



## Проблеми обчислювальної та дискретної геометрії

### Problems of Calcul and Discrete Geometry

#### Програмний засіб реконструкції об'ємних зображень за нерегулярними даними для ПЕОМ

Сергій Вагін, Андрій Кирилов

Дніпропетровський університет

Україна, 320625, Дніпропетровськ  
просп. Гагаріна, 72  
Тел.: (056) 246-55-97

Останнім часом відомі і широко використовуються різноманітні програмні засоби (ПЗ) відображення складних багатомірних даних у вигляді об'ємних зображень. Проте абсолютна їх кількість призначена для застосування на потужних (і, природно, досить дорогих) ЕОМ та робочих станціях, які працюють переважно під керуванням ОС UNIX. Серед ПЗ, які працюють на персональних комп'ютерах (ПК) у середовищі MS DOS, в першу чергу треба підкреслити розробки фірм *Autodesk* (САПР AutoCAD) та *Gold Software* (універсальний пакет «Surfer»), які, однак, відповідають лише невеликій частині застосувань методів об'ємної комп'ютерної графіки. Основні проблеми, з якими зустрічаються розробники подібних засобів, пов'язані з обмеженими обчислювальними ресурсами ПК типу *IBM PC XT/AT*, що робить досить актуальними питання вибору оптимальних форматів даних та розробки ефективних алгоритмів їх обробки та візуалізації.

В цій роботі описується спроба розробки програмного засобу реконструкції об'ємних зображень, заданих, в загальному випадку, на нерегулярній сітці. Відомо, що дані, представлені таким способом, можна зберігати набагато компактніше, ніж регулярні, при застосуванні відповідних адаптивних алгоритмів відкидання надмірної інформації (коефіцієнт стискування даних може досягти 250 [1]). Об'єкт, який вивчається, задається поверхнями, які описуються за допомогою триангуляції Делоне [2], причому застосовуються спеціальні прийоми для описування багатозв'язних поверхонь.

Розроблені ПЗ характеризуються такими основними можливостями:

- робота з багат шаровими структурами з можливостями як автоматичного, так і інтерактивного з'єднання шарів;
- побудова довільного перерізу об'єкту, який вивчається, з урахуванням впливу невидимих частин та можливостями інтерактивного редагування у графічному режимі;
- нелінійна інтерполяція поверхонь з заданою мірою відхилу;
- великий вибір засобів візуалізації об'ємних об'єктів, серед яких є: набір ізоліній; блок-діаграми з відкиданням та без відкидання схованих поверхонь; «дротова сітка»; «суцільний» об'єкт з імітацією освітлення;
- підтримка матричних (Epson-сумісних) та векторних (HP7475-сумісних) пристроїв зображення на паперовому носії;

• сумісність з ПЗ «Sufreg» на рівні вхідних файлів за допомогою спеціального файлового конвертора.

Розроблений програмний засіб може бути застосований у наукових дослідженнях, а також у таких галузях як геологія, геофізика, медицина та інших.



## Розпізнавання образів при геометричному моделюванні елементів конструкцій

Анатолій Дем'янчук

Вінницький політехнічний інститут

Україна, 286021, Вінниця  
Хмельницьке шосе, 95  
Тел.: (043) 222-57-18

Проблеми розпізнавання образів набули суттєвого значення у зв'язку з подальшим розширенням галузі застосування систем розпізнавання в сфері матеріального виробництва. Так, в промисловості системи розпізнавання мають дуже широке застосування при створенні автоматизованих систем проектування сучасних та перспективних конструкцій. При проектуванні конструкцій істотну роль грає врахування власних коливань, які з'являються в процесі експлуатації, бо коливання елементів часто спричинює руйнування та катастрофи. Тому при проектуванні технічних систем необхідно знати їхні частотні характеристики та запобігати динамічному посиленню зовнішніх впливів. Так, резонансні явища виникають при співпаданні частоти зовнішніх збуджень з власними частотами конструкцій.

Розглядаються стержневі системи як найбільш поширені на практиці. Зокрема, виникає задача відновлення стержня заданої довжини за наперед заданими частотами повздожних або поперечних коливань.

Для вивчення власних повздожних коливань стержня з законом зміни площі перерізів  $F(x)$  вивчається рівняння

$$\frac{d}{dx} \left[ F(x) \frac{dy(x)}{dx} \right] + k^2 F(x) y(x) = 0,$$

а для поперечних коливань розглядається рівняння

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ F^2(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \right] = k^2 F(x) y(x),$$

враховуючи граничні умови.

Виникає задача знаходження функції  $F(x)$  за заданими значеннями власних коливань. Зрозуміло, що функція  $F(x)$  задає в просторі певний геометричний образ, який відповідає певному об'єкту. Такий підхід було застосовано при проектуванні лопатки та валу газотурбінного двигуна. При проектуванні за допомогою ЕОМ важливу роль відіграють алгоритми розв'язання обернених задач на власні значення [1, 2], які дають змогу одержати числову інформацію про об'єкт. При застосуванні графічних методів отримуємо декілька варіантів ескізів та креслень лопатки. Від досконалості використовуваних методів залежить як якість, так і строки конструкторських робіт. Геометричне моделювання результатів досить ефективно може бути виконане за допомогою спеціальних графічних пакетів програм. Їх складання, у свою чергу, засноване на використанні 3D-GKS, для яких розроблений графічний алгоритм відтинання та вилучення невидимих

ліній. Ці алгоритми використовуємо для зображення результатів на дисплеї та роздрукування на принтері.

Може трапитись, що результати проектування можуть не задовольняти конструктора тому, що спроектована система порушує деякі важливі обмеження, наприклад, для лопатки не виконуються певні аеродинамічні властивості. Тоді, враховуючи ці обмеження, вибираємо образ із заздалегідь запропонованих автоматизованою системою, і знову проводимо аналіз образів за допомогою математичної моделі системи.

#### Література

1. Демьянчук А.П. Приближенное определение регулярного оператора Штурма—Лиувилля по двум спектрам. Численные методы и оптимизация. — Таллинн : Институт кибернетики АН Эстонии, 1990. — С. 65–70.
2. Молчанов И.Н., Демьянчук А.П., Ткаченко В.И. Приближенное определение обыкновенного дифференциального оператора четвертого порядка по спектру // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1989. — № 1. — С. 27–29.
3. Демьянчук А.П., Цыба Н.А. Расчет формы стержня переменного сечения по заданным частотам свободных продольных колебаний // Программное обеспечение ЭВМ. — Киев : ИК АН УССР, 1982. — С. 75–80.
4. Васильев В.И. Распознающие системы. Справочник. — Киев : Наук. думка, 1989. — 284 с.
5. Гренандер У. Лекции по теории распознавания образов. — М. : Мир, ТТ. 1–3. — 1979–1983. — 1300 с.



### Діагностика стану ріжучих інструментів у ГВМ з використанням процедур розпізнавання образів їх контактних поверхонь та кромки

Олександр Дерев'янченко

Одеський політехнічний інститут

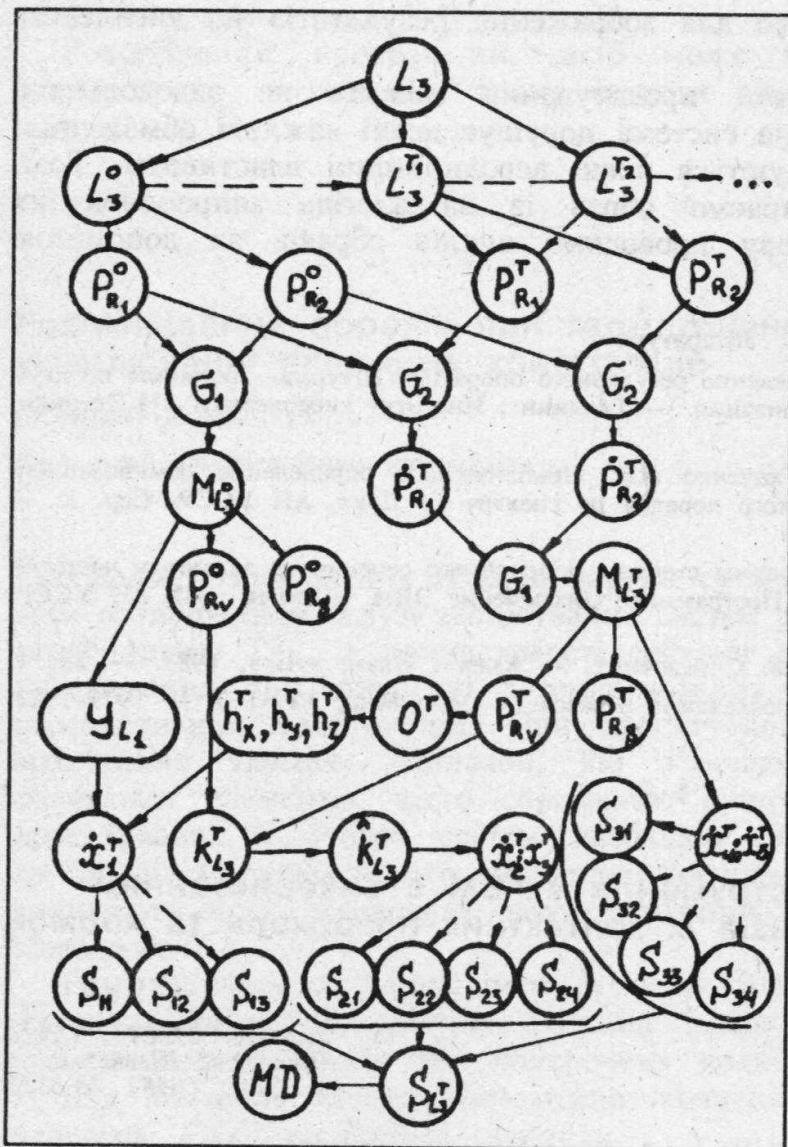
Україна, 270044, Одеса  
Проспект Шевченка, 1  
Тел.: (048) 28-8555

Діагностика стану лез ріжучих інструментів є одною з найважливіших процедур по забезпеченню надійної роботи гнучкого виробничого модулю (ГВМ) в умовах автоматизованого виробництва.

Стан ріжучого інструменту (РІ) в період його експлуатації у ГВМ визначається сукупністю параметрів, які характеризують здатність РІ виконувати обробку різанням у заданих умовах з встановленими вимогами. Сукупність технологічно значущих станів РІ зручно подавати у вигляді простору станів  $X$ , який є  $n$ -вимірною дискретною структурою, що містить  $k$  зон ( $k$  визначається кількістю базових станів РІ, які підлягають діагностиці) [1]. Стан РІ на момент контролю  $T$  ( $T \in (0, \hat{T})$ , де  $\hat{T}$  — ресурс РІ) розглядається як точка, що належить до однієї з зон  $X$  та характеризується вектором ознак  $\dot{x}^T = (\dot{x}_1^T, \dot{x}_2^T, \dots, \dot{x}_n^T)$ . Вектор  $x^T$  використовується на етапі діагностики стану РІ.

Для одержання  $x^T$  треба сформулювати вектор  $\dot{y}^T = (\dot{y}_1^T, \dot{y}_2^T, \dots, \dot{y}_m^T)$ , де  $m$  — кількість параметрів РІ, які контролюються. Склад та розмірність  $\dot{y}^T$  визначаються прийнятими методом контролю РІ та контрольною точкою РІ. У роботі [2] нами показано, що найбільша інформативність контролю стану лез РІ досягається при використанні прямих методів контролю та ріжучої кромки РІ як контрольної точки.

Розкриємо зміст процедур контролю та діагностики стану РІ за викладеним підходом.



Лезо PI може бути подано як сукупність  $L = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$  (для гострого PI) та  $L^T = \{L_1^T, L_2^T, L_3^T, L_4^T\}$  (для зношеного PI), де  $L_1 (L_1^T)$  — передня поверхня леза PI;  $L_2 (L_2^T)$  — задня поверхня леза PI;  $L_3 (L_3^T)$  — ріжуча кромка PI,  $L_4 (L_4^T)$  — тіло PI. Схема оцінки стану PI в умовах контролю тільки ріжучої кромки (ПК) інструменту зображена на рис. 1. Моментам часу  $T=0, T=T_1, T=T_2$  відповідають стани ПК (стани лез PI) —  $L_3^0, L_3^T1, L_3^T2$ .

У контрольній позиції ГВМ (у періоди припинення обробки різанням даним PI) виконується реєстрація проєкцій ПК на дві поверхні (площини) —  $R_1$  та  $R_2$  [2]. Для стану  $L_3^0$  мають місце проєкції  $P_{R_1}^0, P_{R_2}^0$ ; для стану  $L_3^T1$  —  $P_{R_1}^T, P_{R_2}^T$ ; для деякого стану  $L_3^T$  —  $P_{R_1}^T, P_{R_2}^T$ . Ці проєкції є первинними образами ПК.

Реєстрація проєкцій ПК може бути виконана з використанням контактних, оптичних та інших датчиків.

Після перетворень  $\sigma_1$  проєкцій  $P_{R_1}^0, P_{R_2}^0$  формується тривимірний масив координат точок ПК у декартовій інструментальній системі координат  $XYZ - M_{L_3}^0$  (вторинний образ ПК). Обробка  $M_{L_3}^0$  дає проєкції  $P_{R_v}^0, P_{R_s}^0$  на основну та робочу площини PI та рівняння  $Y_{L_1}$  передньої поверхні PI —  $L_1$ .

Після реєстрації проєкцій  $P_{R_1}^T, P_{R_2}^T$  виконується процедура  $\sigma_2$  сполучення пар проєкцій —  $P_{R_1}^0, P_{R_1}^T; P_{R_2}^0, P_{R_2}^T$ . Перетворення  $\sigma_1$  сполучених проєкцій  $\dot{P}_{R_1}^T, \dot{P}_{R_2}^T$  дає можливість сформувати тривимірний масив координат точок ПК зношеного інструменту у системі  $XYZ - M_{L_3}^T$ . Обробка  $M_{L_3}^T$  дає проєкції  $P_{R_v}^T, P_{R_s}^T$ . Далі виконується пошук вершини леза PI — точки  $O^T$  та обчислення її координат —  $h_X^T, h_Y^T, h_Z^T$ . Названі характеристики або є параметрами вектора

$\dot{y}^T$ , або є початковим матеріалом для їх обчислення. На цьому зміст процедур контролю РІ та первинної обробки вимірювальної інформації вичерпано.

Діагностика стану РІ починається з формування вектора ознак  $\dot{x}^T$ , який для схеми, що аналізується, має вигляд:  $x^T = \{\dot{x}_1^T, \dot{x}_2^T, \dot{x}_3^T, \dot{x}_4^T, \dot{x}_5^T\}$ . Йому відповідає трирівнева процедура діагностування РІ. На першому рівні обчислюється ознака  $\dot{x}_1^T$ , яка характеризує положення активної зони РК відносно площини передньої поверхні РІ. Розрізняються такі стани першого рівня, як наріст на лезі РІ ( $S_{11}$ ), опускання РК ( $S_{12}$ ), відсутність зміщення РК у напрямку осі Z ( $S_{13}$ ).

На другому рівні обчислюються ознаки  $x_2^T, x_3^T$  — нормовані лінійні розміри так званого контуру зміщення ріжучої кромки (КЗРК) —  $k_{L_3}^T$  та його трансформованого аналогу —  $\hat{k}_{L_3}^T$ . На цьому рівні відбувається діагностика станів другого рівня:  $S_{21}$  — має місце рівномірне зміщення РК,  $S_{22}$  — зміщення РК з двома уступами;  $S_{23}$  — КЗРК з похилою базою;  $S_{24}$  — КЗРК має злом бази. У двомірному просторі ознак  $x_2^T, x_3^T$  відбувається розпізнавання типу КЗРК. Відповідні зони перетинаються, тому виникає потреба використання статистичних методів розпізнавання. Використання методу статистичних рішень забезпечило підвищення надійності розпізнавання (на тестовому діагностичному матеріалі) від 75 до 85%.

На третьому рівні обчислюються ознаки  $x_4^T, x_5^T$ , які відображають стани  $S_{31}, \dots, S_{34}$  — дефекти РК.

Сукупність елементарних станів РК  $S_{ij}$  ( $i = \overline{1, 3}; j = \overline{1, 4}$ ), виявлених на кожному з рівнів, визначає стан РК:  $S_{L_3} = S_{1l} \wedge S_{2r} \wedge S_{3u}$ , де  $l = \overline{1, 3}; r = \overline{1, 4}; u = \overline{1, 4}$ .

На базі обробки значної кількості експериментальних даних — зображень зон зносу РІ, зареєстрованих на спеціальному стенді з використанням телекамери КТ-2 [3], сформована матриця діагнозів  $MD$ . Кожному з станів РІ відповідає діагноз, який керує впливом на технологічну систему ГВМ — для поліпшення якості деталі, яка обробляється.

#### Література

1. *Derevianchenko A., etc.* An approach to the cutting tool state estimation in FMC. — Proceedings of the 28-th International MATADOR Conference. — UK, Manchester, UMIST, 1990, P. 523–526.
2. *Derevianchenko A., etc.* Cutting tool control in FMC based on the registration of two projections of cutting edge. — Proceeding of the 8-th Int. Conf. on Syst. Eng. — UK, Coventry, Cov. polytechn., 1991, P. 910–915.
3. Система автоматического контроля и диагностики режущего инструмента / А.Г. Деревьянченко, Л.В. Роткоп, В.А. Власенко, А.К. Красноперов // Измерительная техника. — 1990. — №8. — С. 35–36.



## Обробка графічних зображень твердих тіл

Олег Забурмеха, Борис Зузяк

Чернівецький університет

Україна, 274012, Чернівці  
вул. Університетська, 2  
Тел.: (037) 229-84-48

Моделювання реального середовища тісно пов'язане з процесом вводу і обробки графічних зображень об'єктів в ЕОМ.

Кожен об'єкт може бути представлений за допомогою кількох проєкцій. При цьому виникають складності у випадку, коли інформація про проєкції задана наближено (наприклад, проєкції намальовані від руки). Розглядається проблема відтворення реального об'єкту, який би «найбільше» відповідав введеним проєкціям. Розроблені методи дозволяють відтворити структуру об'єкта за заданими проєкціями.

Після розв'язання задачі про відтворення об'єктів аналізується питання моделювання процесів їх взаємодії. При цьому об'єкти розглядаються як тверді тіла, що мають відповідні фізичні властивості. Ця задача розв'язується за допомогою алгоритмічного критерію існування розв'язку системи лінійних нерівностей, що дозволяє ставити і розв'язувати задачу про контактну взаємодію декількох твердих тіл.

Описаний підхід реалізований авторами в інструментальній системі обробки графічної інформації, яку передбачається застосовувати до проектування просторових геометричних об'єктів в контактній взаємодії.

Система дозволяє: реалізовувати перетворення ескізу об'єкта (геометричного тіла) в коректну математичну модель, при цьому користувачу не обов'язкові знання з програмування; маніпулювати образами твердих тіл в просторі з метою візуального проектування систем механічних об'єктів в контактній взаємодії.

Можливе застосування системи до розробки САПР для машинобудування. Система розроблена на ПЕОМ типу *IBM PC XT/AT* з відеоадаптером *EGA/VGA* і включає підтримку «миші».



## Обчислення опуклої оболонки множини за допомогою проєкцій

Анатолій Теренчук

Вінницький політехнічний інститут

Україна, 286021, Вінниця  
Хмельницьке шосе, 95  
Тел.: (043) 224-0668, (043) 223-93-80

Опукла оболонка (ОО) множини точок у геометричному просторі є важливим поняттям обчислювальної геометрії, пов'язаним з рядом прикладних задач. До таких задач належать пакування виробів, компонування об'єктів в обмежених областях, планування траєкторій та керування маніпуляторами роботів, апроксимація кривих та областей. В усіх цих випадках простір, в якому задано множину, є 2- або 3-вимірним евклідовим простором, внаслідок чого обчислення ОО зводиться до задачі аналізу зображень об'єктів.

Важливість ОО для прикладних областей обумовила розробку ряду алгоритмів і методів обчислення ОО 2-вимірних зображень. Основними характеристиками цих алгоритмів і методів є обчислювальна продуктивність та точність. У зв'язку з тим, що обчислення точної ОО і її наступне використання є в загальному випадку складними задачами, використовується апроксимація ОО певним опуклим оболонковим багатокутником. Існуючі методи аналізу зображень за допомогою ОО включають такі етапи: виділення границі зображення; кусково-лінійна апроксимація границі; обчислення ОО зображень; обчислення похідних параметрів.

Наявність в алгоритмах як базових операцій виділення і кусково-лінійна апроксимація границі, які є принципово послідовними і пов'язані із значними обчислювальними та часовими витратами, призводить до неможливості отримання продуктивності, необхідної для роботи в реальному масштабі часу, при достатній точності і прийнятних складності і вартості технічних засобів. Обчислювальна складність цих алгоритмів зростає за законом показникової функції із зростанням вимірності простору, що робить їх незастосовними для багатовимірних просторів.

Значне спрощення обчислення ОО зображення досягається при формуванні її за допомогою набору 1-вимірних проєкцій на фіксовані напрями. При цьому ОО зображення 1 СН(1) апроксимується багатокутником фіксованого виду, котрий задається послідовністю нормальних рівнянь сторін

$$x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - p_i = 0, \quad (1)$$

де  $\alpha_i$  — кут нахилу  $i$ -ї сторони,  $p_i$  — відстань цієї сторони від початку координат, 1 представляється множиною параметрів  $\alpha$  і  $p$ :

$$\text{CH}(1) = \{\alpha_i, p_i\}_N, \quad (2)$$

де  $N$  — кількість фіксованих опорних напрямів.

Параметри  $\alpha_i$ , які є кутами нахилу опорних прямих, відомі наперед, внаслідок чого одержання рівнянь сторін зводиться до визначення для них параметрів  $p$ . Параметри  $p$  визначаються з безпосередніх вимірів, виконуваних за допомогою оптичних формувачів 1-вимірних проєкцій і набору лінійних фотоприймальних пристроїв. Даний метод забезпечує можливість розпаралелювання процесу формування 1-вимірних проєкцій зображення і визначення параметрів сторін ОО, що спільно з мінімізацією кількості обчислень та суттєвим їх спрощенням дає підвищення обчислювальної продуктивності приблизно на 3 порядки порівняно з відомими алгоритмами. Можливість безпосереднього формування 1-вимірних проєкцій зображень оптичними засобами з жорсткою прив'язкою до поля зору при роботі в реальному 2- або 3-вимірному просторі дозволяє ефективно використовувати даний метод для розв'язання прикладних задач.

Дослідження методу обчислення ОО зображення за допомогою 1-вимірних проєкцій показує, що оптимальним з точки зору точності і продуктивності є використання набору опорних прямих, які утворюють правильний багатокутник. Похибка визначення параметрів ОО (площа, периметр, екстремальні розміри, орієнтація, параметри описаних прямокутників) зменшується не повільніше, ніж обернено пропорційно кількості сторін опорного правильного багатокутника, і становить величину біля 3–5% при кількості опорних напрямів  $N \geq 20$ .

Узагальнення розробленого методу на багатовимірні метричні простори забезпечує високу ефективність за рахунок переходу від багатовимірної задачі до набору елементарних одновимірних, причому обчислювальна складність зростає лінійно в залежності від вимірності простору  $n$ . При цьому ОО множини  $A$  визначається як опукла множина  $B$  мінімального об'єму, така що  $B \supset A$ , і апроксимується опуклим  $n$ -вимірним оболонковим багатогранником

$$\text{CH}(A) = \{\{\alpha_j\}_i, p_i\}_N, \quad (3)$$

для якого параметри  $\alpha_j$  задаються опорним  $n$ -вимірним багатогранником, а параметри  $p_j$  можуть визначатися за допомогою проміжкових 2- і 3-вимірних проєкцій  $n$ -вимірної множини  $A$ .

