі n добутків найменшого числа q_j множини A_{j-1} на суму n елементів $f_{i,j}$ j-го стовпця матриці бінарних масок F ($j = \overline{1,n}$), тобто виконується рівність

$$S = \sum_{i=1}^{n} a_{i,0} = \sum_{j=1}^{n} \left(q_j \cdot \sum_{i=1}^{n} f_{i,j} \right) . \qquad (8)$$

Рівність (8) дає змогу уявити формування суми S
у вигляді векторно-матричного множення

$$S = (I \bullet F) \bullet Q , \qquad (9)$$

де I - одиничний вектор- рядок, Q – вектор-стовпець.

Рівність (9) свідчить про можливість матричних перетворювань у процесі багтооперандного підсу-мовування з використанням зрізів різниць, а також про поширення функціональних можливостей даного способу підсумовування, наприклад, за рахунок відновлення множини A_0.

Теорема 3. Число $a_{i,0}$ ($i = \overline{1,n}$), яке є одним з n елементів початкової множини A_0, дорівнює сумі n добутків елемента $f_{i,j}$ матриці бінарних масок F на найменше число q_j множини A_{j-1}, тобто викону-ється рівність

$$a_{i,0} = \sum_{j=1}^{n} f_{i,j} \cdot q_i \quad . \qquad (10)$$

З виразу (10) виходить, що n - елементний вектор-стовпець A_0 визначається у процесі векторно-матричного множення .

Можливість формування матриці ознаків G у процесі оброблення свідчить про одночасне виконання з багатооперандним підсумовуванням асоціативних операцій, оскільки після завершення процесу оброблення аналіз елементів бінарної матриці G дозволяє визначати екстремальні (мінімальні та максимальні) величини у початковій множині A_0. Слушність цього підтверджується двома такими теоремами.

Теорема 4. Число $a_{i,0}$ ($i = \overline{1,n}$) є мінімальною числовою величиною поміж n елементів початкової множини A_0, якщо відповідний елемент $q_{i,1}$ першого стовпця матриці бінарних масок G дорівнює одиниці, тобто

$$a_{i,0}^{min} = \min_i A_0 = q_1 ,$$

якщо $g_{i,1} = 1$.

Теорема 5. Число $a_{i,0}$ ($i = \overline{1,n}$) є максимальною числовою величиною поміж n елементів початкової множини A_0, якщо відповідний елемент $g_{i,n}$ стар-шого n - го стовпця матриці бінарних масок G дорівнює одиниці, тобто

$$a_{i,0}^{max} = \max_i A_0 = \max_i \left\{ a_{i,0} \right\}_1^n ,$$

якщо $g_{i,n}=1$.

Необхідно відмітити, що реалізація обидвох операцій (підсумовування та асоціативного пошуку)
виконується паралельно , оскільки і сума S і матриця G формуються одночасно по завершенню процесу багатооперандного підсумовування.

Для наочності в таблиці наведено приклад виконання операції багатооперандного підсумовування за методом використання зрізів різниць. В таблиці знак ' - ' замість певного елементу $a_{i,j}$ в множині A_j відповідає від'ємній величині, яка отримана при формуванні j - го зрізу різниць.

ВИСНОВКИ

В основу даного способу багатооперандного підсумовування покладений принцип формування зрі-зів різниць, які є різницею всіх елементів поточної множини з загальною частиною елементів цієї мно-жини. Наслідком такого підходу є можливість виконання не тільки багатооперандного підсумовівання, але і операції відновлення начальної
множини операндів, а також елементарних операцій асоціативного пошуку.

Елементи множин $a_{i,j}$	Первисна множина A_0	Множини A_j				
		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$a_{1,j}$	11	8	6	3	0	-
$a_{2,j}$	3	0	-	-	-	-
$a_{3,j}$	5	2	0	-	-	-
$a_{4,j}$	8	5	3	0	-	-
$a_{5,j}$	15	12	10	7	4	0
Цикли оброблення t_j		1	2	3	4	5
Найменше число q_j		3	2	3	3	4
Поточна сума S_j		15	8	9	6	4
Накопичення поточних сум S_j		15	23	32	38	42
Елементи масок $f_{i,j}$		Бінарні маски F_j				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
$f_{1,j}$		1	1	1	1	0
$f_{2,j}$		1	0	0	0	0
$f_{3,j}$		1	1	0	0	0
$f_{4,j}$		1	1	1	0	0
$f_{5,j}$		1	1	1	1	1
Елементи масок $g_{i,j}$		Бінарні маски G_j				
		G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
$g_{1,j}$		0	0	0	1	0
$g_{2,j}$		1	0	0	0	0
$g_{3,j}$		0	1	0	0	0
$g_{4,j}$		0	0	1	0	0
$g_{5,j}$		0	0	0	0	1

ЛІТЕРАТУРА

1. Справочник по цифровой вычислительной технике/ Под ред. Б.Н.Малиновского.- К.:Техіка,1980.-320 с.
2. Карцев М.А., Брик В.А. Вычислительные системы и синхронная арифметика. - М.:Радио и связь
3. Кун В.П. Матричные процессоры на СБИС:Пер. с англ..-М.:Мир,1991.-672 с.
4. Системы параллельной обработки: Пер. с англ./ Под ред.Д.Ивенса.-М.:Мир,1985.-416 с.
5. Гамаюн В.П. Способ ускоренного преобразова - ния многорядного кода в однорядный//УСиМ.- 1995.- №4/5.-С.10-14.
6. Джагадиш Х.В. и др. Матричные структуры для реализации итерационных алгоритмов// ТИИЭР .- 1987.-№9.-С.184-203.
7. Очин Е.Ф. Вычислительные системы обработки изображений.- Л.:Энергоатомиздат,1989.-136 с.
8. Кожемяко В.П. и др. Параллельная обработка изображений.-Ужгород:Изд-во Ужгород гос. Ун-та, 1993.-89 с.
9. А.с. 1119035 СССР. Способ параллельного сложения длительностей группы временных интервалов/В.П.Кожемяко и др.//Бюл.изобр.- 1984.-№38.