

II Теоретичні засади обробки та розпізнавання сигналів

Theoretical Basis of Signal Processing and Recognition

Надлишковість стохастичних моделей ритмічних явищ

ДРАГАН ОЛЕГ, ДРАГАН ЯРОСЛАВ, СІКОРА ЛЮБОМИР

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів

вул. Наукова, 5а

Тел.: (032) 2654-45-60

Dragan Oleh, Dragan Iaroslav, Sikora Liubomyr. Redundancy of Stochastic Models of Rhythmic Phenomena.

The concept of a redundancy from the finite energy signal theory to analysis of stochastic vibration (rhythmicity) models is extended.

Вступ. У багатьох публікаціях, зокрема в [1-3], обґрунтовано, виходячи з загальних принципів теорії коливань і теорії ймовірностей, застосовність та ефективність концепції ритміки як стохастичного коливання - стохастично закономірного чергування послідовності фаз у розвитку досліджуваного об'єкту і залучення як його ймовірнісної моделі періодично корельованих та споріднених із ними типів випадкових процесів. Концепція ритміки виникла як підсумок праць великої кількості природодослідників і є поглибленням та розвитком ймовірнісної моделі стохастичних коливань А.Колмогорова [4], базованої на стаціонарній моделі.

Застосування вироблених на підставі згаданої концепції [3] практичних методів обробки даних про ритміку природних явищ вимагає оцінювання кількості відомостей у цих даних для визначення потужності необхідних засобів обробки та вибору ефективних алгоритмів. Природно тому виникає питання оцінювання надлишковості зображення такої моделі в конкретних ситуаціях та вміння ефективно нею розпоряджатись.

У доповіді показано можливість визначення потрібного поняття, яке узагальнювало б аналогічне поняття, що введено у теорії сигналів скінченної

енергії, і стало б засобом оцінювання вибору зображення періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП) як моделі ритміки у часовій області.

Трансляційні зображення періодично корельованих випадкових процесів. Нехай тепер $\{\xi(t), t \in R\}$ означає ПКВП, що заданий на всій числовій осі R і належить до класу π^T , тобто має скінченну середню за період корельованості T

потужність: $P_\xi^T = \frac{1}{T} \int_0^T r(t,t) dt < \infty$. Тут $r(t,s) \overset{\Delta}{=} E\xi(t)\overline{\xi(s)}$ -

коваріація (кореляційна функція) процесу, E - символ матсподівання, процес

покладаємо центрованим, тобто його матсподівання $m_\xi \overset{\Delta}{=} E\xi(t)$ - рівним нулеві:

$m_\xi(t) = 0$. Тоді, узагальнюючи на цей випадок результати К.Джордана

(див.[5]), довели в [6], що власні функції $\varphi_k^p(t), k \in N$ коваріаційного оператора - породженого коваріацією як його ядром - такого процесу,

розглядуваного на відрізках $D^p \overset{\Delta}{=} [pT, (p+1)T), p \in Z$, де N - множина натуральних, а Z - множина всіх цілих чисел, є зсунутими на відстані pT власними функціями цього оператора (їхніми транслянтами), коли його розглядати на основному інтервалі $D^0 = [0, T)$, тобто

$$\varphi_k^p(t) = \varphi_k^0(t - pT); k \in N.$$

Сам же випадковий процес зображується тоді збіжним в енергетичній метриці, тобто у просторі $h = L^2(D^0, H)$, що є L^2 -простором над колмогорівським гільбертовим простором H значень процесу як випадкових величин скінченної дисперсії [1,3], подвійним рядом

$$\xi(t) = \sum_{p \in Z} \sum_{k \in N} \eta_k^p \varphi_k^0(t - pT); t \in R, \quad (1)$$

де $\bar{\eta}^p = [\eta_k^p], k \in N, p \in Z$ - стаціонарні векторні зчисленно-вимірні випадкові послідовності. Це зображення процесу рівносильне зображенню його коваріації у вигляді ряду

$$r(t,s) = \sum_{p,q \in Z} \sum_{k,j \in N} f_{k-j}^{pq}(t - pT) \overline{\varphi_j^0(s - qT)}, \quad (2)$$

збіжного в метриці простору $L^2(D^0 \times D^0)$.

Зауважимо, що К.Джордан розглянув частковий випадок, коли виконується умова

$\int\int_{\mathbb{R}^0}^T |r(t+u,t)|^2 dt du < \infty$. Наведене тут узагальнення диктується енергетичною

концепцією в теорії стохастичних сигналів - введенням класу π^T ПКВП скінченної середньої потужності, оскільки тоді справедливий фізично змістовний принцип адитивності середньої потужності:

$$P_\xi = \sum_{p \in \mathbb{Z}} f_0^{pp} = \text{tr } f_0,$$

який виражає розподіл середньої потужності процесу за складовими його розкладу

(1). При цьому введена матриця $f_0 = [f_0^{pq}]$ коваріації цих складових, tr - символ обчислення сліду матриць.

Тепер, наслідуючи ідеї С.Ватанабе про долі факторів ознак і використовуючи вираження їх у формі, наданій їм у праці [1], вводимо міру долі дисперсій (d -міру) зображення (1), яка визначається як послідовність з елементами $d^p = f_0^{pp} / \text{tr } f_0$ і задає згаданий розподіл та його характеристику - ентропію

$$H(\varphi) = - \sum_{p \in \mathbb{Z}} d^p \log d^p.$$

Критерій оцінювання надлишковості зображень моделей ритміки. При перетворенні ритмічних сигналів та обробці отримуваних із них даних природно постає проблема оцінювання того, що дає використання не обов'язково власного базису коваріації процесу, а певного наперед вибраного, який має швидкі алгоритми, заздалегідь втілені в обчислювальних засобах. В такому разі зображення (1) процесу замінюється іншим

$$\xi(t) = \sum_{p \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{N}} \eta_k^p(\psi) \psi_k^o(t - pT), \quad (3)$$

де $\{\psi_k^o(t)\}_{k \in \mathbb{N}}$ - названого типу (зі швидкими алгоритмами обчислень) базис з носієм D^o . У випадку, коли виконується умова К.Джордана, звідси впливає розклад, розглянутий У.Брелсфордом.

Для зображення (3) d - міра й ентропія визначаються аналогічно до

попереднього. Ентропія $H(\psi) = - \sum_{p \in \mathbb{Z}} d^p(\psi) \log d^p(\psi)$. А тоді надлишковість

у сенсі енергетичної концепції зображення (3) відносно зображення (1) визначаємо як

$$r = 1 - H(\psi) / H(\varphi).$$

Подібним чином аналізуються (див.[7]) зображення

$$\xi(t) = \sum_{p \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{N}} \eta_k^p(g) g_k^0(t - pT) \quad (4)$$

з некорельованими випадковими коефіцієнтами $\eta_k^p(g)$; $k \in \mathbb{N}$, які грають роль ортогонального базису в просторі \mathbb{H} . Таке зображення - аналог канонічного в сенсі В.Пугачова зображення випадкового процесу у вигляді ряду. У даному разі ряд для коваріації - аналог виразу (2) - буде на відрізках D^p одинарним щодо сумаций за верхнім індексом, що дає вигреш в обчисленнях.

Враховуючи тепер викладені у працях [1,7] результати, доводимо, що d -міри зображень (3) та (4) виражаються через d -міри зображень (1) за допомогою співвідношень вигляду $d = \$d(\varphi)$, де $\$$ - уністохастична матриця з

елементами $|u_{ki}|^2$, а $u_{ki} = \int_0^T \varphi_i(t) g_k^0(t) dt$ - елементи матриці переходу від

відповідних базисів зображення (1) до базисів зображень (3) і (4). А це означає, що при використанні останніх зображень $H(\psi) > H(\varphi)$ та $H(g) > H(\varphi)$, тобто у порівнянні з зображенням (1) зростає ентропія, за рахунок чого виникає надлишковість зображення.

Отже, як зображення (2), яке обгрунтовує застосовність швидких алгоритмів перетворень ПКВП, так і зображення (4), що дає вигреш у кількості сумаций при таких перетвореннях, є надлишковими по відношенню до зображення (1). Використання ж його, у свою чергу, пов'язане зі складністю обчислень власних функцій (і власних значень) коваріаційних операторів. До того ж вони повинні виконуватись заново всякий раз для кожної нової коваріації (принаймні для кожного типу коваріацій).

Підсумкові зауваги. З викладених результатів аналізу проблеми перетворень ПКВП та обробки отримуваних із них даних випливає, що прискорення обчислень при цифровій обробці ритмічних сигналів, описуваних моделями у вигляді ПКВП скінченної середньої потужності, виражених у часовій області за допомогою трансляційних зображень, можливе тільки за умови введення у такі зображення надлишковості, яка дає змогу узгодити зображення процесу з процедурами обробки. Тому при оцінюванні обчислювальних методів і засобів, обробки реалізацій ПКВП необхідно зважувати потрібний для цього компроміс.

Література

1. Драган Я.П. Структура и представления моделей стохастических сигналов. - Киев: Наукова думка, 1980. - 384 с.
2. Драган О.П., Драган Я.П. Синергетика и ритмика выделения компонентов при радиоллизе кристаллов. - Львов, 1982. - 54с. (Препринт/ Физ.-мех. ин-т им. Г.В.Карпенко АН УССР; №54)

3. Драган Я.П., Рожков В.Н., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. - Ленинград: Гидрометеиздат, 1987. - 319 с.
4. Колмогоров А.Н. Статистическая теория колебаний с непрерывным спектром // Юбилейный сборник АН СССР. - Москва.: изд-во АН СССР, 1947, ч.1 - с.242 - 249.
5. Gardner W.A., Franks L.S. Characterization of cyclostationary random signal processes // IEEE Trans. on inf. th., 1975. - V.IT-21, №1.- P. 4-14.
6. Драган Я.П. Трансляционные представления периодически коррелированных случайных процессов конечной средней мощности // II Всесоюзн. семинар "Модели, алгоритмы, принятие решений": тез. докл. изд. Акустический ин-т АН СССР, Ленинградский ин-т авиационного приборостроения, 1988. - С.7.
7. Драган Я.П. О мере информации в задачах компрессии // Отбор и передача информации, 1974, - №38, - с.3-9.



Імовірнісні моделі та методи статистичного аналізу сигналів зі стохастичною повторюваністю

ВІКТОР МИХАЙЛИШИН, ІГОР ЯВОРСЬКИЙ

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів,

вул.Наукова, 5.

Тел.: (0322) 654-341,

Факс: (0322) 649-427

Електронна пошта: panasiuk%fini.lviv.ua.@reley.ussr.eu.net

Viktor Mykhajlyshyn and Ihor Iavors'kyj. The Probabilistic Models and Methods of Statistical Analysis of Signals with Stochastic Recurrence.

The analysis of the properties of the signals with stochastic recurrence is given in terms of probabilistic characteristic of the periodically correlated stochastic processes and their generalizations. A general approach to the estimation problems of these characteristics on the basis of experimental data is considered, possible estimator methods are analysed and principally new results on the structure investigation of signal rhythmical changeability, obtained using the developed methodology, are given.

Періодично корельовані випадкові процеси та їх узагальнення як імовірнісні моделі стохастичних сигналів. Характерною особливістю часової мінливості багатьох фізичних процесів є як приблизна повторюваність, так і стохастичність. Повторюваність властивостей коливань - ритмічність, може бути викликана як дією на ту чи іншу систему зовнішніх сил (вимушені коливання), так і бути результатом існуючих в системах внутрішніх взаємозв'язків (вільні коливання). З ритмічними процесами зустрічаємось в багатьох галузях науки і техніки: радіофізиці, геофізиці, океанології, метеорології, вібродіагностиці, гідроакустиці, біології, сейсмології, економіці та ін. Дослідження коливної структури таких процесів природньо проводити на базі нестационарних випадкових процесів певних класів - періодично корельованих, бі-, полі- та майже періодично корельованих

[1,2]. Такі моделі дають можливість детальніше й об'єктивніше описати та дослідити структуру стохастичної повторюваності.

Вивчення властивостей стохастичних сигналів як періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) та їх узагальнень, розвиток теорії оцінювання ймовірнісних характеристик даних класів нестационарних випадкових процесів, розробка на базі ПКВП-моделей та їх узагальнень методів виявлення прихованих періодичностей, створення відповідної методологічної бази статистичної обробки часових рядів, програмного забезпечення, дослідження основних закономірностей ритмічної структури фізичних процесів на основі даних натурних спостережень, її параметризація, використання одержаних результатів для вивчення фізичних явищ, їх моделювання, прогнозу, розпізнавання, діагностики - ось основні цілі даного напрямку досліджень. В даній роботі дається короткий аналіз кожної з перерахованих проблем. Вона побудована в основному на результатах досліджень, проведених її авторами та їх колегами.

Методи ПКВП та їх узагальнення не замінюють методів гармонічного аналізу складних детермінованих процесів чи методів кореляційного й спектрального аналізу стаціонарних випадкових процесів, а доповнюють і розвивають їх, розширюючи тим самим можливості пізнання закономірностей властивостей стохастичних коливань. Ці можливості пов'язані з переходом до опису властивостей коливань в термінах змінних в часі ймовірнісних характеристик. Ці ймовірнісні характеристики несуть інформацію про властивості стохастичної модуляції коливань. З характером часових змін моментних функцій, їх вищими Фур'є-компонентами пов'язані ті властивості сигналів, котрі аж ніяк не можуть бути описані стаціонарним наближенням. Тому аналіз модульованих сигналів на базі ПКВП-моделей відкриває нові можливості для їх пізнання.

Оцінювання ймовірнісних характеристик сигналів. Для вивчення в термінах ймовірнісних характеристик ПКВП і його узагальнень закономірностей стохастичної повторюваності сигналів за експериментальними даними необхідно, виходячи з особливостей кореляційної і спектральної структури випадкових процесів з цих класів, сформулювати і дослідити методи оцінювання характеристик ритмічної мінливості, враховуючи при цьому й специфічні риси рядів натурних спостережень.

Перші результати зі статистики ПКВП були одержані в працях О.Коронкевича, Л.Гудзенка, Я.Драгана. Подальший розвиток статистичних досліджень цього класу нестационарних випадкових процесів стосувався перш за все створення загального підходу до задач оцінювання, комплексного вивчення всього кола статистичних питань, пов'язаних з можливими методами оцінювання повного набору ймовірнісних характеристик другого порядку - математичного сподівання, кореляційної функції, спектральної густини, їх компонентів Фур'є - за неперервними та дискретними реалізаціями, розробки методів статистичного аналізу споріднених із ПКВП процесів векторних, бі-, полі- та майже ПКВП.

Пошук прихованих періодичностей. Застосування згаданих вище методів статистичного аналізу сигналів, що описуються ПКВП та їх узагальненнями, вимагає попереднього знання періодів корельованості. Але в багатьох ситуаціях величина періоду є невідомою, і тому необхідна розробка спеціальних аналітичних методів його визначення. Задача визначення періоду, сформульована ще в XIX

столітті по відношенню до періодичних функцій, дістала назву задачі виявлення прихованих періодичностей. Авторами в основу таких досліджень покладені моделі прихованих періодичностей у вигляді ПКВП та його узагальнень. Задача виявлення сформульована й розв'язана як задача визначення періоду часової мінливості ймовірнісних характеристик. При цьому вона поставлена як в термінах математичного сподівання, так і кореляційної функції, що розділяє пошук регулярних періодичних коливань і періодичної мінливості кореляційних зв'язків.

Для знаходження періоду використовується метод максимальної правдоподібності. Цей метод дає асимптотично незсунену й асимптотично ефективну оцінку, але вимагає апріорних знань про кореляційну структуру процесу. Таких знань не потребує використання так званих когерентних і компонентних функціоналів, які мають резонансні властивості по відношенню до періоду.

Розвинуті статистичні методи виявлення прихованих періодичностей принципово відрізняються від тих, що базуються на стаціонарних моделях. Вони більше відповідають суті стохастичної повторюваності і є ефективними при обробці реальних даних.

Прикінцеві положення. В результаті проведених досліджень авторами та їх колегами створені основи статистичного аналізу сигналів зі стохастичною повторюваністю на базі моделей у вигляді ПКВП та їх узагальнень. В рамках спектрально-кореляційної теорії цих класів нестационарних випадкових процесів обґрунтовано загальний підхід до вивчення ритмічної мінливості, показано, що в термінах характеристик першого й другого порядку таких процесів якісно повному описуються суттєві і тісно пов'язані риси ритміки - повторюваність і випадковість, які відображають стохастичну амплітудну й фазову модуляцію сигналів. Розроблені методи оцінювання ймовірнісних характеристик ПКВП та їх узагальнень: когерентний, компонентний, метод найменших квадратів, методи лінійної фільтрації. Створено загальний підхід до задач оцінювання та побудови оптимальних оцінок характеристик. На базі ПКВП-моделі розвинуті методи виявлення та аналізу прихованих періодичностей. Створені програмні комплекси для статистичної обробки сигналів зі стохастичною повторюваністю. З їх використанням встановлені принципово нові закономірності ритмічної мінливості широкого кола фізичних процесів, що протікають на Землі, в атмосфері, океані, іоносфері, різноманітних технічних системах. Запропоновані параметричні моделі стохастичних коливань, які є основою для формулювання й планування експериментальних статистичних досліджень, моделювання й прогнозу процесів, діагностики стану динамічних систем, котрі їх породжують.

Література

1. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов.- Л.: Гидрометеоздат, 1987.- 320 с.
2. Михайлишин В.Ю., Яворський І.М. Параметричні моделі стохастичних коливань та методи їх статистичної обробки/ В. кн.: Обробка сигналів і зображень та розпізнавання образів. Праці Першої Всеукраїнської конференції.- Київ: Інститут кібернетики АН України, 1992, с.52-54.



Оцінювання змінної спектральної густини часових рядів з ритмічною структурою

ІГОР ЯВОРСЬКИЙ, ОКСАНА ПАНАСЮК

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів,
вул. Наукова, 5,

Тел.: (0322) 654-341. Факс: (0322) 649-427

Електронна пошта: panasiuk%fini.lviv.ua.@reley.ussr.eu.ne

Ihor Iavors'kyj and Oksana Panasiuk. The Estimation of the Variable Spectral Density of the Times Series with Rhythmical Structure.

The results of the investigation of the properties of the spectral density estimates of the times series which are described by periodically correlated stochastic processes have been considered. The asymptotic formulas for the statistical characteristic of the estimates are reduced.

Оцінювання спектральних характеристик ритмічних сигналів. Повторюваність властивостей у часі і стохастичність є характерною рисою багатьох сигналів, породжених системами різної фізичної природи. Виявити і описати її з єдиних позицій дозволяє модель у вигляді періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) [1,2], у рамках якої властивості сигналів описуються математичним

сподіванням $m(t) = E\xi(t)$, кореляційною функцією $b(t, u) = E \overset{o}{\xi}(t) \overset{o}{\xi}(t + u)$, $\overset{o}{\xi}(t) = \xi(t) - m(t)$, і змінною спектральною густиною

$$f(\omega, t) = \frac{1}{2\pi_R} \int b(t, u) \exp(-i\omega u) du, \quad (1)$$

які є періодичними функціями.

На основі виразу (1) отримується інтегральна оцінка спектральної густини

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_m}^{u_m} \hat{b}(t, u) k(u) \exp(-i\omega u) du, \quad (2)$$

властивості якої докладно досліджено у роботі [3].

При чисельному аналізі, як правило, випадковий сигнал із неперервним часом зазнає дискретизації, тому звичайно на практиці маємо справу із часовими рядами,

які представляють собою дискретну послідовність значень сигналу $\xi(t_p)$.

Застосування дискретизації веде до появи відмінностей у спектрах вихідного (неперервного) і дискретизованого сигналів, ступінь яких у певній мірі залежить від вибору величини кроку дискретизації. Розглянемо випадок рівномірної

дискретизації $t_p = p\Delta t$. Для побудови оцінки змінної спектральної густини ПКВП на основі дискретних даних у виразі (2) замінимо інтеграли відповідними інтегральними сумами. Для забезпечення слушності оцінки застосуємо процедуру згладжування.

Властивості дискретної оцінки спектральної густини. Дискретна оцінка змінної спектральної густини матиме вигляд

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{\Delta u}{2\pi} \sum_{n=-L}^L \hat{b}(t, n\Delta u) k(n\Delta u) \exp(-i\omega u), \quad (3)$$

де $L = \frac{u_m}{\Delta u}$ - максимальний зсув, для якого визначається оцінка кореляційної функції, Δu - крок дискретизації по зсуву u , $k(n\Delta u)$ - функція видільного вікна, яка володіє усіма тими властивостями, що й кореляційне вікно при спектральному аналізі стаціонарних випадкових процесів [4,5] : $k(n\Delta u) = k(-n\Delta u)$, $k(0) = 1$, $k(n\Delta u) = 0$ при $n\Delta u > u_m$, u_m - точка усічення корелограми. Оскільки для обчислення оцінки кореляційної функції застосовуються так звані когерентні статистики

$$\hat{b}^{(1)}(t, n\Delta u) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [\xi(t+kT) - \hat{m}(t+kT)][\xi(t+u+kT) - \hat{m}(t+u+kT)],$$

$$\hat{b}^{(2)}(t, n\Delta u) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N [\xi(t+kT)\xi(t+u+kT) - \hat{m}(t+kT)\hat{m}(t+u+kT)],$$

у яких час t виступає як параметр, то у виразі (3) для дискретної оцінки спектральної густини залежність від інтервалу дискретизації Δt буде відсутньою. Тоді для зміщень оцінки (3) відповідно будемо мати

$$E \hat{f}^{(1)}(\omega, t) = \sum_{p \in \mathbb{Z}R} \int f(\omega_1, t) \lambda(\omega - \omega_1 - p \frac{2\pi}{\Delta u}) [1 - g_1(\omega_1, N) + g(\omega_1, N)] d\omega_1, \quad (4)$$

$$E \hat{f}^{(2)}(\omega, t) = \sum_{p \in \mathbb{Z}R} \int f(\omega_1, t) \lambda(\omega - \omega_1 - p \frac{2\pi}{\Delta u}) [1 - g(\omega_1, N)] d\omega_1. \quad (5)$$

Як видно із виразів (4) і (5), дискретизація реалізації приводить до появи додаткових членів як у складовій зміщення, зумовленій згладжуванням, так і у складових, залежних від довжини оброблюваної реалізації. Характер цих додаткових членів визначається поведінкою оцінюваної спектральної густини поза

частотним інтервалом $[-\frac{\pi}{\Delta u}, \frac{\pi}{\Delta u}]$. Розкладаючи $f(\omega_1, T)$ в ряд Тейлора в околі

точок $\omega - p \frac{2\pi}{\Delta u}$ і обмежуючись першим членом розкладу, отримаємо наступні наближені формули

$$E \hat{f}^{(1)}(\omega, t) \approx \sum_{p \in \mathbb{Z}} f(\omega - p \frac{2\pi}{\Delta u}, t) [1 - \int_R \lambda(\omega - \omega_1 - p \frac{2\pi}{\Delta u}) [g_1(\omega_1, N) + g(\omega_1, N)] d\omega_1,$$

$$E f^{(2)}(\omega, t) \approx \sum_{p \in Z} f(\omega - p \frac{2\pi}{\Delta u}, t) [1 - \int_R \lambda(\omega - \omega_1 - p \frac{2\pi}{\Delta u}) g(\omega_1, N)] d\omega_1,$$

із яких випливає, що при довільному Δu має місце ситуація, коли на значення

змінної спектральної густини $f(\omega, t)$ на частотах $\omega \in [-\frac{\pi}{\Delta u}, \frac{\pi}{\Delta u}]$ накладаються всі

її значення, які відповідають частотам, котрі не належать згаданому інтервалу.

Спотворення значень оцінок буде мінімальним, якщо $f(\omega, t)$ є істотно відмінною

від нуля лише в інтервалі частот $\omega \in [-\omega_{\max}, \omega_{\max}]$ і при цьому $\Delta u < \frac{\pi}{\omega_{\max}}$. При

такому інтервалі дискретизації регулярна складова зміщення, зумовлена згладжуванням, буде рівною аналогічній складовій для інтегральної оцінки (2). Так само повністю збігатимуться тоді для оцінок (2) і (3) і складові, залежні від довжини реалізації.

Дисперсія оцінки (3) у першому наближенні в припущенні гауссового характеру процесу визначатиметься формулою

$$D[f(\omega, t)] = \frac{4\pi^2}{(\Delta u)^2} \sum_{n, m, l=-L}^{L-1} \iint f(\omega_1, t) [f(\omega_2, t) g(\omega_2 - \omega_1, N) \lambda(\omega - \omega_2 + m \frac{2\pi}{\Delta u}) \times \\ \times \lambda(\omega + \omega_1 - n \frac{2\pi}{\Delta u}) + \sum_{k=-M}^{M-1} f_k(\omega_2) \exp(ik \frac{2\pi}{T} t) \lambda(\omega + \omega_2 + m \frac{2\pi}{\Delta u} - k \frac{2\pi}{T}) \times \\ \times \lambda(\omega + \omega_2 - n \frac{2\pi}{\Delta u}) g(\omega_1 + \omega_2, N)] d\omega_1 d\omega_2. \quad (6)$$

У асимптотиці при довжині реалізації $\Theta \rightarrow \infty$ для дисперсії отримуємо:

$$D[\hat{f}(\omega, t)] \approx \frac{2\pi}{\Theta} [\sum_{p, q \in Z} f(\omega + q \frac{2\pi}{\Delta u}, t) f(\omega - p \frac{2\pi}{\Delta u}, t) \sum_{k \in Z} W(2\omega + (p - q) \frac{2\pi}{\Delta u} - k \frac{2\pi}{T}) + \\ + \sum_{q \in Z} f_0(\omega - q \frac{2\pi}{\Delta u}) W(0) \sum_{p \in Z} \text{Re} f(\omega - q \frac{2\pi}{\Delta u} + q \frac{2\pi}{T}, t)]. \quad (7)$$

Як показує аналіз, дисперсія дискретної оцінки (3) залежить як від значення змінної спектральної густини на частоті ω , на якій вона оцінюється, так і від

значень її на частотах, зсунутих відносно ω на величини, кратні $\frac{2\pi}{\Delta u}$. Вираз (7)

містить всі складові, які потрапляють у область ненульових значень змінної

спектральної густини. Якщо інтервал дискретизації $\Delta u < \frac{\pi}{\omega_{\max}}$, то в ньому буде

наявним лише той член, який відповідає $p=q=0$, і тоді асимптотичний вираз для дисперсії дискретної оцінки (3) збігається із аналогічним виразом для інтегральної оцінки (2). З цього можна зробити наступний висновок: коли інтервал дискретизації по зсуву Δu є узгодженим із верхньою частотою ω_{\max} так, що

$\Delta u < \frac{\pi}{\omega_{\max}}$, то дисперсія дискретної оцінки змінної спектральної густини (3) не

відрізняється від дисперсії інтегральної оцінки (2). Якщо ж умова $\Delta u < \frac{\pi}{\omega_{\max}}$ не виконується, то відмінність у збіжності оцінок ставатиме все істотношою в міру

збільшення Δu і при таких Δu , коли поза інтервалом $[-\frac{\pi}{\Delta u}, \frac{\pi}{\Delta u}]$ змінна спектральна густина все ще є значна за величиною, статистична точність дискретної оцінки (3) істотно поступатиметься точності неперервної оцінки (2).

Прикінцеві положення. Методи непараметричного і параметричного спектрального аналізу, які широко використовуються при обробці сигналів, базуються, в основному, на моделях у вигляді стаціонарних випадкових процесів. При дослідженні спектральних властивостей ритмічних сигналів на базі ПКВП-моделей виявляються принципово нові можливості для пізнання їх ймовірнісної структури. Вивчення цієї структури за натурними даними вимагає перш за все розвитку статистичних досліджень в даній області. Запропоновані й досліджені авторами оцінки спектральних характеристик лягли в основу алгоритмічного й програмного забезпечення емпіричного спектрального аналізу. Одержані співвідношення для показників якості оцінювання є базовими для розробки методологічних питань такого аналізу.

Література

1. Драган Я.П., Яворский И.Н. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы.- Киев: Наукова думка, 1982.- 248 с.
2. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов.- Л.: Гидрометеиздат, 1987.- 319 с.
3. Панасюк О.Н., Яворский И.Н. Спектральный анализ сигналов со стохастической повторяемостью. / Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. 1994.- №12.- С. 47-58.
4. Грибанов Ю.И., Мальков В.Л. Спектральный анализ случайных процессов.- М.: Энергия, 1974.- 239 с.
5. Грибанов Ю.И., Мальков В.Л. Выборочные оценки спектральных характеристик стационарных случайных процессов.- М.: Энергия, 1978.- 158 с.



Компонентний кореляційний аналіз ритмічних сигналів

ІГОР ЯВОРСЬКИЙ, ІГОР ІСАЄВ

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів
вул. Наукова, 5.

Тел.: (0322) 654-340, Факс (0322) 649-427

Електронна пошта: panasiuk%fini.lviv.ua.@reley.ussr.eu.net.

Ihor Iavors'kyj, Ihor Isajev. **The Component Correlation Analysis of Rhythmic Signals.**

The component method of the periodically correlated stochastic process probabilistic characteristics estimations are considered. The continuous and discrete estimates are analysed. Methodical recommendations on statistical processing of time series with given parametrical structure are given.

Методологічні основи компонентного аналізу. В основі дослідження структури коливних процесів зі стохастичною повторюваністю на базі натурних спостережень лежать імовірнісні моделі у вигляді періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) та їх узагальнень. Властивості коливань в рамках таких моделей описуються характером часової мінливості моментних функцій першого й другого порядку, а також величинами, які визначають цю мінливість. З врахуванням часової мінливості імовірнісних характеристик і повинні формуватись оператори оцінювання, які призначаються для обчислень цих характеристик за реальними даними. Подібна задача ставиться й при статистичному аналізі будь-яких інших класів нестационарних випадкових процесів. Основним питанням, на яке треба відповісти при її розв'язанні, є питання про ергодичність. Воно стосується, перш за все формулювання загальних вимог до властивостей процесів, виконання яких і дає можливість знаходити оцінки характеристик за однією реалізацією. Вибір і обґрунтування самих операторів оцінювання вже в значній мірі базується на багатшій інформації про структуру процесів. І найбільш продуктивним тут є шлях, який використовує розклади імовірнісних характеристик за певними базисними функціями.

Компонентний метод оцінювання імовірнісних характеристик ПКВП базується на зображеннях математичного сподівання й кореляційної функції у вигляді рядів Фур'є. В порівнянні з когерентним методом, в основі якого лежить усереднення відліків через період корельованості, він має певні переваги. Вони зумовлені перш за все використанням інтегральних перетворень заданої ділянки реалізації, що дає більш повну інформацію про властивості характеристик.

Метою досліджень, результати яких розглядаються в даній роботі, була розробка методологічних питань компонентного кореляційного аналізу часових рядів з ритмічною структурою. Такі дослідження складались з етапів:

- 1) обґрунтування операторів оцінювання математичного сподівання та кореляційної функції ПКВП та їх Фур'є-компонентів;
- 2) дослідження властивостей можливих оцінок характеристик, їх порівняльний аналіз;
- 3) обґрунтування алгоритмів статистичної обробки часових рядів і створення програмного забезпечення;
- 4) аналіз оцінок характеристик на основі параметричних зображень;

- 5) розроблення рекомендацій по вибору параметрів кореляційної обробки часових рядів компонентним методом;
- 6) виявлення та дослідження з використанням розробленої методології імовірнісної структури коливних процесів за реальними даними.

Властивості компонентних оцінок імовірнісних характеристик сигналу. Компонентний метод оцінювання можна використовувати, коли маємо апріорні відомості про кількість компонентів, що містять розклади в ряди Фур'є тих характеристик, які оцінюються. Про цю кількість можна судити, виходячи з аналізу фізичних умов протікання процесу, а також з результатів обробки рядів когерентним методом. Компонентні оцінки математичного сподівання й кореляційної функції мають вигляд:

$$\hat{m}(t) = \sum_{k=-N_1}^{N_1} \hat{m}_k \exp(ik \frac{2\pi}{T} t), \quad (1)$$

$$\hat{b}(t, u) = \sum_{k=-N_2}^{N_2} \hat{B}_k(u) \exp(ik \frac{2\pi}{T} t), \quad (2)$$

де

$$\hat{m}_k = \theta^{-1} \int_0^\theta \xi(t) \exp(-ik \frac{2\pi}{T} t) dt, \quad (3)$$

$$\hat{B}_k(u) = \theta^{-1} \int_0^\theta [\xi(t) - \hat{m}(t)][\xi(t+u) - \hat{m}(t, u)] \exp(-ik \frac{2\pi}{T} t) dt, \quad (4)$$

а N_1 і N_2 - номери найвищих компонентів математичного сподівання й кореляційної функції. В дискретному випадку інтеграли (3) - (4) замінюються на відповідні інтегральні суми. Неперервна оцінка математичного сподівання (1) є незсуненою, а дискретна буде такою, коли інтервал дискретизації h задовольняє

умову $h \leq \frac{T}{2N_1 + 1}$, інакше матиме місце ефект накладання. Для відсутності

накладання при оцінюванні кореляційної функції треба, щоб $h \leq \frac{T}{2N_2 + 1}$.

Дисперсії оцінок (1) - (2) є періодичними функціями, і тому можуть бути зображені у вигляді рядів Фур'є. Кількість гармонік дисперсії оцінки (1) удвоє перевищує кількість гармонік математичного сподівання. Збіжність в середньому визначається нульовим коефіцієнтом α_0 , який з достатньою точністю представляється у вигляді

$$\alpha_0 = \frac{1}{K} [(2N_1 + 1)B_0(0) + \sum_{q=1}^{K-1} (1 - \frac{q}{K})B_0(qh)\gamma_0(qh)], \quad (5)$$

де $K = \frac{\theta}{h}$. Ваговий множник $\gamma_0(qh) = 2 \sum_{l=-N_1}^{N_1} \cos(l \frac{2\pi}{T} qh)$ описує залежність α_0 від

кількості компонентів, що оцінюються. При $N_1 = 0$ вираз (5) збігається з формулою дисперсії дискретної оцінки математичного сподівання стаціонарного випадкового процесу. Серед вищих гармонік дисперсії оцінки (1) виділяються гармоніки з амплітудами

$$\alpha_s = \frac{1}{K} [(2N_1 + 1)B_s(0) + \sum_{q=1}^{K-1} B_s(qh)\gamma_s(qh)], \quad (6)$$

де

$$\gamma_s(qh) = \sum_{l \in P} [\exp(-i(s+l)\frac{2\pi}{T}qh) + \exp(il\frac{2\pi}{T}qh)],$$

а $P = \{-N_1 - s, \dots, N_1\}$ при $s \leq 0$ і $P = \{-N_1, \dots, N_1 - s\}$ при $s > 0$. Отже, амплітуда S -ої гармоніки дисперсії в основному визначається S -им кореляційним компонентом. При $N_1 \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$, $\theta = Kh = \text{const}$ вирази (5) - (6) переходять у формули для коефіцієнтів Фур'є дисперсії когерентної оцінки математичного сподівання.

Коефіцієнти ряду Фур'є дисперсії оцінки кореляційної функції (2) визначаються відповідними лінійними комбінаціями добутків кореляційних компонентів ПКВП. Нульовий коефіцієнт ряду залежить не тільки від нульового, а й вищих кореляційних компонентів. Тому в рамках стаціонарного наближення ПКВП не можуть розв'язуватись навіть питання збіжності в середньому.

Аналіз оцінок характеристик на основі параметричних зображень. Одержані співвідношення для імовірнісних характеристик оцінок були використані для знаходження показників якості статистичної обробки рядів, що описуються певними параметричними моделями. Перехід до параметричного опису сигналів здійснено на основі представлення ПКВП через стаціонарні пов'язані компоненти

$$\xi(t) = \sum_k \xi_k(t) \exp(ik \frac{2\pi}{T} t), \quad (7)$$

Імовірнісні характеристики сигналів тоді задаються через характеристики модулюючих процесів $\xi_k(t)$ - їх математичні сподівання, авто- та взаємнокореляційні функції. Із зображення (7) при певних умовах, що накладаються на процеси $\xi_k(t)$, легко виділяються часткові моделі ритмічних сигналів: адитивна, мультиплікативна, адитивно-мультиплікативна, полігармонічна і т.п.

Для адитивної моделі $\xi(t) = \eta(t) + f(t)$ де $\eta(t)$ - стаціонарний випадковий процес, $f(t)$ - періодична функція, відмінний від нуля тільки нульовий компонент $B_0(u)$.

Нехай $B_0(u) = \sum_k D_k \exp(-\alpha_k |u|)$. Тоді

$$\lambda_0 = \frac{1}{K} \sum_k D_k [(2N_1 + 1) + \sum_{l=-N_1}^{N_1} S_{l,0}(\alpha_k, K)], \quad (8)$$

$$\lambda_s = \frac{1}{K} \sum_k D_k \sum_{l=-N_1}^{N_1-s} S_{l,s}(\alpha_k, K), \quad (9)$$

де

$$S_{l,s}(\alpha_k, K) = \frac{1}{K} \sum_{q=1}^{K-1} \sum_{p=0}^{K-q-1} \exp(-is \frac{2\pi}{T} ph) [\exp(-i(s+l) \frac{2\pi}{T} qh) + \exp(il \frac{2\pi}{T} qh)] \exp(-\alpha_k qh).$$

Задаючи чисельні значення параметрів апроксимації D_k , α_k , одержуємо значення коефіцієнтів λ_0 , λ_s , а також і дисперсії оцінки математичного сподівання в залежності від інтервалу дискретизації та довжини ділянки реалізації. На основі виразів (8) - (9) вирішується й зворотня задача - вибір такого інтервалу і такої довжини, які забезпечують задану достовірність обробки.

На основі співвідношень, які визначають імовірнісні характеристики оцінки кореляційної функції, аналогічно обґрунтовуються параметри обробки при обчисленні кореляційної функції.

Такі дослідження були проведені також для мультиплікативної, адитивно-мультиплікативної, квадратурної моделей та більш складних представлень ПКВП, що описують типові параметричні структури реальних фізичних процесів.

Прикінцеві положення. В результаті проведених досліджень була розроблена методологія кореляційної обробки часових рядів компонентними методами ПКВП. Детальний аналіз властивостей оцінок імовірнісних характеристик за неперервними та дискретними реалізаціями, обґрунтування на цій основі алгоритмів обробки, створення програмного забезпечення дали змогу виробити конкретні рекомендації по вибору параметрів обробки з метою визначення характеристик сигналів з заданими ритмічними структурами.

Література

1. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. - Л.: Гидрометеониздат, 1987. - 319 с.



Перетворення стохастичних сигналів з метою обробки вимірювальної інформації

ГАЛИНА МИКИТИН, РОМАН ФЕДОРІВ

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів,
вул. Наукова, 5
Тел.: 63-40-33

Halyna Mykytyn, Roman Fedoriv. Transformation of Stochastic Signals for Measurement Information Processing.

The results of processing of measurement information which is represented by stochastic signals are investigated.

Вступ. Різноманітні відомості про навколишнє середовище, у тому числі вимірювальна інформація, переноситься у просторі фізичними процесами: електромагнітними та пружними коливаннями, потоками матеріальних частинок. Носії відомостей - сигнали - трактують як процес, хоча б один із параметрів якого зв'язаний із значеннями фізичної величини, відомості про яку він переносить.

В основному параметри сигналу і значення фізичної величини зв'язані між собою однозначно. І тільки в тому розумінні, що значення фізичної величини до вимірювання невідоме і очікується з певною імовірністю, сигнал трактується як стохастичний. Такі погляди розвинув Хелстром із школи Балакрішнана.

Постійний дефіцит відомостей обумовлює використання фізичних процесів, як носіїв вимірювальної інформації, які раніше вважалися шумами. Це також стохастичні процеси, але стохастичність зовсім іншого роду, ніж у розумінні Хелстрома. Випадковість параметрів сигналу у розумінні Хелстрома є корисною, оскільки лише такий сигнал може переносити відомості.

Ми розглядаємо сигнали, які є випадковими по відношенню до переносимої інформації. Така стохастичність є шкідливою, оскільки обумовлює додаткову похибку вимірюваних значень фізичної величини. Параметри сигналу зв'язані із значеннями вимірюваної величини неоднозначно, а через розподіл імовірностей. Тому стохастичні сигнали потребують спеціальних перетворень з метою обробки переносимої ними вимірювальної інформації.

Реалізація вимірювань значень фізичної величини за допомогою частотних перетворювачів. Вимірювана величина x перетворюється у послідовність часових інтервалів

$$y_1 = y_2 = \dots = y_N, \quad y_{i+1} - y_i = \frac{a}{x}, \quad a = \text{const}. \quad (1)$$

Із значень y_1, y_2, \dots, y_N будується шкала S , яка порівнюється із значенням наперед заданої міри T .

Результат вимірювання

$$N(T, y) = \text{Ent}\left(\frac{T}{y}\right) = \text{Ent}\left(\frac{Tx}{a}\right) = \text{Ent}\left(\frac{x}{\Delta'}\right), \quad (2)$$

де $\Delta' = \frac{a}{T}$ - крок дискретизації, $\text{Ent}(\bullet)$ - ціле значення відношення (\bullet) . (3)

Максимальне значення відносної похибки вимірювання

$$\delta_{x_{\max}} = \frac{\Delta'}{x} = \frac{a}{xT}. \quad (4)$$

Реалізація вимірювань значень фізичної величини за допомогою статистичних частотних перетворювачів. Інтервали y_1, y_2, \dots, y_N є реалізаціями випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$. Перетворення вимірюваних величин у часові інтервали породжує імпульсний потік

$$X(t) = \sum_i \delta(t - t_i), \quad t_i - t_{i-1} \in \xi. \quad (5)$$

Результат перетворення -

$$N(T, y) = \int_0^T \sum_i \delta(t - t_i) dt. \quad (6)$$

Число $N(T, y)$ є реалізацією випадкової величини $N(T, \xi)$, тому

$$N(T, y) \in N(T, \xi) = \int_0^T X(t) dt. \quad (7)$$

Імовірнісний аналіз оцінки якості непрямих вимірювань проводимо в послідовності:

- результат вимірювання отримуємо за умови порівняння

$$\sum_{i=0}^N y_i \leq T < \sum_{i=0}^{N+1} y_i; \quad (8)$$

- використовуємо апріорні відомості про закон розподілу випадкової величини $p(\xi = y)$;

- здійснюємо згортку N -законів розподілу випадкової величини

$$P\left(\sum_{i=0}^N y_i = r\right), \quad r - \text{деяке значення};$$

- переходячи у виразі (8) до інтегральних функцій розподілу імовірностей, знаходимо закон розподілу імовірностей результатів вимірювання

$$P_{N=N}(T, y_1, y_2, \dots, y_N) = P\left(\sum_{i=0}^N y_i \leq T\right) - P\left(\sum_{i=0}^{N+1} y_i < T\right) = F_N(T) - F_{N+1}(T); \quad (9)$$

- визначаємо числові характеристики цього розподілу імовірностей: математичне сподівання результату вимірювання

$$[N(T, \xi)] = \sum_{N=0}^{\infty} NP_N(T); \quad (10)$$

дисперсія результату вимірювань

$$D_N(T) = [N^2(T)] - [N(T)]^2. \quad (11)$$

Відносна статистична похибка визначення x за результатом $N(T)$

$$\delta_N = \sqrt{D_N} / [N(T)]. \quad (12)$$

Імовірнісний аналіз похибки результату вимірювання при експоненціальному розподілі густини імовірностей вимірювальної величини.

Апріорі відомо, що $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ однакові і розподілені за експоненціальним законом

$$p(\xi = y) = \frac{x}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}y\right). \quad (13)$$

Відповідно густина розподілу суми реалізацій

$$P\left(\sum_{i=0}^N y_i = r\right) = \int_0^r \frac{x}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}(r_N - r_{N-1})\right) \int_0^{r_{N-1}} \frac{x}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}(r_{N-1} - r_{N-2})\right) \dots \\ \dots \int_0^{r_2} \frac{x}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}(r_2 - r_1)\right) \frac{x}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}r_1\right) dr_{N-1} dr_{N-2}, \dots, dr_1. \quad (14)$$

Проінтегрувавши (14), знаходимо, що ξ розподілена за законом Ерланга $(N-1)$ -го порядку

$$P\left(\sum_{i=0}^N y_i = r\right) = \frac{x}{a} \left(\frac{x}{a}r\right)^{N-1} \frac{1}{(N-1)!} \exp\left(-\frac{x}{a}r\right). \quad (15)$$

Інтегральні функції розподілу

$$F_N(T) = \int_0^T \frac{x}{a} \left(\frac{x}{a} r \right)^{N-1} \frac{1}{(N-1)!} \exp\left(-\frac{x}{a} r\right) dr, \quad (16)$$

$$F_{N+1}(T) = \int_0^T \frac{x}{a} \left(\frac{x}{a} r \right)^N \frac{1}{N!} \exp\left(-\frac{x}{a} r\right) dr. \quad (17)$$

Імовірність того, що результат вимірювання при відомій мірі T прийме число N , розподілена за законом Пуасона

$$P_N(T) = \frac{1}{N!} \left(\frac{xT}{a} \right)^N \exp\left(-\frac{xT}{a}\right). \quad (18)$$

Числові характеристики розподілу:

$$[N(T, \xi)] = D_N(T) = \frac{x}{a} T; \quad \delta_N = \sqrt{\frac{a}{xT}}. \quad (19)$$

Прикінцеві положення. Вимірювання при багатократному перетворенні фізичної величини в часові інтервали має особливості. Якщо у випадку прямих вимірювань міра i є кроком дискретизації, то в даному випадку міра T і крок дискретизації Δ' не одне і те ж. Ця особливість спрощує проблему вибору міри і знімає проблему реалізації потрібного кроку дискретизації. Тобто розділення функцій міри та кроку дискретизації дозволить вибрати значення міри за критерієм точності та єдиності вимірювань і потрібний крок дискретизації відповідно до вибраної міри.

Література.

1. Теория связи. Перевод с англ. под ред. Б.Р.Левина.- М.: Связь, 1972.- 392 с.
2. Федорів Р.Ф. Статистична радіометрія.- К.: Наукова думка, 1979.- 263 с.
3. Новицкий П.В., Кнорринг В.Г., Гутников В.С. Цифровые приборы с частотными датчиками.- Л.: Энергия, 1970.- 424 с.



Виявлення шумового сигналу на фоні негаусівських завад

ЮРІЙ КУНЧЕНКО, СЕРГІЙ МАРТИНЕНКО

Інженерно-технологічний інститут

Україна, 257006 Черкаси,

бул. Шевченка, 460

Тел.: (047-2) 435-171, (047-2) 433-022

Юрий Кунченко, Сергей Мартыненко. Обнаружение шумового сигнала на фоне негауссовских помех.

Наиболее часто задача обнаружения сигналов, принимаемых в смеси с помехой, возникает в радиолокации. В реальных условиях объект локации движется и являет собой совокупность хаотически размещенных блестящих точек.

Поэтому принимаемый высокочастотный сигнал, в силу случайности изменения амплитудно-фазовых отношений сигналов, отраженных от каждой точки за счет их движения, будет амплитудно-модулированным. Из этого vyplывает, что сигнал на выходе детектора в случае наявности объекта локации будет иметь вид суммы шумового (случайного) полезного сигнала и помехи. Математическое ожидание шумового сигнала при этом будет отличным от нуля. С точки зрения теории вероятности такой шумовой сигнал равняется сумме постоянного сигнала (математическое ожидание) и шумовой составляющей с нулевым математическим ожиданием. Если объект наблюдения отсутствует, то на выходе детектора будет лишь помеха. В данной работе синтезируем обнаружитель полезного сигнала, когда и сигнал и помеха имеют распределения, отличные от гауссовского (нормального), используя в качестве априорной информации моментное и кумулянтное описание случайных величин.



Синтез виявлювача імпульсного сигналу, що приймається на фоні негаусівських завад, оптимального за критерием асимптотичної нормальності

ЮРІЙ КУНЧЕНКО, ВОЛОДИМИР ПАЛАГІН

Інженерно-технологічний інститут

*Україна, 257006 Черкаси,
бул. Шевченка, 460*

Тел.: (047-2) 435-171, (047-2) 433-022

Юрий Кунченко, Владимир Палагин. Синтез обнаружителя импульсного сигнала, принимаемого на фоне негауссовых помех, оптимального по критерию асимптотической нормальности.

В работе рассмотрен новый дисперсионный критерий качества выбора решающих правил - критерий асимптотической нормальности. Данный критерий основан не на вероятностных ошибках, а является некоторым функционалом от более простых числовых вероятностных характеристик решающей функции, а именно, от атематического ожидания и дисперсии решающей функции при гипотезе и альтернативе. Построены решающие правила при различных степенях полинома ($S=1$, $S=2$). Проведены расчеты для количества извлекаемой информации из импульсного радиосигнала с полностью известной амплитудой, а также рассмотрены суммы ошибок первого и второго рода при различных S . Дан сравнительный анализ двух дисперсионных критериев : критерия асимптотической нормальности с критерием минимума верхней границы среднего риска.



Багаторівневі моделі подання квазіперіодичних темпоральних образів МИХАЙЛО БОНДАРЕНКО, ВАГАН ТЕРЗІЯН, АНДРІЙ ТКАЧУК

Технічний університет
радіоелектроніки

Україна, 310726 Харків,
проспект Леніна 14
Тел.: (0572) 40-9385 Факс: (0572) 40-9113
E-mail: 2:461/51.26 @FidoNet

Михаил Бондаренко, Ваган Терзиян, Андрей Ткачук. Многоуровневые модели представления квазипериодических временных образов

В данной работе рассматривается один из способов получения формальной модели образа, который проявляет себя квазипериодическими колебаниями биологической природы. В качестве такой модели предлагается оригинальный способ представления квазипериодических сигналов в виде набора характеристических векторов. Вектора получаются на основе преобразования выделенного периода сигнала путем превращения временной оси в окружность. Эксперименты на пульсограммах как разновидности квазипериодических сигналов были проведены в рамках интеллектуальной системы медицинской диагностики. По сравнению с традиционным методом спектрального анализа было установлено, что новое преобразование сигнала дает принципиально новую информацию о причинах патологий и позволяет более эффективно производить автоматизированный диагноз.

Об'єкт дослідження. В якості об'єкта дослідження було обрано квазіперіодичний сигнал, джерелом якого може бути технічна або біологічна система. Під квазіперіодичним будемо вважати сигнал, у якого можна виділити ділянки, які можна вважати періодичними. Прикладом такого сигналу може бути кардіограма (пульсограма). У пульсограмі квазіперіодичні ділянки відповідають одному серцевому удару. Пульсограму не можна назвати строго періодичним сигналом, оскільки кожен удар серця має свою особливість і в точності не повторює попередні. Будь-яка технічна або біологічна система є джерелом саме квазіперіодичних сигналів.

Постановка задачі

Математична. На вхід поступає квазіперіодичний сигнал, що задається таблицею в рівновіддалених вузлах та який можна диференціювати нескінченне число разів. Необхідно виділити мінімальне число інтегральних показників, за якими можливо однозначно відтворити вихідний сигнал.

Медична. Впроваджується нове подання пульсограми як набору характеристичних векторів. Ці вектори повинні корелювати з будь-якими змінами в формі пульсограми.

Опис математичної моделі подання сигналу. На вході системи обробляється вхідний квазіперіодичний сигнал, що заданий у вигляді функції відносно осі абсцис. Виділяється квазіперіод для обробки. Вісь абсцис трансформується в коло радіусом, що дорівнює абсолютному значенню мінімальної ординати на виділеному квазіперіоді. Перетворення проводимо за такими формулами:

$$Xr[i] = (R+Y[i]) * \cos(f); \quad (1)$$

$$Yr[i] = (R+Y[i]) * \sin(f); \quad (2)$$

де R - радіус кола;
Xr[i],Yr[i] - координати поточної точки в новій системі;

f змінюється в межах $0 - 2\pi$.

При умові, що сигнал квазіперіодичний (саме значення функції на кінцях квазіперіоду повинні співпадати), отримуємо замкнуту фігуру. Нижче наведено приклад трансформації функції $y=\sin(x)$.

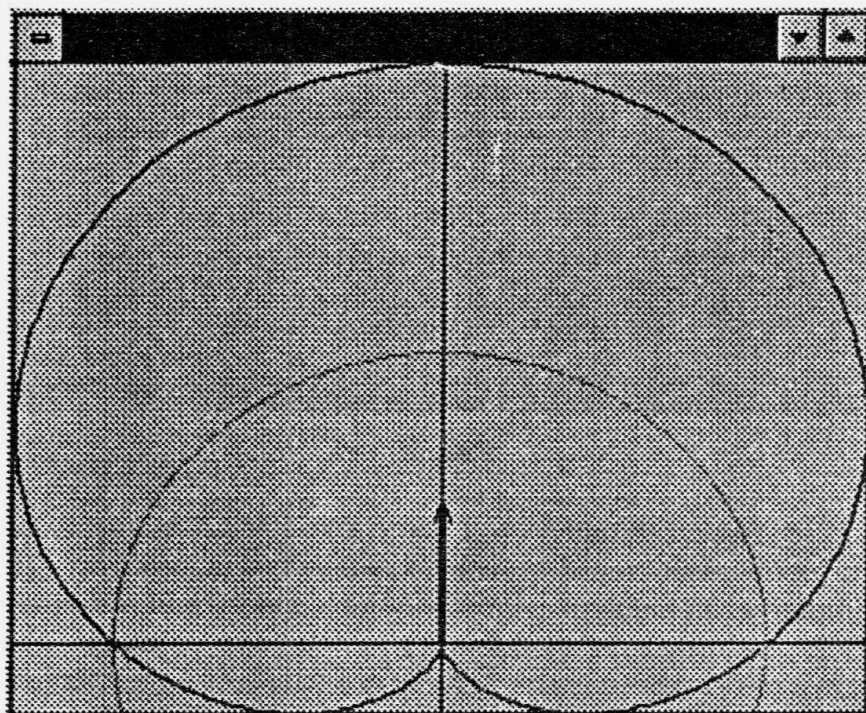


Рис. 1

Для інтегральної оцінки цієї фігури будемо використовувати вектор, спрямований з центру нових координат в точку центру маси отриманої фігури (див. рис. 1).

Якщо продиференціювати вихідний сигнал, то отримуємо також квазіперіодичний сигнал. Наведеним методом знаходимо характеристичний вектор другого порядку, що описує похідну виділеного квазіперіоду. Таким чином можна побудувати скільки завгодно велике число характеристичних векторів квазіперіоду даного сигналу, що відповідають визначеному рівню похідної. На рис. 2 наведені перші дві похідні функції $y=\sin(x)$ в поданій системі координат та їхні характеристичні вектори.

Доведена збіжність алгоритму відбудови сигналу за його інтегральним показником (характеристичним вектором). Точність відбудови залежить від кількості отриманих векторів.

Застосування математичної моделі до аналізу пульсограм в рамках програмної системи. Програмна система **MetaHuman-1** призначена для первинної обробки пульсограм (або інших квазіперіодичних часових сигналів), що подані у вигляді файлів оцифрованих даних, їх математичного аналізу та візуалізації інтегральних математичних показників, що отримані в рамках оригінальної методики, що розроблена співробітниками **MetaIntelligence Laboratory** Харківського Технічного Університету Радіоелектроніки.

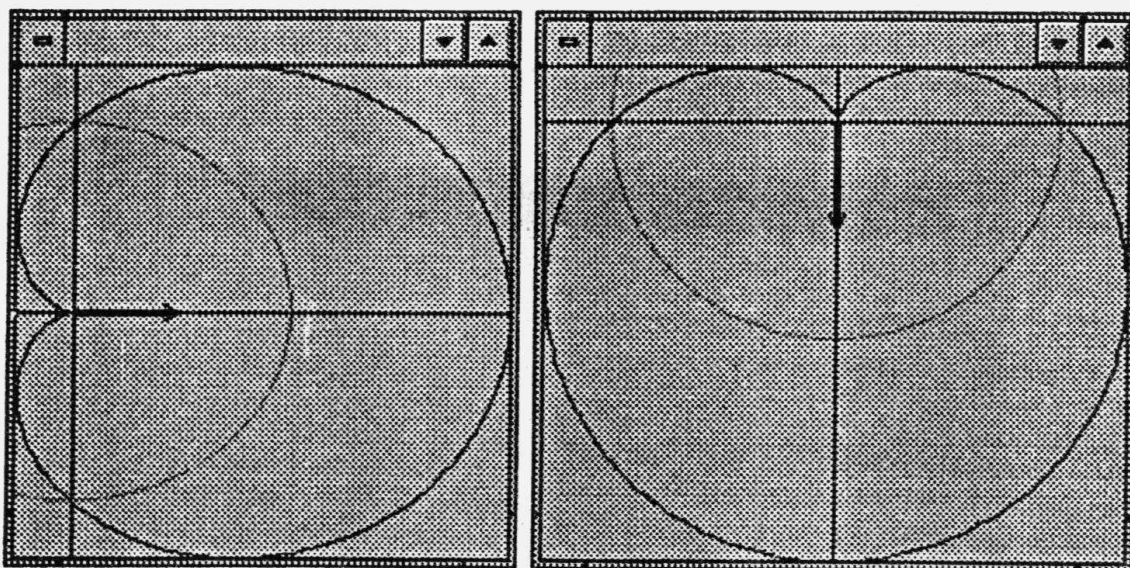


Рис. 2

Вхідний сигнал подає оцифровану з частотою 400 Гц пульсограму. Вісь абсцис в такому сигналі проводимо через середнє значення всіх ординат. Після згладжування сигнал підлягає процедурі автоматичного виділення квазіперіоду (одного удару серця). Якщо автоматичне виділення квазіперіоду не вдалося, користувачеві пропонується можливість встановити його самому. Подальша робота проводиться тільки з виділеною частиною сигналу. На рис. 3 наведений приклад реальної пульсограми. Вертикальними лініями позначений автоматично виділений квазіперіод.

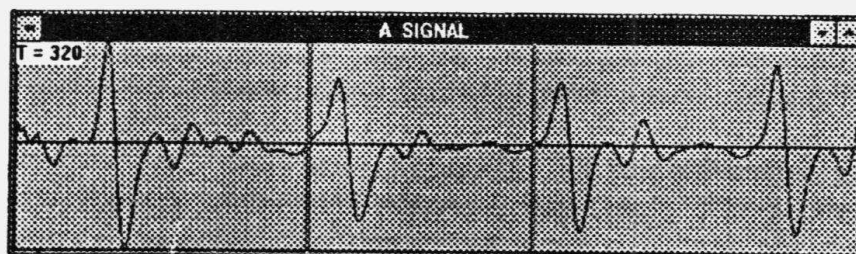


Рис. 3

Наведеним методом трансформуємо пульсограму (виділений квазіперіод) та його похідну на коло. Знаходимо центр мас отриманих фігур та проводимо вектори від центру координат до центрів мас. Отриманий таким чином набір векторів будемо рахувати інтегральним показником відповідного серцевого удару. На рис. 4 наведено, як відображається трансформована пульсограма, її перша та друга похідна.

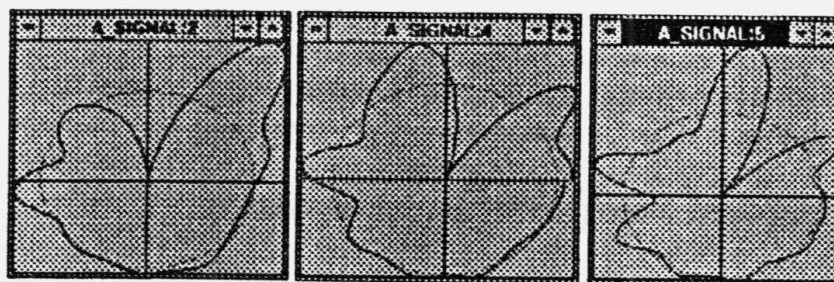


Рис. 4

На рис. 5 зображено загальний вигляд програмного комплексу **MetaHuman-1**, що одночасно візуалізує всі інтегральні показники поточної пульсограми.

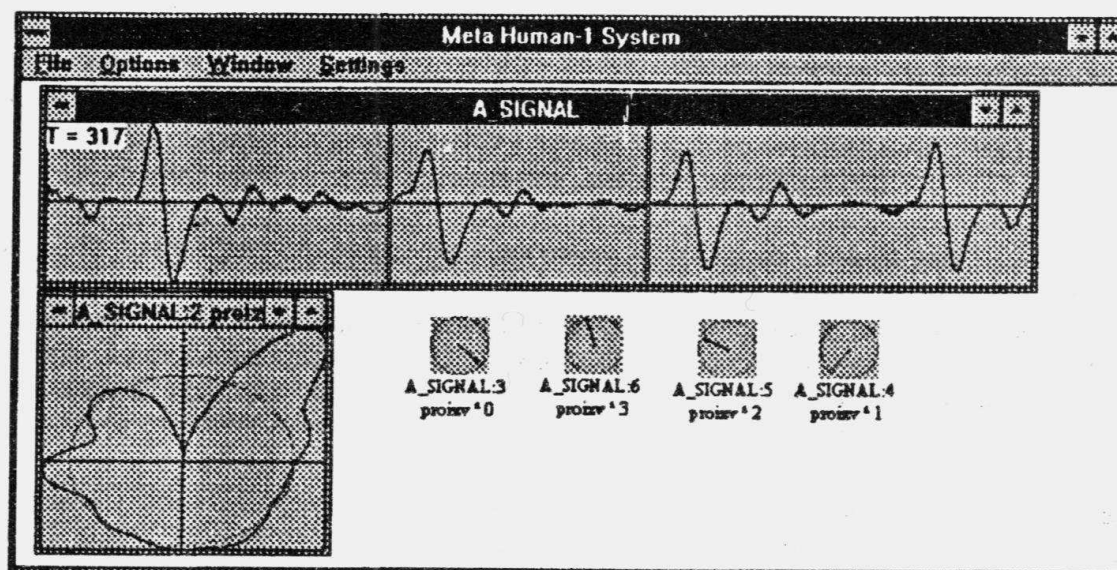


Рис. 5

В сполученні з традиційним спектральним аналізом цей метод дає додаткову інформацію для подальшої діагностики різноманітних патологій. Проведені дослідження показали певну залежність вигляду характеристичних векторів від форми пульсограми, а відповідно й від визначеної патології.

В перспективі планується провести аналогічні дослідження і в галузі розпізнавання мови. В якості об'єкту трансформації вибираються сигнали, що відповідають визначеним фонемам та подібним чином будуються характеристичні вектори. Передбачається, що дослідження в цій галузі можуть дати певні позитивні результати.

Планується розробка багаторівневих моделей розпізнавання квазіперіодичних сигналів, що враховують добові, сезонні та річні біологічні впливи на топологію серцевого удару. Ці моделі використовують елементи метасемантичного підходу до розпізнавання образів [1, 2].

Література

1. М.Ф.Бондаренко, В.Я.Терзиян, А.В.Ткачук, А.В.Нетребченко Символический вывод в системах распознавания образов // Компьютер: наука, техника, технология, образование, здоровье / Тезисы докладов международной научно-технической конференции.- Харьков-Мишкольц, 1994, т. 2, сс. 140-141.
2. Bondarenko M., Grebenyuk V., Terziyan V. Reasoning Based on the Algebra of Semantic Relations // Pattern Recognition and Image Analysis, 1993, V. 3, No. 4, pp. 488-499.

Оцінювання параметрів імпульсних сигналів на фоні адитивних регулярних і випадкових завад

ПЕТРО ДРАБИЧ

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів,

вул.Наукова, 5.

Тел.: (032) 263-3355. Факс: (032) 264-9427

Електронна пошта: panasiuk%fini.lviv.ua.@reley.ussr.eu.net

Петро Драбич. Оценивание параметров импульсных сигналов на фоне адитивных регулярных и случайных помех.

Рассмотрены методы выделения и формирования информативных составляющих измерительного сигнала при импульсном электромагнитном зондировании сред, объектов и материалов. Проанализированы динамические и статистические характеристики весового усреднения случайного дискретного процесса.

Вивчення фізико-механічних характеристик різноманітних середовищ, об'єктів, матеріалів є однією з важливих науково-технічних задач, котрі зустрічаються в дефектоскопії, неруйнівному контролі технічних споруд, а також при пошуку і розвідці покладів корисних копалин.

Для вирішення цієї задачі використовується зондування досліджуваних середовищ різноманітними фізичними полями (акустичними, електромагнітними, оптичними і т.п.). При реалізації електромагнітного методу середовище збуджують нестационарним електромагнітним полем. Під його дією в досліджуваному середовищі виникають струми Фуко, котрі, протікаючи через провідне середовище, викликають вторинне нестационарне поле, під впливом якого в приймальному індукційному датчику виникає електрорушійна сила. Зареєстрований інформативний сигнал є послідовністю зникаючих імпульсів напруги, рівень, тривалість і постійна зникання яких визначаються фізичними характеристиками досліджуваного середовища.

При проведенні досліджень на інформаційний сигнал накладаються випадкові та регулярні завади, які спотворюють форму сигналу і не дозволяють без спеціальної обробки вимірювати його параметри.

Регулярні завади обумовлені в основному електромагнітними полями ліній електропередач.

Випадкові завади обумовлені електромагнітними явищами в атмосфері, шумами досліджуваних середовищ, шумами входних кіл вимірювального тракту, різноманітними радіосигналами і т.п. і поділяються на імпульсні та неперервні.

Придушення перелічених завад при умові кратності частот інформативного сигналу і регулярної завади доцільно виконувати в наступній послідовності:

- з миттєвих значень вимірювального сигналу вираховувати значення регулярної завади і формувати дискретні значення суміші його інформативної складової з випадковими неперервними та імпульсними завадами;

- порівнювати сформовані дискрети з їх середніми значеннями і вилучати з імпульсної послідовності дискрети, амплітуди яких відрізняються по модулю від середнього значення на задану величину L_0 , котра для стаціонарної на інтервалі усереднення випадкової завади повинна задовольняти умові

$$2L_0 \geq \beta_\lambda \sqrt{\sigma^2 + D(\bar{\xi})},$$

де: σ - середньоквадратичне відхилення значення вхідного сигналу ξ_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots$) від середнього значення $\bar{\xi}$; $D(\bar{\xi})$ - дисперсія середнього значення $\bar{\xi}$; β_λ - постійний коефіцієнт, що визначається за заданим значенням довірчої ймовірності λ за таблицями функцій Лапласа (при $\lambda = 0,997$; $\beta_\lambda = 3$);

- здійснювати усереднення одержаної нової імпульсної послідовності $\{\xi_i\}$, яка є сумішшю дискретних значень інформативного сигналу і центрованої неперервної високочастотної завади.

Одним із усереднень, які широко використовуються у практиці завдяки простоті в технічній реалізації, є усереднення за ваговою функцією, що базується на рекурентному співвідношенні

$$\Delta N_i = k_1 \xi_i - k_2 N(i-1), \quad (1)$$

де: ΔN_i - зміна вихідного параметра $N(i)$ після реєстрації чергового i -го значення вхідної величини ξ_i ; k_1 і k_2 - постійні коефіцієнти.

Розв'язок рівняння (1) для середніх значень $\bar{\xi}$ і $\overline{N(i)}$ знаходиться методом математичної індукції і при початковій умові $N(0) = N_0$ має вигляд:

$$\overline{N(i)} = \frac{k_1}{k_2} \bar{\xi} [1 - W(i)] + N_0 W(i). \quad (2)$$

В (2) $W(i) = (1 - k_2)^i$ - вагова функція, яка характеризує інерційність обчислення. При виконанні умови стійкості

$$|1 - k_2| < 1$$

вихідний параметр після закінчення перехідного процесу визначається із співвідношення

$$\overline{N(\infty)} = \frac{k_1}{k_2} \bar{\xi},$$

тобто лінійно залежить від середнього значення $\bar{\xi}$. Оскільки вхідний сигнал $\{\xi_i\}$ є випадковим процесом, то результат обчислення $\overline{N(\infty)}$ - теж випадкова величина. Тому при використанні вагового усереднення оцінюють відносну статистичну похибку δ_{st} визначення математичного сподівання величини ξ_i за формулою

$$\delta_{st} = \frac{\sqrt{D\overline{N(\infty)}}}{\overline{N(\infty)}},$$

де $D\bar{N}(\infty)$ - дисперсія вихідного сигналу, причому

$$D\bar{N}(\infty) = \sum_{i=1}^{\infty} D\Delta N_i W^2(i) ,$$

а $D\Delta N_i$ - дисперсія одиноких приростів параметра $\bar{N}(\infty)$ біля точки динамічної рівноваги при реєстрації чергових значень ξ_i . Таким чином, виконуючи перелічені вище методи перетворення і обробки дискретних значень вимірювальних сигналів, забезпечується придушення регулярних і випадкових завад, тобто підвищується точність оцінювання їх параметрів.



Оцінка параметрів подвійно-стохастичного квазіпуасонівського потоку імпульсів

ОЛЕГ БУХАЛО

Фізико-механічний інститут НАН

Україна, 290601 Львів,
вул. Наукова, 5

Тел.: (0322) 654-429 Факс: (0322) 649-427

Електронна пошта: panasiuk%fini.lviv.ua.@reley.ussr.eu.net

Олег Бухало. Оценка параметров дважды стохастического квазипуассоновского потока импульсов

Рассмотрены методы статистического анализа квазипуассоновского импульсного потока, интенсивность которого является случайной стационарной функцией времени. Приведены соотношения для оценки математического ожидания, дисперсии, нормированной автокорреляционной функции и плотности распределения интенсивности, проведен анализ систематических и статистических погрешностей оценивания. Описаны методы моделирования импульсного потока указанного класса и приведены примеры практической реализации описанных алгоритмов на имитационных моделях процесса.

Модель сигналу. Для визначення характеристик об'єктів, середовищ та матеріалів широко використовуються методи активного і пасивного дистанційного зондування з допомогою потоків квантових випромінювань (гама, нейтронних, слабких світлових та ін.). При цьому носієм інформації є індукований об'єктом потік квантового випромінювання, характеристики якого (наприклад, густина потоку частинок чи квантів) зв'язані відповідною залежністю з фізичними параметрами (густиною, елементним складом, прозорістю та ін) досліджуваних об'єктів.

Після детектування потік індукованих частинок чи гама квантів перетворюється у випадковий (пуасонівський) імпульсний потік, а задача обробки вказаного сигналу полягає в оцінці параметру розподілу Пуасона (інтенсивності імпульсного потоку) методом ковзного середнього, максимальної правдоподібності, вагового усереднення та ін.

В даній роботі розглянуті методи статистичного аналізу квазіпуасонівського імпульсного потоку, індукованого об'єктами з мінливими параметрами, значення яких можуть бути представлені стаціонарними випадковими функціями часу. Це має місце, наприклад, при дифузії взаємодіючих молекул, наявності турбулентності в потоці рідини чи газу, русі мікроорганізмів у розчині і т.д. У цьому випадку інформаційними параметрами сигналу є не тільки інтенсивність n слідування імпульсів, але також її дисперсія D_n , нормована автокореляційна функція $r_n(\tau)$ і густина розподілу $f(n)$. Задача полягає в оцінці по реалізації імпульсного потоку $X(t)$ значень $n, D_n, r_n(\tau)$ та $f(n)$ і зв'язаних із оцінювальною процедурою систематичних і статистичних похибок.

Розгляд ґрунтується на математичній моделі імпульсного квазіпуасонівського сигналу

$$x(t) = \sum_i \delta(t - t_i),$$

$$P(N|\lambda) = \frac{\lambda^N}{N!} \cdot e^{-\lambda},$$

$$\lambda = \int_{t_0}^{t_0+T} n(t) dt,$$

де $\delta(\bullet)$ – дельта функція,

$P(N|\lambda)$ – умовний розподіл числа відліків N при фіксованому значенні параметрів λ ,

t_0, T – початок відліку і час спостереження, відповідно,

$n(t)$ – стаціонарна випадкова функція, описувана в рамках теорії другого порядку.

Нижче наведені основні результати.

Оцінка математичного сподівання $n(t)$. Статистика

$$\hat{n} = \frac{\hat{N}}{T} = \frac{1}{lT} \sum_{i=1}^l N_i.$$

Відносна статистична похибка

$$\delta(\tau) = \frac{\sqrt{D_n}}{n} \approx \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\hat{D}_N}{l}}.$$

Оцінка дисперсії D_n . Статистика

$$\hat{D}_n = \frac{1}{T^2} (\hat{D}_N - \hat{N}) = \frac{1}{T^2} \left[\frac{1}{l-1} \sum_{i=1}^l N_i^2 - \frac{1}{l(l-1)} \left(\sum_{i=1}^l N_i \right)^2 - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l N_i \right].$$

Відносна систематична похибка

$$\delta = \frac{T}{3} r'_n(0) - \text{для недиференційованої } n(t),$$

$$\delta = \frac{T^2}{12} |r''_n(0)| - \text{для диференційованої } n(t).$$

Відносна статистична похибка (для гаусівського розподілу $n(t)$)

$$\delta(D_n) = \sqrt{\frac{D(\hat{D}_n)}{D_n}} \approx (\hat{D}_N - \hat{N})^{-1} \sqrt{\frac{2}{l} [\hat{D}_N(1 + \hat{D}_N) - \hat{N}]}$$

Оцінка нормованої автокореляційної функції $r_n(k)$. Статистика

$$\hat{r}_n(k) = \frac{\hat{R}_N(k)}{\hat{D}_N T^2} = \frac{1}{\hat{D}_N T^2} \left[\frac{1}{l-k} \sum_{i=1}^{l-k} N_i N_{i+k} - \hat{N}^2 \right],$$

де N_i – послідовність відліків значень N у суміжних часових вікнах тривалістю T_i , $i = 1, 2, \dots, l$. Систематична похибка

$$\delta = \max_k |r'_n(k)| \frac{T^2}{12}.$$

Статистична похибка (для гаусівського розподілу $n(t)$)

$$D[r_n(k)] = \frac{1}{\hat{D}_N^2 T^2} \left\{ \frac{1}{l-k} \left[\hat{R}_N(k) (1 + \hat{R}_N(k)) + \hat{D}_N^2 \right] + \hat{r}_n^2(k) \delta^2(D_n) \right\}.$$

Оцінка густини розподілу $f(n)$. Статистика

$$\hat{f}(n) = T \hat{\varphi}(nT),$$

$$\hat{\varphi}_s(\lambda_j) = \hat{\varphi}_{s-1}(\lambda_j) \sum_{N=0}^{N_0} \frac{P(N|\lambda_j) \hat{Q}(N)}{\sum_{j=1}^{j_0} P(N|\lambda_j) \hat{\varphi}_{s-1}(\lambda_j)},$$

де $\hat{Q}(N)$ – вимірний розподіл числа відліків N в інтервалі T , N_0 – максимальне значення чисел N , j_0 – кількість інтервалів дискретизації діапазону зміни параметра λ , $s = 1, 2, \dots$ – порядковий номер ітерації. Систематична похибка (для гаусівського розподілу $n(t)$)

$$\delta = [r'_n(0)] \frac{T^2}{8}.$$

Статистична похибка обчислюється апріорі методом стохастичної рандомізації з використанням імітаційного моделювання процесу накопичення імпульсного потоку $X(t)$ в часових вікнах T .

Моделювання і перевірка результатів. Алгоритм моделювання

$$N_i = \min \left[M_i; \prod_{s=0}^{M_i} \beta_s < \exp(-\lambda_i) \right],$$

$$\lambda_i = \sum_{p=(i-1)L+1}^{iL} \xi_p,$$

де β_s – рівномірно розподілені в діапазоні $(0,1)$ випадкові двійкові числа, ξ_p – послідовності випадкових чисел із заданим законом розподілу і автокореляційною функцією, L – кількість реалізацій випадкових чисел ξ на інтервалі T .

Обробка результатів моделювання за приведеними вище статистиками для гаусівського і експоненціального розподілів інтенсивності $n(t)$ з експоненціальною і експоненціально-косинусоїдальною кореляційними функціями показала співпадіння заданих характеристик і отриманих результатів в межах похибок алгоритмів.

Література

1. Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов. Под ред. Г. Камминса и Э. Пайка. М.: Мир, 1978. - 580 с.
2. Бендат Дж., Пирсон А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. - 540 с.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. М.: Наука, 1976. - 320 с.



Stable Algorithms for Signal Reconstruction from Noisy Phase Characteristic

AKHMETSHIN A.M., LYUBOSHENKO I.V.

State University

Ukraine, 320625 Dnipropetrovsk,

Naukova str., 13

Tel.: (0562) 76-9092

Email: Alexandr.Akhmetshin.p0.f19.n464.Z2@fidonet.org

Akhmetshin A.M., Lyuboshenko I.V. Stable Algorithms for Signal Reconstruction from Noisy Phase Characteristic.

Для решения задачи восстановления сигналов в условиях амплитудной неопределенности и зашумленной фазовой характеристики в части I предложен итеративный алгоритм последовательного проектирования на замкнутые выпуклые множества, учитывающий статистические характеристики гауссового шума, присутствующего в фазе и дающий сходящуюся последовательность. Последовательное проектирование проводится во временной области, что обеспечивает однозначное определение операторов проектирования. Для учета искажений в фазе использована методология теории нечетких множеств, что привело к получению оценки, качество которой лучше, чем у оценки, получаемой существующим итерационным методом. В части II предложен регуляризирующий алгоритм для алгебраической постановки задачи восстановления сигналов из фазы, устойчивый к влиянию гауссовых шумов на фазу и дающий более точную оценку сигнала по сравнению с существующим подходом, что демонстрируется на примере восстановления импульсных характеристик слоистых сред.

Part I. The general prerequisites of the task solution had been investigated in [1], where it was showed, that a real, causal sequence of length N samples may be unambiguously determined (to within a scale factor) by $N-1$ phase (or phase tangent) samples in the interval $(0, p)$, if its Z -transform does not have zeroes at reciprocal pairs and on the unit circle at the Z -plane. The common shortcoming of existing algorithms is absence of taking into account the distortions, influencing on the phase, and, as a result, there is strong dependence on them. The goal of the presented iterative algorithm is to increase an accuracy of signal reconstruction from phase distorted by gaussian noise added with known statistical properties. The main idea of the algorithm's accuracy increase with the guarantee of convergence lies in a) using the methods of fuzzy sets' theory; b) projecting the synthesized signals onto the closed convex a -subsets (a -S) of the fuzzy sets (FS) of signals. We assume, that the initial phase is distorted by additive gaussian noise with sample mean $E=0$ and variance $D=s^2$: $j_a(v)=j_d(v)+n(v)$, where $j_a(v)$ - measured, $j_d(v)$ - exact phases, $n(v)$ - noise. Usage of the classical nonlinear methods of statistical estimation of the $j_d(v)$ values [2] in the framework of the approach under consideration seems to be hard to realize because of unacceptable complexity of the algorithm. Just this circumstance conditions the usage of the fuzzy sets' theory methods, allowing to simplify substantially the estimation problem. The main idea is based on the assumption that statistical properties of the difference $j_a(v)-j(v)$, where $j(v)$ - phase of an estimate, must correspond to those of the noise. Hereat we proceed on the assumption that the set of signals with phase $j(v)$, for which $j_a(v)-j(v)=n_1(v)$, where $n_1(v)$ - an arbitrary sequence, having the statistical properties of the noise $n(v)$, is fuzzy (i.e. has vague bounds, not exact) and the degree of the specific signal's membership to this set is measured by the membership function (MF, $0 < MF < 1$) value.

Ordinary set of signals, for which MF value is not less than a ($0 < a < 1$) is called a -subset (a -S) of the signals' FS. The a -S, defined by the MF in the form

$$m(j_s) = \min\{MF_i(j_s(i))\}, \quad i=1, \dots, M, \quad (1)$$

where $M=2N$ - number of points for DFT, $N+1$ - number of distorted phase samples (we utilize the odd symmetry of the phase sequence when using the DFT algorithm), is closed convex set for either $a>c$ (c - constant), that is necessary condition [3] for convergence of the algorithm, where the "elementary" MFs

$$MF_i(j_s(i)) = \exp(-k[j_a(i) - j_s(i)]^2), \quad i=1, \dots, M, \quad k>0, \quad c = \exp(-kp^2/4) \quad (2)$$

express the degree of nearness of each phase sample of an arbitrary signal s to corresponding sample in the measured phase. It may be readily shown that the a-S of the signals' FS, introduced through (1) and (2), is convex. That a-S is closed follows from its definition and the MF's continuousness. The sought signal has the MF value

$$m(j_d) = \min\{\exp(-k[j_a(i) - j_d(i)]^2)\} = \min\{\exp(-k[n(i)]^2)\}, \quad i=1, \dots, N+1,$$

It may be considered with possibility $P(N) \approx 0.99^{(N+1)}$ for gaussian noise that the sought signal has the MF's value, equal to $m(j_d) > \exp(-k[3s]^2)$. Therefore we will project signals onto a-S of the signal FS, where $a > \exp(-k[3s]^2)$. In order to observe the inequality $a > c$ it is necessary that $[3s]^2 < p^2/4$, i.e. $s < p^2/36 \approx 0.27$. Such a phase distortion degree may be considered as limit of the method. To satisfy the conditions of the theorems on reconstruction without phase distortions we assume that the duration of the of the sought signal is known and equal to K . Then projecting of an arbitrary signal f onto a closed convex set of signals with duration K is performed by operator P_K :

$$P_K f(i) = f(i), \quad i=1 \dots K, \quad =0, \text{ otherwise.}$$

Without phase distortions, the operator P_a , projecting an arbitrary signal onto a-S of the signal FS, is determined in the frequency domain [4]. This allowed to place restrictions onto the phase of the projection Fourier-transform (FT) directly. If the given phase were exact, the signal f projection FT would be in the form [4]:

$$S(v) = |F(v)| \cos(j(v) - j_s(v)) \exp(jj_s(v)), \quad \cos(j(v) - j_s(v)) > 0, \quad =0, \text{ otherwise.}$$

where $FT\{f\} = |F(v)| \exp(jj(v))$ and in this case $j_s(v) = j_d(v)$. However, in presence of phase distortions the requirement $m(j_s) > a$ defines ambiguously both the phase and the magnitude of the projection FT. Hence, performing the operation of founding the nearest point of a closed convex set through computation of the projection FT in frequency domain, we can not unambiguously determine this point and so the operator P_a . Unlike the frequency domain, we will obtain the expression for the operator P_a in time domain in unambiguous form, since the Kuhn-Tucker conditions give the following form of solution:

$$P_a f = f + t * \text{grad}m(j_f), \quad f \text{ belongs to a-S,} \quad =f, \text{ otherwise.}$$

As it is seen from the above, MF must be differentiable. Therefore we will use the approximation to MF in the form of the p-norm:

$$m(j_s) = 1 - \min\{1, [\sum_{i=1}^M (1 - MF_i(j_s(i)))^p]\}^{1/p},$$

which reduces to representation of the MF in the form of (1) as p approaches infinity [5]. The gradient vector elements are

$$d m(j_f) / d f(l) = -(2k/g) \sum_{i=1}^M (1 - MF_i(j_f(i)))^{p-1} MF_i(j_f(i)) (j_f(i) - j_a(i)) * d j_f(i) / d f(l),$$

$$g = [\sum_{i=1}^M (1 - MF_i(j_f(i)))^p]^{1-1/p},$$

$$d j_f(i)/d f(l) = -\sin(j_f(i) + b_{il}) / |F(i)|, \quad b_{il} = 2p / M(i-1)(l-1), \quad (3)$$

$$F(i) = |F(i)| \exp\{j_f(i)\} = FT\{f\},$$

where $M > 2K$, (3) is computed from the formula for discrete FT, $i, l = 1..M$.

The analysis of the reconstruction error behaviour shows that the error reduction to an unchangeable level (corresponding to the fixed point of iterations) occurs slowly for cases with comparatively low level of the phase distortions, that is typical for the H.L.O. (Hayes, Lim, Oppenheim [1]) method, which uses the exact phase. On the other hand, under larger phase distortions the error reduction occurs faster, that is connected with computation of less exact estimate of the initial signal. For different levels of distortions the oscillating nature of the error behaviour is kept, that is typical for estimation procedures, though the oscillations are increased with the distortion level growth, that is connected with an increase of uncertainty in the initial signal's estimate. When measuring the initial signal's phase with increased accuracy the error curve changes more smoothly, approaching in its behaviour to that of nonincreasing error curve when the exact phase is available used in the H.L.O. algorithm [1] or that of successive projection onto closed convex sets [4]. The quality of the final estimate of a signal, being the three-layered medium impulse response obtained by the new method is twice as much as that of the estimate produced by the H.L.O. method, though, unlike the H.L.O. method, the proposed one always ensures the convergence of iterations.

Table I. The comparison between the H.L.O. and the Proposed Methods (P.M.).

Reconstruction errors in % of the H.L.O. and the proposed methods under various noise variances.								
Variance	D=0.00001		D=0.0001		D=0.001		D=0.01	
	H.L.O.	P.M.	H.L.O.	P.M.	H.L.O.	P.M.	H.L.O.	P.M.
Iteration number								
10	6.480	9.966	6.860	11.04	8.160	8.920	12.74	8.508
20	7.430	5.862	8.330	5.932	11.36	6.238	21.70	8.086
30	7.520	5.031	8.890	5.019	13.58	5.568	32.11	7.844
40	7.550	5.031	9.360	4.887	15.71	5.500	43.70	7.773
50	7.580	5.031	9.820	4.887	17.87	5.500	57.32	7.766
60	7.600	5.031	10.28	4.887	20.07	5.500	73.79	7.766
70	7.630	5.031	10.73	4.887	22.34	5.500	94.13	7.766
80	7.650	5.031	11.17	4.887	24.65	5.500	119.8	7.766
90	7.670	5.031	11.61	4.887	27.01	5.500	153.4	7.766
100	7.700	5.031	12.04	4.887	29.44	5.500	198.8	7.766

Part II. The algebraic restoration model has been proposed in [1], according to which the sought sequence is formed as the solution to the system of the linear equations in the form of $Ax=u$ and this solution exists and is unique by virtue of the theorems on the unambiguity of the finite signals' reconstruction from phase [1]. For such a system, the matrix A and vector u are defined through the N equations:

$$x_1 = x_1, \quad \sum_{j=2}^N x_j \sin[j_s(v_i) + v_i(j-1)] = -x_1 \sin[j_s(v_i)], \quad i=1 \dots N-1, \quad (4)$$

where $j_s(v_i)$ - the phase values on the distinct frequencies v_i from the interval $(0, p)$, x_1 - the known first sample of the initial signal. Since either solution of the system (4) equals to 0 outside the support of the initial signal, has the same phase tangent as the initial signal at $N-1$ distinct frequencies in the interval $(0, p)$, coincides in the first sample with the initial signal, it follows [1] from theorems on existence and uniqueness of the solution under the conditions specified, that the solution to the system above exists and is unique and given by $x = A^{-1}u$. This approach to reconstruction turned out to be inefficient [6], because in practice the phase is usually erroneously measured, or the error is added to the phase at the processing stage, that results in essential errors in the solution. When distorting the phase both the matrix A and the right-hand side vector u are being distorted, that, however, keeps the condition of existence and uniqueness of the solution, being the signal with the given distorted phase and support. The way the problem is put is ill-posed, because the operator A^{-1} is not continuous [7]. Instability of the solution is due to necessity to calculate the inverse matrix A^{-1} in cases, when specific noise sequence makes A ill-conditioned. Hence, this model is ill-posed with respect to distortion of the matrix A . The solution, obtained when the matrix A and vector u are distorted, has statistical instability. Here the solution instabilities smoothing is proposed by means of creating the regularizing algorithm (R.A.) according to Tikhonov's scheme with regularizing parameter chosen through the generalized difference principle (G.D.P.). Owing to the phase distortion by added noise $n(v)$, which we suppose to have gaussian distribution with zero mean and variance $D = s^2$, the initial system $Ax = u$ is substituted for the system $A_h x = u_d$, where the matrix A_h and the vector u_d are obtained from

$$x_1 = x_1, \quad \sum_{j=2}^N x_j \sin[j_s(v_i) + n(v_i) + v_i(j-1)] = -x_1 \sin[j_s(v_i) + n(v_i)], \quad i=1 \dots N-1. \quad (5)$$

The regularized solution, according to the theory in [7], is given by

$$x_a = (A_h^T A_h + a \cdot I)^{-1} A_h u_d,$$

where a - regularizing parameter, chosen, in particular, according to G.D.P.: at this a the functional

$$r(a) = \|A_h x_a - u_d\|^2 - (d + h \|x_a\|)^2$$

must be equal to zero. The required in calculation estimates h and d of distortions of the matrix A and vector u , respectively, are computed in terms of the known statistical properties of the noise. Considering, that for some constant t the probability of the inequality $n(v_i) < ts$ is approximately equal to 1, we accepted the following estimates:

$$\|u_d - u\| < d = ((ts)^2 (x_1^2 (N-1) - \sum_{i=2}^N (u_d)_i^2))^{1/2},$$

$$\|A_h - A\| < h = ((ts)^2 \sum_{i,j=2}^N (1 - (A_h)_{ij}^2))^{1/2}.$$

Table II. Results of the R.A. usage.

Variance D	E,%	Ereg,%	a
0.001	1.30	2.37	0.99
0.005	8.93	7.88	3.10
0.010	23.52	12.37	5.30
0.0125	32.66	14.05	6.25
0.015	42.72	15.51	7.15
0.02	64.61	17.95	8.83
0.25	87.32	19.90	10.35
0.05	188.85	26.02	16.33
0.75	332.46	29.41	20.40

Note. E-Direct Method Reconstruction Error, Ereg-New Method Reconstruction Error.

The numerical experiments were carried out with a layered medium impulse responses. The analysis of the results shows, that R.A. gives far more accurate estimate of an initial signal, than the direct computation $x=A^{-1}u$ when the phase is distorted (Table II). In order to show instability of the solution we performed an experiment, when the specific noise sequence with $D=0.02$ led to the ill-conditioning of the matrix A. Hereat its smallest and largest singular values were equal to 3.99 and 0.0119 respectively, and their ratio was 335.3. The direct computation gave not interpretable result with reconstruction error 584.029% while the R.A. reconstructs the signal with error 10.119%.

Part III. The Complete Least Squares Method [8] gave similar results. On the basis of computation of matrix eigenvectors and on the theory in [9] the distribution of the first order error, caused by phase distortion, in a signal (being in experiments the layered medium impulse response), reconstructed from noisy phase was computed and investigated. These results will be reported additionally.

Referencies

1. Hayes M.H., Lim J.S., Oppenheim A.V. // IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Process. 1980. V. ASSP-28. P. 672.
2. Sage E., Mels J. The estimation theory, M., Svyaz, 1976.
3. Bregman L.M. // Doklady of the USSR Academy of Sciences, 1965, vol.162, n.3, p. 487.
4. Levi A., Stark H. // J. Opt. Soc. Am. 1983. V. 73. N.6. P. 810
5. Civanlar M.R., Trussell H.J. // IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Process. 1986. V. ASSP-34. N.4. P. 919.
6. Oppenheim A.V., Lim J.S. // Proc. IEEE. 1981. V. 69. P. 529.
7. Bacushinsky A.V., Goncharsky A.B. The ill-posed problems. Numerical methods with applications., Moscow, M.G.U. Publishers, 1989.
8. Silvia M.T. The complete least squares method / In: Seismic signal analysis and discrimination. Edited by C.H. Chen, Moscow., Peace, 1986.
9. Park J., Chave A.D. // Geophys. J.R. Astr. Soc. (1984), v.77, p. 683.



Геометрія задач розпізнавання образів

БОГДАН ЯВОРСЬКИЙ

Приладобудівний інститут

Україна, 282001 Тернопіль

вул. Руська, 56

Тел.: (03522) 2-41-33

Bohdan Iavors'kyj. Geometry of Pattern Recognition.

The development of the framework for the domain-independent theory for pattern recognition and signal analysis based on geometric approach are given.

За принципом руйнівності інформації будь-яка обробка даних руйнує властиву їм інформацію. Тому найбільшої ефективності розпізнавання образу (РО) досягає при розгляді сигналу феномену, що породжує даний образ. Проте експериментальні сигнали несуть вплив середовища, засобу реєстрації і т.п. Виникає проблема інтерпретації даних експерименту, що і визначає постановки відповідних задач РО. При цьому значну роль відіграє вибір моделі, в рамках якої ставиться і розв'язується задача. Фундаментальним принципом моделювання в теорії сигналів є принцип геометризації. За словами Ейнштейна відкидання геометризації подібне до намагання виразити думку без слів [1]. Принцип геометризації діє і у випадку стохастичної трактовки сигналу як випадкової функції - процесу. В результаті засобом моделювання при РО став функціональний аналіз, зокрема метод лінійних зображень (розкладів). У публікаціях на цю тему домінує модель: увагу приділяють вибору зображень випадкових процесів, норм відповідних просторів. Але не розглядається механізм самого моделювання, тобто не розглядається вибір геометрії простору.

В даній роботі розглянуто геометричний зміст моделювання, чим зроблено крок до впорядкування задач РО і формування його теорії.

Ідею класифікації геометрій на основі поняття групи перетворень сформулював у 1872р. німець Фелікс Клейн (1849 - 1925). Вона була викладена у його лекції для студентів Ерлангенської вищої технічної школи. Лекція згодом дістала назву "Ерлангенської програми". Відповідно до "Ерлангенської програми" геометрія (система означень, понять, теорем) з властивостями фігур інваріантними відносно групи G перетворень становить G - геометрію. Наприклад, у просторі V над полем S розглядають геометрію лінійних оборотних перетворень L цього простору як групу $GL(V)$ [2].

Але ще в 1859 р. розглядаючи довільну (невироджену) дійсну квадратичну форму в проективному просторі P^n англієць Келі (1821 - 1895) означив за тією квадратичною формою квазіметрику, кути і довжини такими, як у випадку Евклідової геометрії. Клейн назвав такий принцип "Caley's projective Maßbestimmung" і показав, що за його допомогою можна будувати неевклідові геометрії [3].

На початку 19-го століття були побудовані різні елементарні геометрії за допомогою аксіоматичного підходу, в дусі Евкліда. Клейн виявив при допомозі теоретико-групового принципу зв'язок між цими геометріями і встановив, що келієвський принцип проективного означення мір дає спосіб їх побудови. Очевидно, що геометрія в сенсі Келі є також геометрією і в сенсі Клейна. Але не очевидно, що слушним є обернене. Цікавим є визначення того, яка частина

клейнівської геометрії може бути отриманою методом Келі [2]. Стосовно принципу Келі завважимо його конструктивність для теорії випадкових процесів і її сучасних тлумачень на основі енергетичної концепції.

Теоретико-груповий метод у теорії сигналів використовує зображення груп як засіб опису інваріантності відносно певних перетворень (симетрій) і як засіб отримання систем ортогональних функцій, що веде до утворення систем повних ортонормованих відносно інваріантної міри функцій. При розгляді випадкових процесів на групах класи таких процесів задають властивостями інваріантності коваріації відносно зсуву: $r(hg_1, hg_2) = r(g_1, g_2) = E\xi(g_1)\overline{\xi(g_2)}$. При цьому функція $R(g_2^{-1}g_1) = r(g_2^{-1}g_1, e) = r(g_1, g_2)$ є додатньоозначеною в сенсі

відношення $\sum_{k,j=1}^N \alpha_k \overline{\alpha_j} R(g_j^{-1}g_k) \geq 0$, де e - базис, α_k - числа. А таку функцію

можна представити у вигляді $R(g) = \int_{\hat{G}} \chi^\lambda(g) S(d\lambda)$, $g \in G$, де $\chi^\lambda(g)$ -

характер групи G . Звідси виходить і розклад процесу $\xi(g) = \int_{\hat{G}} \chi^\lambda(g) Z(d\lambda)$,

де $Z(\Delta)$ - ортогональна випадкова міра $EZ(\Delta)\overline{Z(\Delta')} = S(\Delta \cap \Delta')$ [4].

Частковим випадком є розклади стаціонарних процесів. Ці факти дістали поширення у спектрально-кореляційних постановках задач РО, зокрема при виборі ознак розпізнавання.

Власне зсув, як групове перетворення, допускається операторами (які є інваріантними тоді до зсуву) математичної фізики. Зсув має явну прикладну інтерпретацію. Крім того існують обернені оператори, що і дозволяє отримати функцію $R(g_2^{-1}g_1)$ (білінійну форму). Задачі такого типу є коректними (за Адамаром), а властивість додатньої означеності лежить в основі спектральних розкладів. Останні пов'язані з інтегральними перетвореннями (Фур'є, Меліна і ін.) [4].

Практично важливі випадки застосування спектральної теорії включають недостатність експериментальних даних (зокрема їх неточність), за якими необхідно знайти шукану функцію (розпізнати). Кореляційна теорія стаціонарних процесів дає теоретико-імовірнісну інтерпретацію переходу від розкладу коливань до спектрального розкладу їх потужності в стилі узагальненого спектрального аналізу Вінера. І для некоректних задач вводяться нові інваріанти за рахунок послаблення умов. Такими інваріантами є енергія і потужність. Зауважуючи

природню обмеженість енергії $E_\xi = \int_D \|\xi(t)\|^2 dt < \infty$, задається клас ϵ процесів,

а за обмеженістю середньої потужності $P_{\xi} \stackrel{\Delta}{=} M_t \{ \|\xi(t)\|^2 \} < \infty$ - клас π , де $D \subseteq \mathbb{R}$ - область задання процесу, $M_t \{ \bullet \}$ - оператор усереднення на числовій (часовій) осі, $t \in D$. Ці припущення фізичного характеру справедливі за умови слабкої вимірності процесу $\xi: \mathbb{R} \mapsto H$, де H - колмогорівський гільбертів простір випадкових величин скінченної дисперсії. За норми у цьому просторі беруть величини названих енергії чи потужності. Процеси і всякі можливі їх транслянти $\xi_r(t) \stackrel{\Delta}{=} \{ \xi(t+s), s \in \mathbb{R} \}$, $t \in \mathbb{R}$ є елементами L^2 чи, відповідно, B^2 гільбертових просторів над H : $H^e \stackrel{\Delta}{=} L^2(D, H)$ та $H^* \stackrel{\Delta}{=} B^2(H)$. І тут виразом концепції стаціонаризуючої властивості зсувів, яка дає змогу обґрунтувати поняття ергодичності як виконання умови

$$\text{Prob}\{(\xi_r(t), \xi_r(s))_{H^*} = \int_D \xi(t+v) \overline{\xi(s+v)} d v\} = 1 \text{ чи}$$

$$\text{Prob}\{(\xi_r(t), \xi_r(s))_{H^*} = M_v \{ \xi(t+v) \overline{\xi(s+v)} \} \} = 1,$$

де $\text{Prob}\{ \bullet \}$ - імовірність твердження, є:

Теорема. Множина транслянт процесу класу π та множина транслянт процесу класу π творять стаціонарні у відповідному H просторі процеси [5].

З геометричної точки зору тут важливим є зв'язок між базисами і операторами. Кореляційний оператор, як додатній ядерний, має вигляд $P = A\bar{A}$,

$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k(P) < \infty$, де оператор A - оператор Гільберта-Шмідта, бо

$\lambda_k(P) = \lambda_k^2(A)$, $\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2(A) < \infty$. За додатнім оператором будується базис,

еквівалентний ортонормованому базису власних функцій цього оператора і біортогональна йому система функціоналів. А якщо оператор оборотний, то базис

буде базисом Ріса: $\|h\|^2 \in \left[\lambda_{\min} \sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2, \lambda_{\max} \sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 \right]$, $h \in H$, c_k - числа, і

біортогональна система функціоналів буде таким же базисом.

Перехід до базису Ріса - перехід від ортогональної системи координат з однаковим масштабом по осях до косокутної (афінної), з різними масштабами. Базисам Ріса властиві свої скалярні добутки, топологічно еквівалентні висхідному: (Px, y) - топологічно еквівалентний (x, y) , а (Px, x) береться за норму. Така конструкція веде до оснащення гільбертового простору [6].

Таким чином, у сучасній теорії РО маємо цілу низку (ієрархію) операторів, базисів, просторів, їх теорія по суті відповідає різним геометріям з властивим їм

інваріантом перетворень. Замикає цю теорію енергетична концепція, яка творить афінну геометрію. В перспективі для завершення геометричної концепції слід ввести новий інваріант - скрадні відношення чотирьох точок прямої. При цьому зберігається топологія і розглядається проєктивна, або, за словами Клейна, "вся геометрія" [3].

Література

1. Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. - М.: Наука, 1989. - 568 с.
2. Спрингер Т. Теория инвариантов. - М.: Мир, 1981. - 192 с.
3. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. В 2-х томах. Т.1. - М.: Наука, 1989. - 456 с.
4. Драган Я.П. Структура и представлений моделей стохастических сигналов. - К.: Накова думка, 1986. - с. 384.
5. Драган Я.П. Стационаризованность как узагальнення енергетичної концепції в теорії стохастичних сигналів. В зб. Імовірнісні моделі та образи випадкових сигналів і полів. Ч.1. Під ред. В.О. Омельченко - Харків, 1992. - с. 42 - 46.
6. Федотов А.М. Линейные некорректные задачи со случайными ошибками в данных. - Новосибирск: Наука, 1982. - 190 с.

